UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANDERSON KÉLIO DA SILVA

COMPOSIÇÃO DE FUNÇÕES

CAMPINA GRANDE – PB
2014

ANDERSON KÉLIO DA SILVA

COMPOSIÇÃO DE FUNÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de graduado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva

CAMPINA GRANDE – PB
2014

ANDERSON KÉLIO DA SILVA

COMPOSIÇÃO DE FUNÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento as exigências legais para a obtenção do titulo de graduado em Matemática.

Aprovada em 04 /08 /2014

Fernando Luiz Tavares da Silva
Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva / UEPB
Orientador

Francisco de Sá Ribeiro
Prof. Francisco de Sá Ribeiro
Examinador

Onildo dos Reis Freire
Prof. Onildo dos Reis Freire
Examinador

S586c Silva, Anderson Kélio da.
Composição de Funções [manuscrito] / Anderson Kélio da Silva. - 2014.
33 p. : il. color.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.
"Orientação: Prof. Me. Fernando Luiz Tavares da Silva, Departamento de Matemática".

1. História da matemática. 2. Arcos. 3. Funções matemáticas. I. Título.

21. ed. CDD 515.25

DEDICATÓRIA

A minha mãe Marilene que me deu a vida e que dedicou amor e carinho a minha criação e agora de modo especial a minha formatura.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus por me dar a cada dia a perseverança e a força para continuar buscando novos conhecimentos e aprendizados.

Agradeço aos professores, em especial, ao meu orientador que foi um dos melhores professores que tive durante a graduação, pela amizade, dedicação, atenção, e pela imensa paciência tida comigo durante o desenvolvimento desse trabalho.

Agradeço aos meus amigos do curso de Licenciatura em Matemática que estiveram ao meu lado durante esses 5 anos de curso e em especial a Toni Cesar Marinho e Fabiana Soares e todos meus amigos.

“Tente uma, duas, três vezes e se possível tente a quarta, a quinta e quantas vezes for necessário. Só não desista nas primeiras tentativas, a persistência é amiga da conquista. Se você quer chegar a onde a maioria não chega, faça o que a maioria não faz.”

Bill Gates

R E S U M O

No primeiro momento mostraremos a parte histórica tendo em vista que ela é muito importante para o ensino-aprendizagem. Mostraremos também conceitos básicos de arcos e ângulos, medida de arco, ciclo trigonométrico. No segundo momento exponho a fundamentação teórica, onde mostrarei definições, gráficos, sinais, valores notáveis, composição de curvas, que segundo Philip A. Schmidt e Frank Ayres Jr. são formas mais complexas de movimentos ondulatórios obtidos pela combinação de duas ou mais curvas. No terceiro momento mostraremos alguns gráficos de composição das funções seno e cosseno, começando pelo conceito das funções periódicas, características.

PALAVRAS-CHAVE: Curvas. Funções. Composição. Matemática. História.

A B S T R A C T

At first show at the historic considering that it is very important for teaching and learning. We will also show the basic concepts of arcs and angles, measure arc trigonometric cycle. The second time We expose the theoretical foundation, where show definitions, graphs, signs, notable figures, composition of curves, which according to Philip A. Schmidt and Frank Ayres Jr. are more complex forms of undulations that are obtained by combining two or more curves. In the third phase show some graphics compositing functions sine and cosine.

KEYWORDS: Curves. Functions. Composition. Mathematics. History.

SUMÁRIO

1.0 INTRODUÇÃO

Atualmente entre os professores encontramos opiniões diversas em relação aos avanços tecnológicos implantados em sala de aula, uns olham com desconfiança, outros não sabem muito bem como integrar tais avanços em suas aulas, mas poucos exploram esse novo recurso e quase sempre se deparam com dificuldades que nem sempre podem ser superadas por não ter como trocar ideias e opiniões com outros profissionais.

A escola hoje tem uma nova consciência sobre a construção do conhecimento, com um aluno mais ativo e autônomo, isto associado aos avanços de recursos da informática, fazendo com que o estudante esteja comprometido com o conteúdo relacionando-o com o seu cotidiano.

Quando o aluno interage com algum software a fim de observar transformações e mudanças e fazer associando-o com o seu dia-a-dia, podemos dizer que este indivíduo está construindo o saber. Entendemos que o educando que não interage, não participa da construção do conhecimento, então este é passivo.

Quando implantamos a informática através de software no ensino temos por objetivo principal tornar o aluno mais ativo possível.

O uso de recursos tecnológicos tem facilitado o processo de ensino-aprendizagem, proporcionando maior desempenho visto que eles vão poder visualizar os gráficos e será possível fazer rotações, translações, alongamentos e reflexões, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e participativo.

O presente trabalho tem por objetivo falar sobre Composição de Funções Trigonométricas, dando ênfase as funções seno e cosseno. Mostraremos alguns gráficos e variações dessas funções.

1.1 Objetivos

Aprofundar os conhecimentos sobre funções em particular funções trigonometricas com composições de funções

Aplicar os conhecimentos da trigonometria combinando funções no nosso dia-a-dia.

1.2 Estruturas do trabalho

Este é composto por quatro capítulos, a saber:

No capítulo I, apresentamos um pouco da história da matemática em especial a trigonometria.

No segundo capitulo, faremos um breve estudo sobre os componentes utilizados no estudo das funções circulares

No capitulo seguinte, faremos uma fundamentação teórica abordando o estudo de cada função trigonometrica.

No último capítulo, apresentamos conceitos de funções periodicas, caracteristicas da função trigonométrica e compoisições das curvas e aplicações.

2.0 UM POUCO DE HISTÓRIA

A trigonometria nasceu aproximadamente 300 a.C. com os gregos sendo usada inicialmente para problemas de astronomia. As aplicações práticas começaram em 150 d.C. com Ptolomeu, na determinação de latitude e longitude de cidades. Por volta de 800 d.C. a trigonometria chega ao mundo islâmico, onde evoluiu imensamente na área da astronomia e também na cartografia. Com os portugueses a trigonometria encontrou aplicação de grande valor econômico na navegação oceânica. O astrônomo Hiparco de Nicéia é considerado “o pai da trigonometria" depois de ter construído a primeira tabela trigonométrica, incluindo uma tábua de corda por volta de 180 a 125 a.C. Até 1600 d.C. as aplicações da trigonometria eram usadas na astronomia, cartografia e navegação oceânica.

Outro matemático que contribuiu para evolução da trigonometria foi Menelau de Alexandria ele produziu um tratado sobre cordas num circulo, em seis livros, porém vários deles se perderam. Felizmente o seu tratado de Sphaerica, em três livros, se preservou numa versão árabe e é o trabalho mais antigo conhecido da trigonometria esférica.

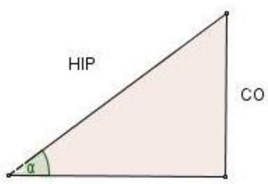
A mais influente e significativa obra da antiguida cde foi a Syntaxis mathematica, escrita por Ptolomeu de Alexandria, com 13 livros. Mais tarde na Arábia passou a ser chamada de Almajesto.

A trigonometria é o ramo da matemática que estuda as relações entre os lados de um triângulo retângulo. Entre os diversos ângulos agudos destacam-se três: 30°, 45° e 60°, os quais chamamos de ângulos notáveis. Dependendo dos lados considerados em um triângulo retângulo denominaremos as proporções entre seus lados com o nome de função trigonométrica: seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante**.**

O círculo trigonométrico foi criado para que possamos ver com mais facilidade as proporções dos triângulos retângulos. Esse consiste em uma circunferência de raio unitário, centrada na origem dos eixos coordenados do plano cartesiano ortogonal. Há dois sentidos adotados para a marcação de um ângulo: o sentido horário (que adotaremos o termo de (ângulo negativo) e o sentido anti-horário adotado (ângulo positivo).

Define-se sen α como sendo a razão entre o cateto oposto a α e a hipotenusa deste triângulo , ou,

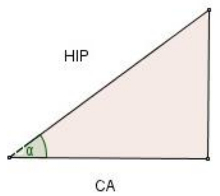
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$



A trigonometria chegou a Europa através dos árabes baseada na trigonometria de meia corda de uma circunferência. Eles tinham traduzidos textos da trigonometria dos sânscritos (língua da Índia com uso litúrgico no hinduísmo, budismo e jainismo.). Com os hindus o seno recebeu o nome de ***jiva*** e com os árabes tornou-se ***jiba.*** Em língua árabe é comum escrever apenas as consoantes de uma palavra, assim os tradutores árabes registraram ***jb.*** Robert de Chester interpretou a palavra como sendo ***jaib*** cujo significado é “baía" ou “enseada”, e escreveu ***sinus*** expressão equivalente em latim. Isto não tem nada haver com o conceito matemático de seno. ***Jiba*** significa a corda de um arco.

O cosseno é obtido através de um triângulo retângulo com um de seus ângulos interno a α, define-se $\cos\alpha$, como sendo a razão entre o cateto adjacente a α e a hipotenusa deste triângulo, ou seja:

$$\cos\alpha = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

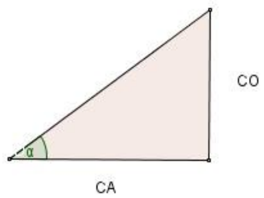


O cosseno surgiu semelhante ao seno em relação ao desenvolvimento de sua notação. Viète usou o termo *sinus residuae.* Em 1920, Gunter sugeriu o nome de Co-sinus. Outros também usaram diversas notações, Cavalieri usou si. 2, Outhfred usou a co arc. e Wallis usou S.

A Tangente é uma função trigonométrica, definida por $tan\ \alpha$ ou $tg\ \alpha$ como sendo a proporção entre o cateto oposto e o cateto adjacente, ou seja:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} \quad ou$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{sen\ \alpha}{\cos\alpha}$$



A função tangente era conhecida antigamente como função sombra, pois tinha a ideia associada por uma vara colocada na horizontal. A variação na elevação do sol causava uma variação no ângulo que os raios solares modificando assim o tamanho da sombra.

Assim a tangente veio por um caminho diferente daquele das cordas que geraram o seno. Primeiramente não foram associados a ângulos, sendo importante apenas para calcular o comprimento de sombras produzidas por objetos. Esta foi muito importante para a criação do relógio de sol. Tales usou esta função juntamente com semelhança de triângulos para calcular altura de pirâmides. O primeiro a usar o nome tangente foi Thomas Fincke em 1853.

As notações para tangente surgiram semelhantes ao seno e cosseno. Cavalieri usou **Ta,** Oughterd **t arc.** e Wallis usou **T.**

Cotangente é uma função trigonométrica. Definida por $cot\ \alpha$ como sendo a proporção entre o cateto adjacente e o cateto oposto. ou seja:

$$\cot\ \alpha = \frac{cateto\ adjacente}{cateto\ oposto}\quad ou$$

$$\cot\ \alpha = \frac{cos\ \alpha}{sen\ \alpha}$$

Secante é uma função trigonométrica, definida por $sec\ \alpha$ como sendo o inverso do cosseno. Ou seja:

$$\sec\ \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

Cossecante é uma função trigonométrica, definida por $cosec\ \alpha$ como sendo o inverso do seno. Ou seja:

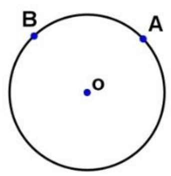
$$\text{cosec}\ \alpha = \frac{1}{sen\ \alpha}\ ou$$

$$\text{cosec}\ \alpha = \frac{hipotenusa}{cateto\ oposto}$$

3.0 COMPONENTES UTILIZADOS NO ESTUDO DAS FUNÇÕES CIRCULARES

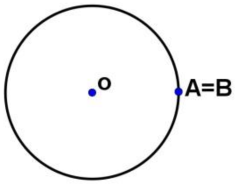
3.1 ARCOS E ÂNGULOS

Segundo Gelson Lezzi (1977, p.1-c), dados dois pontos A e B sobre um circunferência, esta fica dividida em duas partes. Cada uma dessas partes que incluem A e B, é denominada arco de circunferência $\widehat{AB}$.



Arco de circunferência

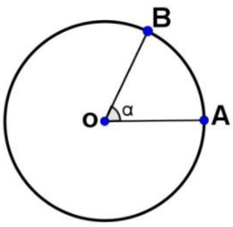
Quando os pontos A e B coincidem, temos dois arcos. Um ***nulo*** e outro que chamamos ***arco de uma volta.***



Arco nulo ou de uma volta

3.2 MEDIDAS DE UM ARCO

Em uma circunferência qualquer de centro O e raio r, demarcaremos dois pontos os quais chamaremos A e B. Na figura, podemos notar a existência do arco AB e de um ângulo central representado pela letra grega α. Para cada arco existente na circunferência temos um ângulo central correspondente, isto é, $med(A\hat{O}B) \ = med\ (AB)$. O comprimento de um arco depende do valor do ângulo central.



3.2.1 MEDIDAS EM GRAU

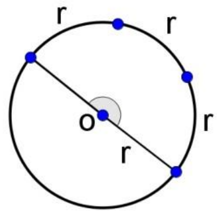
O grau é originário da civilização babilônica, pois acreditavam que o ano tinha um período de 360 dias e por ser o ser sistema de numeração a base sessenta, dividiram o círculo em 360 partes.

Grau é um arco unitário igual a 1/360 e o símbolo que usamos para grau é °. A medida em graus de uma circunferência consiste em dividi-la em 360 partes congruentes entre si, e dessa forma, cada parte equivale a um arco de medida igual a 1º (um grau). Se dividirmos esse arco de 1º em 60 partes teremos cada parte medindo 1’(um minuto) e esse arco de 1’ minuto dividido em 60 partes iguais formam arcos correspondentes a 1” (um segundo). Temos então que: 1º = 60’ e 1’= 60”.

3.2.2 MEDIDAS EM RADIANO

Consiste no arco cujo comprimento é igual á medida do raio da circunferência que o contem. Comprimento $AB = 3r \rightarrow m(AB) = m\left(A\hat{O}B\right) = 3\,rad$. Ao dividirmos o comprimento do arco (l) de uma circunferência pelo seu raio (r), determinamos a medida do ângulo central em radianos.

$$\alpha = \frac{\ell}{r}$$



3.2.3 TRANSFORMAÇÃO DE GRAU PARA RADIANO

Medimos ângulos utilizando como unidade o grau ou o radiano. Uma circunferência possui 360 arcos de abertura igual a 1º. Já com os radianos, dizemos que o arco mede um radiano (1 rad) se o seu comprimento for igual ao comprimento do raio da circunferência que se encontra o arco medido.

A tabela abaixo mostra a relação entre as unidades graus e radianos.

Graus	Radianos
30^0	$\pi/6$
45^0	$\pi/4$
60^0	$\pi/3$
90^0	$\pi/2$
180^0	π
360^0	2π

Para fazermos a conversão de grau em radianos ou vice-versa utilizaremos a relação onde $\pi = 180^0$.

3.2.4 DOMÍNIO

Domínio é o conjunto formado por todas as abscissas dos pontos do gráfico da função.

3.2.5 IMAGEM

Imagem é o conjunto formado por todas as ordenadas dos pontos do gráfico da função.

3.2.6 SINAIS

Para se estudar o sinal de uma função se ela estiver representada no plano cartesiano, basta examinar se é positiva, negativa ou nula a ordenada de cada ponto da curva.

4.0 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA

4.1 ESTUDO DA FUNÇÃO SENO

4.1.1 Definição

Dado um arco AP de medida **x,** definimos como $sen\,x$ a ordenada do ponto **P.** Por definição a função de ℝ em ℝ, a cada x associa-se a:

$$sen\,x = \overline{ON}$$

em que $\overline{ON}$ é a medida de um segmento orientado (pode ser positiva, negativa ou nula).

4.1.2 Estudo de sinais

Como os valores do seno são marcados no eixo das ordenadas Oy, então o seno será positivo no 1º e 2º quadrantes é negativo no 3º e 4º quadrantes.

Sinais				
Quadrante	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**
Seno	+	+	-	-

4.1.3 Valores do seno

seno	0	90	180	270	360
	0	**1**	**0**	**-1**	**0**

4.1.4 Gráfico

4.1.5 Resultados

Domínio da função seno é o conjunto dos números reais, portanto, a curva é continua à direita de 2π e á esquerda de 0.

Domínio $D(f) = \mathbb{R}$

O conjunto imagem da função seno é o intervalo de $[-1\,,1]$, portanto, a função seno assume com valor mínimo -1 e como valor máximo $+1$.

Imagem $Im(f) = \{y \in \mathbb{R}/-1 \leq y \leq 1\}$

O período da função seno é 2π, pois o valor de $f(x)$ da função seno se repete a cada intervalo de período 2π para valores de x.

Período = 2π

4.2 ESTUDO DA FUNÇÃO COSSENO

4.2.1 Definição

Dado um arco AP de medida **x,** definimos como cos x a abscissa do ponto **P** e representamos assim: Por definição a função de ℝ em ℝ, a cada x associa-se a:

$$cos\ x = OM$$

em que OM é a medida de um segmento orientado (pode ser positiva, negativa ou nula).

4.2.2 Estudo de sinais

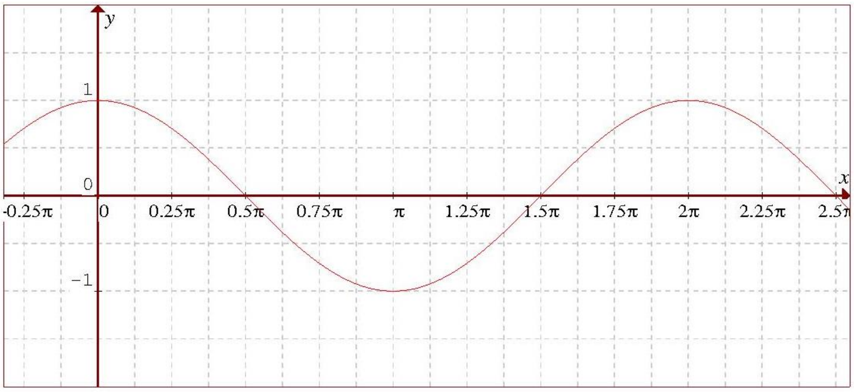
Como os valores do cosseno são marcados no eixo das abscissas Ox, então o cosseno será positivo no 1º e 4º quadrantes é negativo no 2º e 3º quadrantes.

Sinais				
Quadrante	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**
Cosseno	+	-	-	+

4.2.3 Valores cosseno

Cosseno	0	90	180	270	360
	1	**0**	**-1**	**0**	**1**

4.2.4 Gráfico



4.2.5 Resultados

Domínio da função seno é o conjunto dos números reais, portanto, a curva é continua á direita de 2π e á esquerda de 0.

Domínio $D(f) = \mathbb{R}$

O conjunto imagem da função seno é o intervalo de $[-1\ ,1]$, portanto, a função seno assume com valor mínimo -1 e como valor máximo $+1$.

Imagem $Im(f) = \{y \in \mathbb{R}/-1 \leq y \leq 1\}$

O período da função seno é o 2π, pois o valor de $f(x)$ da função seno se repete a cada intervalo de período 2π para valores de x.

Período = 2π

4.3 ESTUDO DA FUNÇÃO TANGENTE

4.3.1 Definição

Dado um arco AP de medida **x** radianos com $(\boldsymbol{x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi})$**,** define-se como tangente de x a medida de $\overline{AT}\cdot$. Por definição a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, a cada x associa-se a:

$$cosseno\ x = \overline{AT}$$

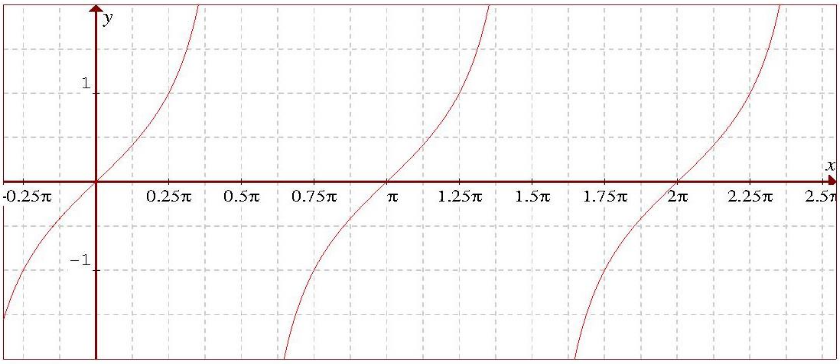
4.3.2 Estudo de sinais

Sinais				
Quadrante	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**
Tangente	+	-	+	-

4.3.3 Valores da tangente

tangente	0	90	180	270	360
	0	$\nexists$	**0**	$\nexists$	**0**

4.3.4 Gráfico



4.3.5 Conclusões

Domínio $D(f) = \mathbb{R} - \frac{\pi}{2} + n.\pi \quad , n \in \mathbb{Z}$

Imagem$Im(f) = \mathbb{R}$

Período = π

4.4 ESTUDO DA FUNÇÃO COSSECANTE

4.5.1 Definição

Chamamos de função cossecante a função definida por $f(x) = cossec\ x$ ou $f(x) = \frac{1}{sen\ x}$., para todo $x \in \mathbb{R}$ tal que $sen\ x \neq 0$.

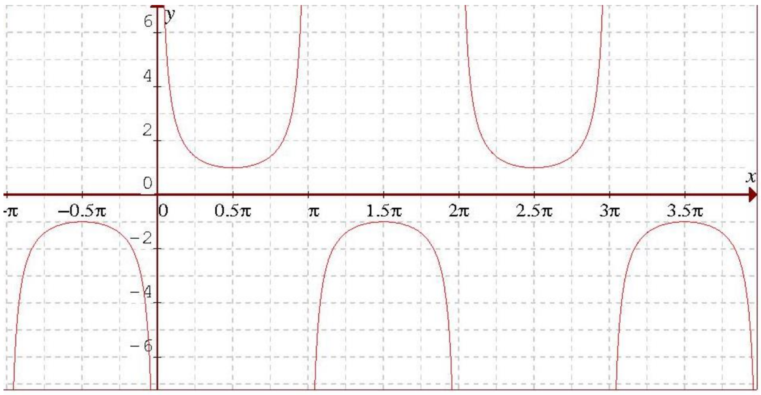
4.5.2 Estudo de sinais

Sinais				
Quadrante	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**
Cossecante	+	+	**-**	**-**

4.5.3 Valores da Cossecante

Cossecante	0	90	180	270	360
	∄	**1**	∄	**-1**	∄

4.5.4 Gráfico



4.5.5 Resultados

Domínio $D(f) = \mathbb{R} - \{n.\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

Imagem$Im(f) = \{y \in \mathbb{R}/y \leq -1 \ \ ou\ y \geq 1\}$

Período = 2π

4.5 ESTUDO DA FUNÇÃO SECANTE

4.5.1 Definição

Chamamos de função secante a função definida por $f(x) = \sec x$ ou $f(x) = \frac{1}{cos\ x}$·, para todo $x \in \mathbb{R}$ tal que $cos\ x \neq 0$.

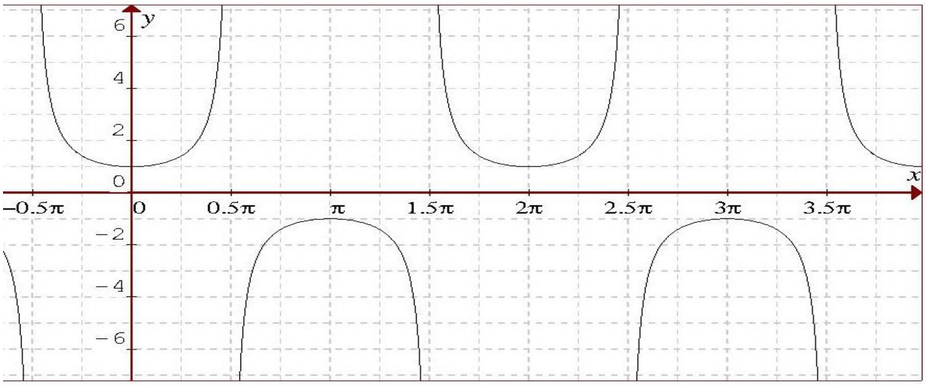
4.5.2 Estudo de Sinais

Sinais				
Quadrante	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**
Secante	+	-	-	+

4.5.3 Valores da Secante

secante	0	90	180	270	360
	1	**∄**	**-1**	**∄**	**1**

4.5.4 Gráfico



4.5.5 Resultados

Domínio $D(f) = \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + n.\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

Imagem $Im(f) = \pi$

Período = 2π

4.6 ESTUDO DA FUNÇÃO COTANGENTE

4.6.1 Definição

Chamamos de função cotangente a função definida por $f(x) = cotg\ x$ ou $f(x) = \frac{\cos x}{sen\ x}$, para todo $x \in \mathbb{R}$ tal que $cos\ x \neq 0$.

4.6.2 Estudo de sinais

Sinais				
Quadrante	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**
Cotangente	+	-	+	-

4.6.3 Valores da Cotangente

Cotangente	0	90	180	270	360
	∄	**0**	**∄**	**0**	**∄**

4.6.4 Gráfico

4.6.5 Resultados

Domínio $D(f) = \mathbb{R} - \{n.\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

Imagem $Im(f) = \pi$

Período = π

5.0–APLICAÇÕES

5.1– FUNÇÕES PERIÓDICAS

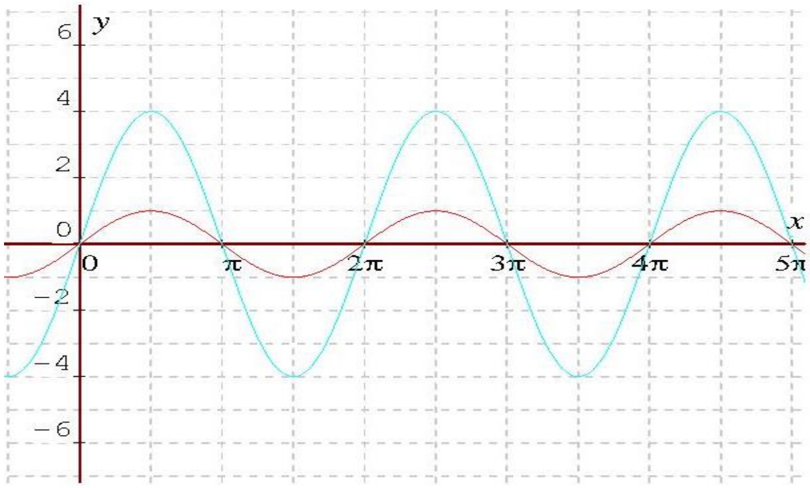
Funções que têm comportamento especial, visível em seu gráfico; a curva apresenta as mesmas características em intervalos regulares.

5.2– CARACTERÍSTICA DA FUNÇÃO TRIGONOMÉTRICA

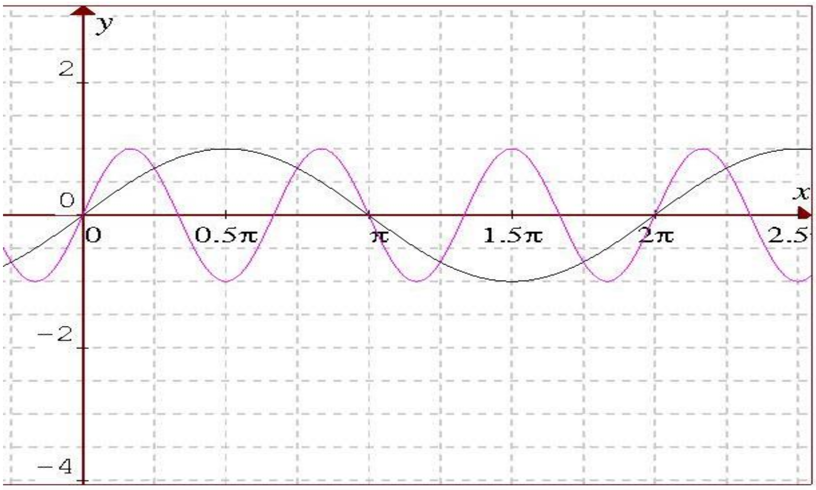
As características das funções trigonométricas são: Amplitude e período.

Amplitude: É a metade da distância vertical entre dois picos.
Período: É a distância horizontal entre dois picos sucessivos da onda.

A função $y = sen\ x$ tem amplitude 1 e período 2π
De forma geral temos $y = a\ sen\ x$,sendo $a\ > 0$ assim a amplitude é a e o período 2π .
Exemplo: $y =\ 4senx$
Amplitude = 4 e período $= 2\pi$

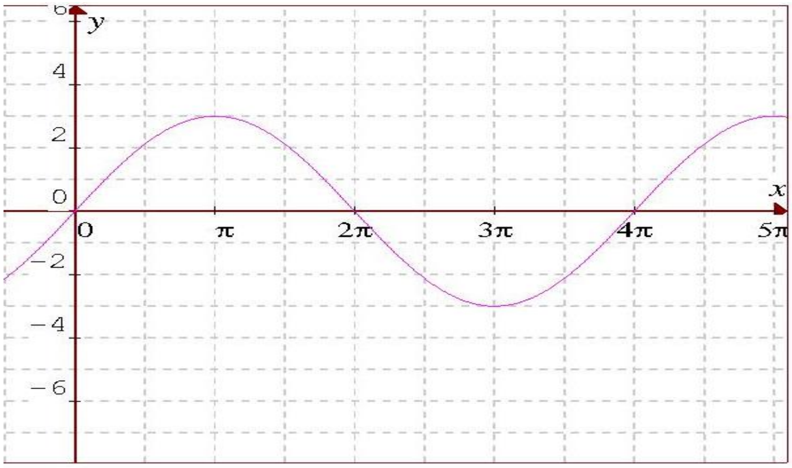


Daí , quando tivermos $y = \ sen\ bx$, onde $b\ > 0$, a amplitude é 1 e o período é $\frac{2\pi}{b}$.
Exemplo: $y = sen\ 3x$
Amplitude $=$ 1 e período $= \frac{2\pi}{3}$



A curva geral para o seno será a equação $y = a\ sen\ bx$ (em que $a > 0$ e $b > 0$), a amplitude é a e o periodo $\frac{2\pi}{b}$

Exemplo: $y = 3sen\ \frac{1}{2}x$
Amplitude $=$ 3 e período $= \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

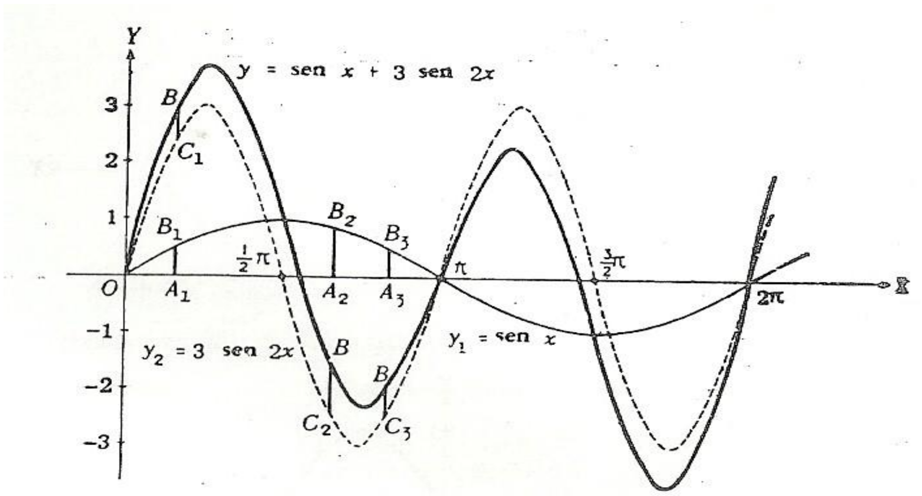


5.3- COMPOSIÇÃO DAS CURVAS

Segundo Philip A. Schmidt e Frank Ayres Jr. São formas mais complexas de movimentos ondulatórios obtidas pela combinação de duas ou mais funções do seno. O método usado para a criação a adição de ordenadas que será ilustrado no exemplo abaixo:

Construir o gráfico de $y = sen\ x + 3\ sen\ 2x$

Primeiro fazer as curvas $y_1 = sen\ x$ e $y = 3\ sen\ 2x$ nos mesmos eixos. Assim após ter construído os gráficos fazer a soma algébrica das ordenadas A_1B_1 de $y_1 = sen\ x$ e A_1c_1 de $y_1 = 3\ sen\ 2x$.Também $A_2B = A_2B_2 + A_2C_2$ e $A_3B = A_3B_3 + A_3C_3$ e assim por diante

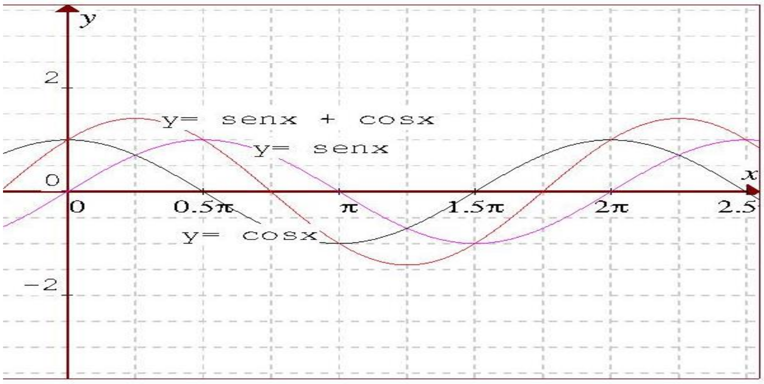


x	$sen\ x$	$3sen\ 2x$	$y = senx\ + 3sen\ 2x$
0	0	0	0
$\pi/2$	1	3	4
π	0	0	0

$3\pi/2$	-1	-3	-4
2π	0	0	0

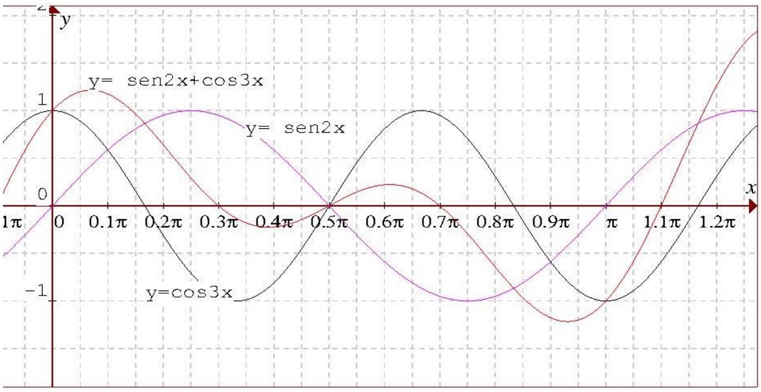
Traçar o gráfico da função $y = \ sen\ x + \cos x$

Em primeiro lugar as curvas de $y_1 = sen\ x$ e $y_1 = \cos x$ são construídas nos mesmos eixos e depois faremos a soma algébrica



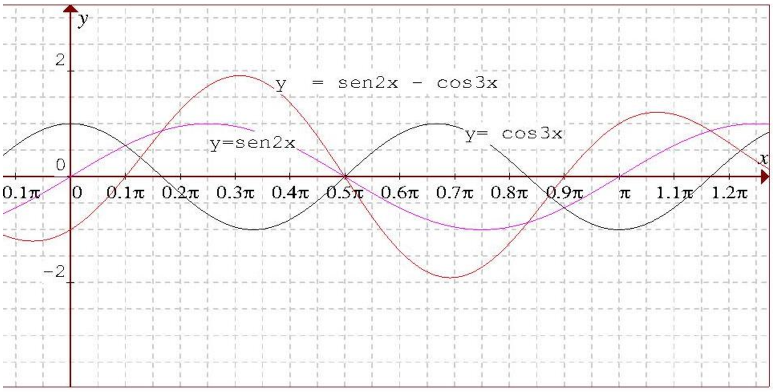
Traçar o gráfico da função $y = \ sen\ 2x + \cos 3x$

Em primeiro lugar as curvas de $y_1 = sen\ 2x$ e $y_1 = \cos 3x$ são construídas nos mesmos eixos e depois faremos a soma algébrica

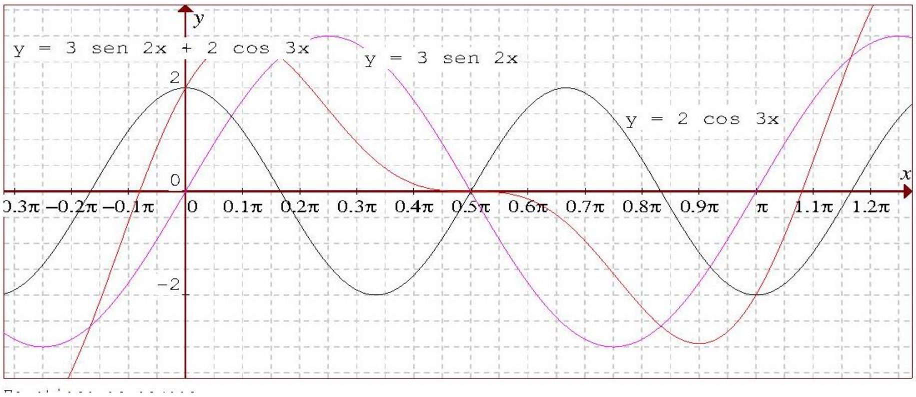


Traçar o gráfico da função $y = \ sen\ 2x - \cos 3x$

Em primeiro lugar as curvas de $y_1 = sen\ 2x$ e $y_1 = \cos 3x$ são construídas nos mesmos eixos e depois faremos a subtração algébrica



Traçar o gráfico da função $y = 3sen\ 2x + 2\cos 3x$



APLICAÇÃO NO CALCULO DO NASCER E PÔR DO SOL

O Cálculo é realizado através fórmulas de astronomia, que calcula a duração do dia, para determinada latitude de qualquer lugar da terra. Após o cálculo da duração do dia, divide-se este tempo em 2 partes, subtraindo uma parcela do meio-dia, para obter o nascer do dia, e somando a outra parcela igual ao meio-dia, para obter o pôr do sol.É necessário fazer algumas correções de alguns minutos caso a cidade não esteja em cima do meridiano do fuso horário local.

Para os cálculos deve-se dispor dos seguintes dados:

Latitude

Longitude

Fuso Horário oficial da cidade

Fórmulas:

$$T_d = \frac{2}{15} arccos(-tan\emptyset . tan\delta)$$

onde

Td é o tempo de duração do dia

$\emptyset$ é a latitude da cidade (para cidades do hemisfério sul, o sinal é negativo)

$\boldsymbol{\delta}$ é a declinação da Terra, que é calculada pela fórmula:

$$\delta = 23,45 sen(\frac{360}{365}(284 + n))$$

n é o dia sequencial do ano (1º de janeiro é 1, 1º de fevereiro é 32, ... 31 de dezembro é 365 ou 366 se bissexto)

Devemos dividir o tempo de duração do dia por 2. Agora subtrai-se do meio-dia o valor de Td, seguido da soma de Td ao meio-dia, assim temos a hora do nascer e pôr do sol.

A correção do fuso horário é feito através de regra de três simples. Sabendo que uma hora coresponde a 15º.

Aplica-se a referida correção aos horários inicialmente encontrados. Se a cidade estiver à esquerda do meridiano do fuso, há um atraso, ou seja, deve-se somar os minutos calculados, se for à direita subtrai-se.

Local: **Campina Grande (Rua Geraldo Ribeiro Dias, 579)**

Latitude: **-7° 15' 27.557"** (-7,257654722)

Longitude: **-35° 54' 35.895"** (35,90997083)

Cálculo para o dia 20 de julho (n=201)

$$\delta = 23,45 sen(\frac{360}{365}(284 + 201))$$

$$\delta = 23,45 . 0,880012204 = 20,63628618$$

$$T = \frac{2}{15} arccos(-tan(-7,257654722) . tan(20,63628618)) =$$

$$= \frac{2}{15} arccos(-(-0,1273518326) . (0,3765982503)) =$$

$$= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{15}}\boldsymbol{arccos}(\mathbf{0,04796047733}) = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{15}} * \mathbf{87,2510125} = \mathbf{11,63346833}$$

O número de horas de sol neste dia é 11,63346833 ou 11h 38min 0 seg.

$$\frac{11{,}63346833}{2} = 5{,}816734165$$
$$12 - 5{,}816734165 = 6{,}183265835$$
$$12 + 5{,}816734165 = 17{,}81673417$$

Passando 6,183265835 para horas/minutos/segundos:

$$0{,}183265835 * 60 = 10{,}9959501 = 10\,min$$
$$0{,}9959501 * 60 = 26{,}86 = 59\,seg$$

Passando 17,81673417 para horas/minutos/segundos:

$$0{,}81673417 \; * 60 = 49{,}0040502 = 49\,min$$
$$0{,}0040502 * 60 = 0.27012 = 0\,seg$$

Nascer: 6h 10min 59s
Pôr: 17h 49min 0s

Correção de Longitude:

λ= 35,90997083
Fuso=45°
Diferença=35,90997083°-45 °= -9,09002917°

Fazendo uma regra de três:
15° -------------------- 60 min
-9,09002917° -------- x min

$$x = \frac{-9{,}09002917° * 60}{15} = -36{,}36011668\,min$$
$$= \;36\,min$$
$$= \;0{,}36011668\,min \;\; = \;21\,seg$$

Assim, a correção fica em 36 min 21 seg, ficando, para Campina Grande (marco zero), no dia 20 de julho 2014:
Nascer: 6h 10min 59 seg - 36 min 21 seg = **5 h 34 min 38 seg**
Pôr do sol: 17h 49 min 0 seg - 36min 21 seg = **17 h 12 min 39 seg**
Observação:
A correção da longitude é constante para qualquer dia do ano, para uma mesma cidade. Para uma mesma cidade (mesma latitude), só o que varia é o n (dia do ano). Logo pode-se sintetizar as duas fórmulas de **Td** e $\boldsymbol{\delta}$, com valores constantes da latitude.
Como exemplo, para Campina Grande:

$$\boldsymbol{T} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{15}}\boldsymbol{arccos}\left(\mathbf{0,1273518326} * \mathbf{tan}\left(\mathbf{23,45} * \boldsymbol{sen}\left(\frac{\mathbf{72}}{\mathbf{73}}(\mathbf{284} + \boldsymbol{n})\right)\right)\right)$$

6.0 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos concluir que a trigonometria sempre encantou a humanidade com diversas aplicações usadas no dia-a-dia, que ao longo dos anos foi se aperfeiçoando criando funções e depois juntando essas funções com outras dando origem ao que conhecemos como composição de funções.

Historicamente, a Trigonometria é tida como um dos importantes ramos da Matemática. Desde a Antiguidade, muitos estudiosos tem dela se ocupado, desenvolvendo atividades relacionadas com atividades diárias tais como agrimensura, arquitetura, edificações, navegação, dentre outras, inclusive com outros conteúdos da própria Matemática.

Durante a estruturação deste trabalho, fomos estimulados a caminhar através de experiências que nos propiciaram, além da ampliação de conhecimentos, o gosto pela Trigonometria..

A idéia, que não é original, tomou forma, diante da curiosidade de estudar possíveis composições entre as funções circulares e posteriormente, divulgar alguns desses experimentos. Embora o ensino em Trigonometria venha se fortalecendo gradativamente, para grande parte dos alunos, a aprendizagem se dá através da memorização, uma vez que os professores não valorizam as definições, demonstrações, obtenção de resultados e aplicações motivadoras. Nesse sentido, o professor deve está sempre motivado e, em suas abordagens, reservar espaços para atividades que envolvam aspectos dedutivos, demonstrativos, se possível relacionando suas atividades com a sua evolução através dos tempos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Função trigonométrica. Disponivel em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Fun%C3%A7%C3%A3o_trigonom%C3%A9trica>. Acesso em: 2 nov. 2012.

História da Função trigonométrica. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Hist%C3%B3ria_das_fun%C3%A7%C3%B5es_trigonom%C3%A9tricas>.Acesso em: 2 nov. 2012.

Trigonometria. Disponível em:< http://pt.wikipedia.org/wiki/Trigonométrica>.Acesso em: 2 ago. 2013.

Função seno. Disponível em:< http://pt.wikipedia.org/wiki/Seno>.Acesso em: 2 ago. 2013.

Função cosseno. Disponível em:< http://pt.wikipedia.org/wiki/Cosseno>.Acesso em: 2 ago. 2013.

Um pouco da História da Trigonometria. Disponível em:<http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonométrica.htm>.Acesso em: 2 ago. 2013.

Origem da palavra seno e cosseno. Disponível em:< http://www.fazendomatematica.com/2010/09/origem-das-palavras-seno-cosseno.html >.Acesso em: 10 mar. 2012.

Função Tangente. Disponível em:< http://pt.wikipedia.org/wiki/Tangente>.Acesso em: 2 ago. 2013.

Medida de um arco. Disponível em:< http://www.brasilescola.com/matematica/medida-de-um-arco.htm>.Acesso em: 2 ago. 2013.

Medida de arcos circunferência . Disponível em:< http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/medidas-arcos-circunferencia.htm >.Acesso em: 2 ago. 2013.

Arcos e Angulos . Disponível em:< http://pt.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1tica_elementar/Trigonométrica/Arcos_e_%C3%A2ngulos#O_ciclo_trigonom.C3.A9trico>.Acesso em: 2 ago. 2013.