



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA  
PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO**

**DSÂNGELA MARIA FALCÃO GONÇALVES**

**CONSEQUÊNCIAS DAS DIFICULDADES COM NÚMEROS  
RACIONAIS NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO: UM ESTUDO**

**Campina Grande – PB  
2014**

# **DSÂNGELA MARIA FALCÃO GONÇALVES**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática para professores do Ensino Médio, da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>ª</sup>. MSc. Maria da Conceição Vieira Fernandes

**Co-orientadora:** Prof<sup>ª</sup>. MSc Maria Betânia Fernandes Vasconcelos

**Campina Grande – PB  
2014**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

G586c Gonçalves, Dsângela Maria Falcão.  
Consequências das dificuldades com números racionais na  
aprendizagem de função [manuscrito] : um estudo / Dsângela  
Maria Falcão Gonçalves. - 2014.  
59 p. : il. color.

Digitado.

Monografia (Especialização em Educação Matemática para  
Professores do Ensino Médio) - Universidade Estadual da Paraíba,  
Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

"Orientação: Profa. Ma. Maria da Conceição Vieira  
Fernandes, Departamento de Matemática".

"Co-Orientação: Profa. Dra. Maria Betânia Fernandes  
Vasconcelos, Departamento de Matemática".

1. Números racionais. 2. Função. 3. Ensino-Aprendizagem.

I. Título.

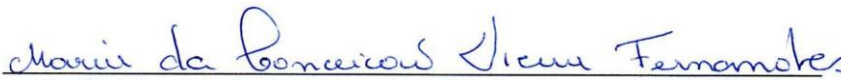
21. ed. CDD 372.7

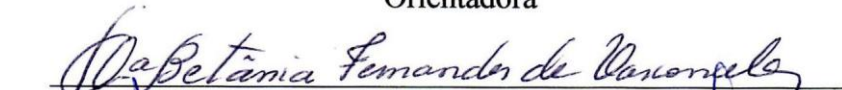
**DSÂNGELA MARIA FALCÃO GONÇALVES**

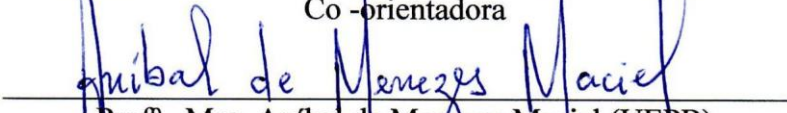
**CONSEQUÊNCIAS DAS DIFICULDADES COM NÚMEROS  
RACIONAIS NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO: UM ESTUDO**

**Monografia apresentada em: 04/08 / 2014**

**BANCA EXAMINADORA**

  
Prof.<sup>a</sup>. Msc. Maria da Conceição Vieira Fernandes (UEPB)  
Orientadora

  
Prof.<sup>a</sup>. Msc. Maria Betânia Fernandes Vasconcelos (UEPB)  
Co-orientadora

  
Prof.<sup>o</sup>. Msc. Aníbal de Menezes Maciel (UEPB)  
Examinador

Dedico este trabalho aos meus familiares e em especial aos meus pais, ao meu querido esposo Antônio e a minha amada filha Caroline que são o meu incentivo para uma vida de luta.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me iluminado proporcionando força, coragem e determinação, tornando possível a realização de um dos meus sonhos.

As orientadoras: Maria da Conceição Vieira Fernandes e Maria Betânia Fernandes Vasconcelos, agradeço pelo incentivo, amizade, competência e compreensão que tiveram, ajudando em tudo o que foi necessário para a concretização deste trabalho.

Aos professores do curso de especialização em Educação Matemática para Professores do Ensino Médio, por terem sido compreensíveis nos momentos mais difíceis dos nossos estudos.

Ao professor: Aníbal de Menezes Maciel, por aceitar participar da banca examinadora.

À todos da UEPB, que contribuíram de alguma forma no que foi necessário no decorrer do curso.

Aos colegas do curso, por me apoiarem nos momentos que mais precisei.

À minha família, que soube compreender meus momentos de ausência em certas ocasiões, para estudar. Em especial, ao meu esposo Antônio e a minha filha Caroline, por terem sido os maiores responsáveis para a realização deste sonho.

## RESUMO

O presente estudo objetivou identificar e analisar os erros apresentados pelos alunos sobre o conteúdo de números racionais, que vão influenciar na aprendizagem do conteúdo de função no 1º Ano do Ensino Médio. O trabalho teve como respaldo teórico documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006) e Orientações Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2006); estudiosos da matemática como Even (2002) e Dante (2005) e também autores que fundamentaram a análise dos erros cometidos pelos alunos ao realizarem atividades com números racionais, como Cury (2007), Souza (2002) e Silva (2012). Este estudo envolveu uma pesquisa participativa, utilizando quanto à análise de dados, uma abordagem predominantemente qualitativa, tendo como sujeitos os alunos de uma turma do 1º Ano do Ensino Médio da Escola Melquíades Vilar, situada no município de Taperoá – PB. Quanto à organização, o trabalho está estruturado em quatro capítulos: O primeiro diz respeito aos fundamentos do ensino atual de função, as principais dificuldades apresentadas no seu ensino, a importância de outros conteúdos para sua aprendizagem e às justificativas para a escolha desse tema. Além disso, traçamos os objetivos deste estudo e o estudo metodológico adotado e a organização do trabalho. O segundo capítulo inicia-se com uma explanação teórica sobre análise de erros na visão de alguns autores segundo a educadora matemática Cury. Além disso, abordaremos a construção da aprendizagem a partir do erro, segundo diferentes autores. O terceiro capítulo traz uma apresentação do local e dos sujeitos da pesquisa e dos objetivos referente aos três momentos da pesquisa e conseqüentemente os seus resultados. Há também o relato das atividades aplicadas, com comentários das respostas dos alunos. Com o intuito de obter informações necessárias para respaldar ou contradizer a hipótese. Finalmente, no quarto capítulo, as considerações finais e algumas sugestões, que talvez possam possibilitar a melhoria do ensino-aprendizagem de Funções. Constatamos neste estudo, por meio da identificação dos erros dos alunos que existem lacunas na aprendizagem de números racionais, dificultando a aprendizagem de função.

**Palavras-chave:** Números Racionais. Função. Erros. Ensino-Aprendizagem.

## ABSTRACT

This study aimed to identify and analyze the errors made by the students about the content of rational numbers, which will influence the learning content according to the 1st year of high school. The theoretical work was supported by official documents such as the National Curricular Parameters (BRAZIL, 2006) and High School (2006) National Curriculum Guidelines; Even as scholars of mathematics (2002) and Dante (2005) and also authors that underlie the analysis of errors made by students in performing activities with rational numbers, as Cury (2007), Souza (2002) and Silva (2012). This study involved a participatory research, using as data analysis, a predominantly qualitative approach, having as subject the students in a class of 1st year of High School School Melquiades Vilar, in the municipality of Taperoá - PB. As for the organization, the work is divided into four chapters: The first concerns the foundations of the current teaching role, the main difficulties encountered in their teaching, the importance of other content to their learning and the justifications for the choice of this theme. Moreover, we establish the objectives of this study and the study methodology adopted and the organization of work. The second chapter begins with a theoretical explanation of error analysis in the view of some authors seconds mathematics educator Cury. In addition, we discuss the construction of learning from the mistake, according to different authors. The third chapter contains a presentation of the site and of the research subjects and objectives related to the three stages of research and consequently their results. There is also the story of the activities implemented with comments from student responses. In order to obtain information necessary to support or contradict the hypothesis. Finally, in the fourth chapter, the concluding remarks and some suggestions that may perhaps enable the improvement of the teaching-learning functions. Found in this study, by identifying the errors the students that there are gaps in learning rational numbers, affecting the learning function.

Keywords: Rational Numbers, Function, Errors, Teaching-Learning.



## SUMÁRIO

<b>I- SITUANDO A PESQUISA.....</b>	<b>09</b>
1.1.ENSINO ATUAL DE FUNÇÃO.....	10
1.2.OS SABERES PRÉ-EXISTENTES: CAMINHOS PARA NOVOS SABERES.....	12
1.3.JUSTIFICATIVA E PROBLEMATIZAÇÃO DA PESQUISA.....	13
1.4.OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	13
1.5.ESTRUTURAÇÃO DA PESQUISA.....	14
<b>II- O ERRO E A APRENDIZAGEM.....</b>	<b>15</b>
2.1.ANÁLISE DE ERRO NA VISÃO DE ALGUNS AUTORES SEGUNDO A EDUCADORA MATEMÁTICA CURY.....	15
2.2.A CONSTRUÇÃO DA APRENDIZAGEM A PARTIR DO ERRO.....	20
<b>III- AS ATIVIDADES AVALIATIVAS: UMA ANÁLISE DOS ERROS DOS ALUNOS.....</b>	<b>24</b>
3.1. CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA ONDE FOI REALIZADA A PESQUISA.....	24
3.2. O QUE OS ALUNOS SABEM SOBRE NÚMEROS RACIONAIS.....	26
3.3. INTERVENÇÃO E SEUS RESULTADOS.....	29
3.4.ATIVIDADE DE FUNÇÃO ENVOLVENDO NÚMEROS RACIONAIS.....	34
<b>IV- CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>45</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>47</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>48</b>
<b>ANEXO 1- CONHECIMENTO SOBRE NÚMEROS RACIONAIS.....</b>	<b>49</b>
<b>ANEXO 2- ATIVIDADES DE AVALIAÇÃO APÓS INTERVENÇÃO.....</b>	<b>50</b>
<b>ANEXO 3- ATIVIDADES SOBRE FUNÇÃO.....</b>	<b>55</b>

## I- SITUANDO A PESQUISA

Na experiência como professora de matemática no Ensino Médio, frequentemente encontramos alunos que apresentam dificuldades no que diz respeito ao conteúdo de função. Em busca de identificar os erros na aprendizagem desse conteúdo, um conceito que chama atenção é o dos números racionais. Observamos através dos erros cometidos pelos alunos, grande dificuldade de aprendizagem em relação aos números racionais. Uma das causas para que isso ocorra é a forma como esse conteúdo é apresentado aos alunos. Deveria ser primordial que eles assimilassem os processos envolvidos, suas operações e propriedades e entendessem o processo de desenvolvimento do conteúdo. Não resolver simplesmente o problema, mas sim interpretá-lo. Segundo as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM) (2006):

As propriedades relativas às operações com números reais devem ser trabalhadas de modo que permitam ao aluno a compreensão das estruturas dos algoritmos, prevenindo recorrentes erros na resolução de problemas que envolvam manipulações algébricas. [...] Mesmo que as operações e os algoritmos já tenham sido estudados no ensino fundamental, é importante retomar esses pontos, aproveitando a maior maturidade dos alunos para entender os pontos delicados dos argumentos que explicam essas operações e algoritmos. (BRASIL, p.71).

Sabemos que o conceito de função não surgiu de uma hora para outra, este conhecimento matemático formalizado que conhecemos hoje, passou por grandes transformações. Muitos matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento desse conceito trabalhavam com linhas de pensamento muitas das vezes, diferentes.

No desenvolvimento do conceito de função, muitos matemáticos tiveram sua parcela de contribuição. Segundo Eves (2002, p 65) Leibniz em 1694 parece ter introduzido a palavra função para expressar qualquer quantidade associada a uma curva; Johann Bernoulli em 1718 considerou uma função como uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes; Euler definiu função como equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes; Joseph Fourier (1768-1830) considerou em suas pesquisas, as séries trigonométricas; Lejeune Dirichlet (1805-1859) na tentativa de dar uma definição de função ampla chegou a formulação:

Uma variável é um símbolo que representa qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis  $x$  e  $y$  estão relacionados de maneira que, sempre que se atribui um valor a  $x$ , corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a  $y$ , então se diz que  $y$  é uma função (unívoca) de  $x$ . A variável  $x$ , à qual se atribui valores a vontade, é chamada variável independente e a variável  $y$ , cujos

valores dependem dos valores de  $x$ , é chamada de variável dependente. Os valores possíveis que  $x$  pode assumir constituem o campo de definição da função e os valores assumidos por  $y$  constituem o campo de valores da função.

Atualmente, a definição de função que é empregada por diversos autores, na qual se utiliza a teoria dos conjuntos, segundo Dante (2005, p. 48), pode ser expressa por: “Dados dois conjuntos não-vazios **A** e **B**, uma função de **A** em **B** é uma regra que diz como associar cada elemento  $x \in A$  a um único elemento  $y \in B$ .”

Assim observa-se como o conceito de função se transformou ao longo do tempo e o envolvimento de vários estudiosos matemáticos a busca de uma definição mais completa.

### 1.1. ENSINO ATUAL DE FUNÇÃO: ALGUMAS DIFICULDADES

Uma das dificuldades que percebemos no ensino de função, é o uso da linguagem matemática utilizada pela maioria dos professores, ou seja, a preocupação excessiva por parte de muitos deles com apresentações formais, onde o conceito de função é apresentado pelos professores de forma pronta e acabada. Para essa concepção de ensino, [...] “a introdução de um novo conceito dar-se-ia pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como padrão, e aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores” [...] (BRASIL, 2006, p. 81).

Dessa forma, o uso equivocado da linguagem no Ensino Médio, atrapalha o desenvolvimento do aluno, já que esconde o que há de mais importante na Matemática, que são as idéias. Um exemplo onde ocorre esse erro é ao apresentar o conceito de função, sem antes transmitir a idéia intuitiva de função, tais como: noções de correspondência, dependência, domínio e imagem, etc. “O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; [...]entre outras”.(BRASIL, 2006, p. 72).

Nessa direção, ressaltamos a necessidade de trazer para a sala de aula, situações diversas que expressem fenômenos da realidade. Sobre isso Bertoni afirma que:

[...] o início de tudo, deveriam ser situações significativas que tornassem o conceito útil e necessário. A partir do confronto dos alunos com tais situações, os outros componentes constitutivos da formação do conceito afluíram e desdobraram-se, naturalmente ou com mediação do professor – esquemas, invariantes e representações. (BERTONI, 2008, p.4, *Apud* PROCHNOW, 2010, p. 15).

Um exemplo está no livro didático de Dante (2005, p. 44-45), onde o autor começa o capítulo de função introduzindo o conceito de função a partir de situações-problema, contextualizadas, envolvendo as relações de dependência entre duas grandezas. Em seguida, formaliza o conceito de função, bem como o de domínio, contradomínio e imagem via conjuntos, através da utilização de diagramas de Venn e flecha.

Esta forma de apresentar a idéia de função tem como premissa que os conceitos sejam uma construção pelo próprio aluno, ao ser colocado em situação de resolução de problemas. Ou seja, “[...] a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem”. (BRASIL, 2006, p. 81).

Conforme Silva (2007):

A investigação de padrões em contextos numéricos e geométricos, o reconhecimento de regularidades, e a generalização por meio de regras que os próprios alunos podem formular, permitem que aprendizagem da álgebra, e em particular do conceito de função, se processe de um modo gradual e ajudam a desenvolver a capacidade de abstração, que é essencial para a compreensão do conceito de função. (p. 82-83).

Dessa forma, cabe a nós professores, transmitir um saber conectado do contexto do aluno, a partir dos conhecimentos já adquiridos por eles que são dotados de saberes e imaginação e produzir questões que os levem, de forma gradual, à elaboração de novos conceitos. De acordo com as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2006):

A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva (BRASIL, p. 69-70).

Segundo relato de colegas professores no ambiente de trabalho constatamos que estes atribuem dificuldades no ensino de função ao processo de formação inicial que não lhes possibilita desenvolver as habilidades necessárias para exercer a prática.

Sabemos que há um distanciamento entre a organização curricular que compõe a Licenciatura em matemática e os conteúdos ensinados no campo profissional, contribuindo para que os professores do Ensino Médio, sintam-se geralmente despreparados para lecionar. Isto contribui para que eles atribuam ao livro didático o mais forte recurso, pois é nele quase sempre onde o professor aprende aquilo que vai transmitir a seus alunos, e é apoiado nesse

recurso, que os professores transmitem um conhecimento desconectado da realidade de seus alunos. Vejamos o que diz as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio(2006) a respeito do livro didático:

[...] o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que “o mais importante no ensino de matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa”. [...] É importante, pois, que o livro didático de Matemática seja visto não como um substituto de orientações curriculares, mas como um recurso a mais. (BRASIL, p. 86)

Portanto, é competência do professor fazer as adequações necessárias. “É o momento em que cada professor vai transformar os conteúdos que lhe foram designados em conhecimentos a serem efetivamente ensinados”. (BRASIL, 2006, p.83).

## 1.2. OS SABERES PRÉ-EXISTENTES: CAMINHOS PARA NOVOS SABERES

Verifica-se que muitos conteúdos estudados no Ensino Fundamental são pré-requisitos para o ensino de funções, como por exemplo: o conhecimento de número real, em particular número racional. Com relação a esse conteúdo, a nossa experiência em sala de aula tem mostrado que os alunos, por motivos diversos, ao chegarem no Ensino Médio não domina tal assunto.“ É pertinente, nesse nível de escolaridade, caracterizar os números racionais/irracionais por meio de suas expansões decimais e localizar alguns desses números na reta numérica”. (BRASIL, 2006, p.71).

Para a formação do conceito de função, que ao nosso entendimento é de grande importância para a formação de outros conceitos, tanto em nível Médio quanto em nível Superior, é que se faz necessário que a aprendizagem dos conteúdos de Ensino Fundamental, em especial de números racionais tenha de fato ocorrido.

Cabe ao professor certificar-se das dificuldades mais frequentes em relação a esse assunto e promover caminhos para que os alunos possam superar tais obstáculos. Ao abordar esse conteúdo os professores, devem se preocupar com a linguagem utilizada no trato das informações para que o aluno entenda o processo de formação e operação desse conteúdo.

### 1.3 JUSTIFICATIVA E PROBLEMATIZAÇÃO DA PESQUISA

Durante toda essa jornada como professora de Matemática, observamos as dificuldades encontradas pelos alunos na compreensão e significação dos números racionais. Ao conversássemos com colegas de trabalho e ouvíssemos, que o fracasso no Ensino Médio, em particular na primeira série do Ensino Médio, se dava, pois, boa parte dos alunos não conseguia apresentar um bom desempenho em conteúdos que exigissem conceitos anteriormente vistos no ensino fundamental, principalmente no que diz respeito ao conjunto dos números racionais. Assim, optamos por investigar a influência dos erros dos números racionais no aprendizado de função. Pois analisando e compreendendo o que o aluno errou, pode-se fazê-lo chegar ao aprendizado. Portanto, temos de mudar nossa atitude diante dos nossos erros, considerando-o como a possibilidade de vir a ser um instrumento de ajuda para o aluno se apropriar do conhecimento.

Sendo assim, a compreensão destes conhecimentos: os números racionais, temida por grande parte dos alunos e a responsável por grande parte do insucesso escolar, é que nos levou ao seguinte questionamento: Quais os erros encontrados nas avaliações sobre números racionais que vão afetar significativamente o aprendizado do conteúdo de função, na primeira série do Ensino Médio?

### 1.4 OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para responder esta pergunta traçamos o seguinte objetivo geral: identificar os erros apresentados pelos alunos sobre o conteúdo de número racional, que vão influenciar na aprendizagem do conteúdo de função na primeira série do Ensino Médio.

Para atingir o objetivo geral, destacamos como objetivos específicos:

- Identificar as principais dificuldades dos alunos com relação aos conhecimentos necessários para a realização de atividades relacionadas a funções.
- Analisar os erros dos alunos presentes nas atividades avaliativas sobre números racionais.
- Refletir sobre a construção da aprendizagem a partir do erro.
- Analisar os erros dos alunos presentes nas atividades avaliativas sobre funções.

O estudo envolveu uma pesquisa participativa, utilizando quanto à análise de dados uma abordagem predominantemente qualitativa. Para a coleta de dados, aplicamos atividades numa sala de aula de 1º ano do Ensino Médio, visando identificar erros mais comuns

cometidos pelos alunos no conteúdo de número racional que dificultariam a aprendizagem de função. Além disso, levantar as possíveis causas e origem desses erros com o objetivo de legitimar o papel construtivo do erro no processo de ensino e aprendizagem mostrando que, se analisado e trabalhado, ele pode tornar-se um meio eficaz para a aprendizagem.

### 1.5 A ESTRUTURA DA PESQUISA

No intuito de atender aos objetivos propostos, estruturamos o trabalho em quatro capítulos:

O primeiro diz respeito aos fundamentos do ensino atual de função, as principais dificuldades apresentadas no seu ensino, a importância de outros conteúdos para sua aprendizagem e às justificativas para a escolha desse tema. Além disso, traçamos os objetivos deste estudo e o estudo metodológico adotado e a organização do trabalho.

O segundo capítulo inicia-se com uma explanação teórica sobre análise de erros na visão de alguns autores segundo a educadora matemática Cury. Além disso, abordaremos a construção da aprendizagem a partir do erro, segundo diferentes autores.

O terceiro capítulo traz uma apresentação do local e dos sujeitos da pesquisa e dos objetivos referente aos três momentos da pesquisa e conseqüentemente os seus resultados. Há também o relato das atividades aplicadas, com comentários das respostas dos alunos.

Finalmente, no quarto capítulo, as considerações finais e algumas sugestões, que talvez possam possibilitar a melhoria do ensino-aprendizagem de Funções.

## II- O ERRO E A APRENDIZAGEM

Esse capítulo inicia-se com uma explanação teórica sobre análise de erros na visão de alguns autores segundo a educadora matemática Cury. Além disso, abordaremos a construção da aprendizagem a partir do erro, segundo diferentes autores. Para eles é por meio do erro do aluno, que o professor vai verificar o que o educando já sabe e o que pode vir a saber sobre o conteúdo em estudo e reconstruir o conhecimento a partir dele.

Sendo assim, é preciso refazer as práticas educativas para que sirvam como ferramentas de facilitação de aprendizagem do aluno, ajudando a superar suas dificuldades. E que o erro deve ser tido como suporte para o crescimento, e não que o fato de errar seja impossibilidade de aprender.

### 2.1. ANÁLISE DE ERROS NA VISÃO DE ALGUNS AUTORES SEGUNDO A EDUCADORA MATEMÁTICA CURY

Conforme Cury, a educação matemática é uma preocupação basicamente nova, porém é algo extremamente necessário para evolução do ensino da matemática. Para a autora:

A Educação matemática emprega contribuições da matemática, de sua filosofia e de sua história, bem como de outras áreas, tais como Educação, Psicologia, Antropologia e Sociologia, sendo seu objetivo o estudo das relações entre o conhecimento matemático, o professor e os alunos, relações estas que se estabelecem em um determinado contexto sociocultural (CURY, 2007, p. 19).

De acordo com Cury (2007, p. 17) “a análise de erros - ou a análise da produção escrita, seja ela representativa de acertos ou de erros – é uma tendência em Educação Matemática”. Segundo a autora a análise das produções dos estudantes para os professores, é geralmente encarada de forma demasiada limitada, apenas como avaliador do desempenho acadêmico de alunos, onde deveria ser um dos componentes dos planos pedagógicos das instituições e dos planos de aula dos docentes, levando em conta os objetivos do ensino de cada disciplina, e se o erro for devidamente trabalhado é um elemento fortemente facilitador da aprendizagem.

Ao refletirmos e concordarmos com este pensamento de Cury decidimos fazer uso na nossa pesquisa desta tendência da Educação Matemática, por observarmos constantemente no dia a dia de sala de aula os erros cometidos pelos alunos no conteúdo de fração, originados pela deficiência na aprendizagem dos números racionais que foi bem explorado. Estes erros



não estão sendo aproveitados metodologicamente, como recursos didáticos para reverter o quadro de deficiência na aprendizagem.

Se o professor conduz seu trabalho em sala de aula, no sentido de desenvolver a autonomia de seu aluno, é possível que ele tenha uma atitude diferente diante do erro, capaz de gerar uma aprendizagem mais duradoura. Para Kamii (2000, p. 114), “infelizmente as crianças não são encorajadas na escola a pensar de maneira autônoma”.

As crianças corrigem-se frequentemente de modo autônomo, a medida em que tentam explicar seu raciocínio a uma outra pessoa. Pois a criança que tenta explicar seu raciocínio tem que descentrar para apresentar a sua interlocutora um argumento que tenha sentido. Assim, ao tentar coordenar seu ponto de vista com o outro, frequentemente ela se dá conta do seu próprio erro (KAMII, 2000, p. 115).

O que temos observado que na prática atual em sala de aula que a maioria dos professores não permite, nem deixa espaço para que o aluno se expresse ou questione para não atrapalhar a explanação da aula, ou não fazer perguntas que o professor não saiba responder. Existe pouco diálogo na sala de aula entre o professor e o aluno. O aluno que não questiona e o professor que foge de responder.

No trecho a seguir Cury faz uma abordagem de como a análise de erros, seja tendência em Educação matemática, vejamos:

Tópicos que já eram trabalhados por investigadores da área de psicologia desde o início do século xx, como: as dificuldades encontradas por alunos na resolução de problemas de Aritmética, enfocados por Thorndike e seus colaboradores, nos Estados Unidos; a invenção em matemática, vista sob um ponto de vista psicológico, como fez Hadamard; as habilidades matemáticas desenvolvidas pelos estudantes em um ambiente escolar, investigadas por Krutetskii, na Rússia e as discussões sobre a teoria da solução humana de problemas, apresentada por Newell e Simon, estão na “fronteira” visualizada por Krygawska e fazem parte das relações entre professor, alunos e conhecimento matemático (CURY, 2007, p. 19-20).

Cury (2007) faz uma excelente revisão da literatura sobre erros matemáticos no Brasil e no mundo, destacando os trabalhos mais relevantes de alguns autores que foram os precursores das pesquisas atuais realizadas na área, como as de Thorndike, Hadamard, Krutetskii, Newell e Simon, Brousseau e Borasi, discutindo-os sob diferentes perspectivas. A autora defende a ideia de que a análise de erros é uma abordagem de pesquisa e também uma metodologia de ensino, devendo o erro ser trabalhado e aproveitado como recurso pedagógico, devendo o professor atuar na raiz desse erro, no processo que produz esse erro e considerá-lo como indicador do processo cognitivo na aprendizagem da matemática na sala de aula.

A análise de erros é uma abordagem de pesquisa com fundamentações teóricas variadas, objetivos distintos e participação de todos os níveis de ensino nas amostras, mas também é uma metodologia de ensino, podendo ser empregada quando se detecta dificuldades na aprendizagem dos alunos e se quer explorá-las em sala de aula. (CURY, 2007, p. 91).

Essa consideração de Cury nos inspira na realização do trabalho em questão, na qual vamos identificar os erros cometidos pelos alunos e refletir sobre a construção do aprendizado de frações a partir dos erros.

Segundo Cury (2007) Hadamard foi um dos pioneiros da análise de erros. A autora acredita que “ele mostrou a importância da Psicologia para entender os processos de criação e descoberta dos matemáticos e, por conseguinte, deixou várias idéias sobre os processos de aprendizagem” (p. 25). Cury (2007) ao se referir as idéias de Krutetskii defende que:

a análise qualitativa das respostas dos alunos, com uma discussão aprofundada sobre as dificuldades por eles apresentadas, apoiada em investigações já realizadas é, talvez, a melhor maneira de aproveitar os erros para questionar os estudantes e auxiliá-los a (re)construir seu conhecimento. (p. 27).

Com relação a esta discussão, é preciso se ter um conhecimento maior, através de diversas leituras de pesquisas e livros que possibilitem um arcabouço teórico para assegurar uma análise qualitativa bem realizada das respostas dos alunos.

Ao referir-se aos estudos de Krutetskii (1976), Cury (2007) aponta de forma resumida, as metas a serem atingidas por ele, são elas:

Caracterizar a atividade mental dos alunos matematicamente talentosos ao resolverem problemas matemáticos; criar métodos experimentais para investigar o talento matemático; esclarecer as diferenças tipológicas na estrutura das habilidades e avaliar diferenças de idade nas manifestações das habilidades matemáticas dos estudantes. (p. 27).

A educadora ainda acrescenta que desse trabalho do psicólogo russo, a mesma considera para a análise de erros que:

Além de vários tipos de problemas propostos, vale a ênfase na observação detalhada da resolução, com o cuidado de registrar o pensamento em voz alta dos estudantes, de questionar suas respostas, para verificar como pensavam ao solucionar as tarefas. Essa é, em meu entender, a maneira de enfatizar o produto - ou seja, focar a atenção na produção, escrita ou oral, para, a partir dela, voltar o aluno e auxiliá-lo a fazer uma análise da sua forma de aprender. (CURY, 2007, p. 28).

Newell e Simon (1972) se referem: “a análise de protocolos verbais é uma técnica típica para verificar a teoria e, de fato, tornou-se uma espécie de marca registrada da abordagem do processamento da informação” (p. 12, apud Cury, 2007, p. 30). Essa técnica utilizada por esses pesquisadores na visão de Cury (2007) “é mostrar que os erros, cometidos pelos solucionadores de problemas, podem ser detectados em protocolos verbais, aproveitando o ‘pensar em voz alta’ e a possibilidade de unitarizar o corpo de informações registradas” (p. 31).

A autora aborda o importante papel dos erros, em termos de aprendizagem, destacando que “\_ a análise da produção dos estudantes é uma forma de avaliar sua aprendizagem \_, os obstáculos *didáticos* podem surgir.” E cita uma frase de Brousseau (1983) na qual considera que:

O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos. (BROUSSEAU, p. 171, *apud* CURY, 2007: 33).

A ideia de Brousseau, de acordo com Cury (2007, p. 33), “refere-se àqueles erros que são baseados em um conhecimento prévio que não foi adequadamente generalizado ou transposto para uma nova situação”. Sobre a questão do erro Brousseau (1983) afirma que:

Um obstáculo se manifesta, pois, por erros, mas estes não são devidos ao acaso. [...] Além disso, esses erros, em um mesmo sujeito, são ligados entre si por uma fonte comum: uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente ainda que não seja correta, um “conhecimento” antigo e que é bem sucedido em todo um conjunto de ações. (BROUSSEAU, p.173-174, *apud* CURY, 2007: 34).

Considerando o pensamento de Brousseau, pode ser que os conhecimentos prévios que antecede ao aprendizado de função não foram adequadamente generalizados ou transpostos para uma nova situação, gerando deficiências na sua aprendizagem. Para o autor os obstáculos didáticos são aqueles que “*parecem depender apenas de uma escolha ou de um projeto do sistema educativo*”. (BROUSSEAU, 1983, P.176. In: ALMOULOU, 2007, p.141, *apud* ARRUDA, *et all*, 2012, p.3).

Cury acrescenta que o obstáculo é um conhecimento. Dessa forma, “o aluno constrói esse conhecimento relacionando-o com outros, em diferentes contextos, tentando adaptá-lo às novas situações e resistindo em abandoná-lo” (CURY, p. 34-35).

Ela ainda chama a atenção para o importante papel dos erros na construção do conhecimento, salienta a dimensão que o “erro” assume, e que, como instrumento relevante pela qualidade de informações que ele traz, é elemento natural do processo de conhecer. Para a educadora, a análise dos erros constitui-se em uma possibilidade de contribuir para a reflexão e potencializar discussões entre os professores para que possam elaborar novas estratégias de ensino, pretendendo nos levar a modificar o paradigma vigente dominado pela formalização de conceitos, pela preocupação com o treino de habilidades e mecanização de conceitos tão comuns em nossas escolas. Borasi (1996) considera que:

Se os alunos são pressionados pelo sistema escolar, os erros por eles cometidos são frustrantes, porque os fazem perder tempo e despendem esforços na tentativa de evitar a reprovação. No entanto, se a ênfase da avaliação dos estudantes se desloca do produto para o processo, há a possibilidade de que os erros cometidos venham a ser discutidos e possam ser fonte de novas aprendizagens. (BORASI, *apud* CURY, 2007: 35-36).

Na realidade, no ensino atual, não são todos os professores que discutem os erros cometidos pelos alunos em sala de aula, talvez por acreditar ser perda de tempo ou por achar que isso em nada vai ajudar ao aluno.

Cury defende essa idéia da pesquisadora (BORASI, 1996) que os professores considerem a produção dos alunos, incluindo seus erros, como uma porta para a aprendizagem. Esta postura possibilita ao professor a compreensão de diferentes interpretações feitas pelos alunos, e pode oferecer elementos para a recondução do processo de ensino aprendizagem, tanto em seus aspectos metodológicos, quanto na abordagem dos conceitos e procedimentos associados ao conteúdo em estudo. Permite, também, discutir a própria idéia de erro, e as atitudes positivas e negativas que a conduta do professor frente ao mesmo pode desenvolver nos alunos.

Acreditamos que o erro pode proporcionar uma aprendizagem significativa na formação do aluno. Dessa forma, é preciso inserir na prática docente a valorização do erro, possibilitando uma menor intimidação por parte dos alunos e possibilitando, assim, um diagnóstico de quais seriam seus déficits. Com isso, é necessário refletir sobre como analisar estes erros sem que isto ocasione constrangimento no aluno.

Nesta perspectiva, faz-se necessário que o professor saiba à qual natureza pertence os erros, pois caso contrário irá tratá-los da mesma forma, quando na verdade os erros cometidos pelos alunos são de diversos tipos, merecendo tratamento diferenciado. Só assim, o professor

analisando com mais cuidado os erros dos alunos poderá ajudá-los de forma efetiva na superação das dificuldades de compreensão detectadas nos erros.

Almeja-se que todos os educadores se conscientizem de sua importância no papel de mediador frente ao erro dos educandos na construção do conhecimento. Que o professor ofereça condições para o aluno avançar e compreender os conteúdos a partir dos seus próprios erros.

Através das considerações abordadas por Cury ampliamos a nossa visão sobre o erro cometido pelo aluno e acreditamos que o professor precisa ter sempre um forte desejo de auxiliar e de verdadeiramente ensinar buscando pesquisar, estudar, procurando estratégias para tornar a aprendizagem mais eficaz.

## 2.2. A CONSTRUÇÃO DA APRENDIZAGEM A PARTIR DO ERRO

Muito vem sendo discutido acerca da questão da lógica do erro, pois isso nos dá indicações sobre o processo de aprendizagem de cada aluno. Do ponto de vista matemático, todo raciocínio é lógico mesmo os que conduzem ao erro, e estes erros são hipóteses equivocadas que precisam ser compreendidas para serem superadas. Para Souza (2002):

se o professor concebe a Matemática como um corpo de conhecimento organizado onde impera a lógica, a exatidão e o rigor, a visão do aluno e o seu desempenho será de um jeito; já se a Matemática for trabalhada como uma atividade humana, onde há lugar para o erro e para a reconstrução do conhecimento, em que é possível retirar prazer pela realização de atividades de exploração e descoberta, associadas ao cotidiano e à realidade das crianças, o rendimento e o gosto pela disciplina será bem diferente e, provavelmente, o mito de que a Matemática é difícil e chata deixará de existir (p. 26).

Com base nessa citação de Souza, tudo vai depender como o professor executa sua função, com mais humanidade, respeito, disposição em colaborar e com o desejo sincero que o aluno realmente compreenda a importância do conhecimento que ele está ensinando. E o aluno por sua vez, se sentindo valorizado e importante na construção do conhecimento, poderá se motivar também nesse processo.

É importante trabalhar a questão do erro no momento de exercício em sala, ou seja, na escola. O professor pode fazer uso do erro transformando-o em recurso pedagógico, identificando as diversas formas de raciocínio que leva ao erro e tentando corrigi-las, com cuidado. Pois, há a necessidade de compreender que os alunos são sujeitos os quais possuem histórias de vida diferenciadas que influenciam suas construções cognitivas (formas e ritmos

de aprendizagens). Silva (2012) destaca a importância de se fazer opção por novas práticas avaliativas. Para ele, precisamos repensar e romper com esse paradigma educacional, de que a escola ensinava e, se tivesse vontade e meios intelectuais, os alunos aprendiam. Para o autor,

A escola, assim, é um lugar político-pedagógico que contribui para a interseção da diversidade cultural que a circunda e a constitui, sendo espaço de significar, de dar sentido, de produzir conhecimentos, valores e competências fundamentais para a formação humana dos que ensinam e dos que aprendem (SILVA, 2012, p. 11).

É no ambiente escolar, mais precisamente na sala de aula da primeira série do ensino médio de uma escola pública estadual na cidade de Taperoá que a nossa pesquisa irá se realizar, onde a professora da sala é a própria pesquisadora que está buscando mudanças na sua prática pedagógica e alternativas metodológicas afim de contribuir para uma aprendizagem mais eficaz sobre funções.

A escola é uma instituição social. Assim, esta só se justifica e se legitima, ao cumprir a finalidade do seu papel na sociedade para a qual foi criada. Precisa ser um espaço de sociabilidade que possibilite a construção e a socialização do conhecimento produzido, tendo em vista que se trata de um conhecimento vivo e que se caracteriza como processo em construção. Segundo Masetto, a escola pode ser valorizada pelo seu papel na inclusão social, ser vista como um ambiente de encontro e convivência entre professores e alunos, ou como um espaço para o desenvolvimento de competências necessárias à inserção no mundo do trabalho e ao convívio social.

A escola surge historicamente como fruto da necessidade de se preservar e reproduzir a cultura e os conhecimentos da humanidade, crenças, valores e conquistas sociais, concepções de vida e do mundo, de grupos ou de classes. Ela permaneceu e se modernizou à medida que foi capaz de se tornar instrumento poderoso na produção de novos valores e crenças, na difusão e socialização de conquistas sociais, econômicas e culturais desses grupos ou classes (MASETTO, 1997, p. 21).

O autor Bachelard indica os erros como sendo analisáveis e investigados como determinadas dificuldades que os alunos apresentam na apreensão do novo conhecimento, indicando através da pré-concepção, interações desse novo conhecimento com o saber já existente e que podem se desenvolver na forma de conflitos. Ele diz segundo Artigue (1992, p.110) referindo-se à idéia de obstáculo que:

Quanto mais um conhecimento tem sucesso ao ser usado em um vasto campo de situações, ele se torna resistente a mudanças, mesmo que precise ser fortemente modificado para resolver efetivamente novos problemas. Esta teoria implica que a construção do conhecimento não pode ser totalmente livre, contínua e sem erros e que, diante de erros resistentes ou dificuldades, pesquisadores têm procurado a existência de conhecimentos obstáculos (*apud*, GITIRANA, 2012, p. 65).

O erro quase sempre foi tratado como um fracasso e por causa disso conduzido a alguma espécie de punição. Na escola tradicional, o erro deve ser eliminado, apagado literalmente para escrever o correto no lugar. A cultura do erro enquanto fracasso tem aos poucos cedido espaço para uma cultura que admite o erro como elemento que pode ajudar na construção do conhecimento, uma cultura mais construtivista. Assim, ao avaliar os erros matemáticos, não se pode considerar os alunos incapazes por cometerem erros, mas sim, deve-se tomar estes erros para orientar e direcionar o processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Souza (2002):

Piaget (1978) afirma que nossa ação física ou mental depende de dois sistemas cognitivos: o sistema do fazer e o do compreender. No plano do fazer, o erro, causa frustração em vista de um resultado esperado. Nesse caso, desde que o objetivo e o resultado estejam claros para a criança, ela pode rever um procedimento indevido e corrigi-lo, alterá-lo ou aperfeiçoá-lo. No plano do compreender, o resultado não é o mais importante. O principal é o entender e ter o domínio da estrutura de uma determinada ação. Errar significa deparar-se com contradições, conflitos e falhas na hipótese inicial; corresponde a lacunas e falta de articulações com aquilo que se faz (p. 23).

Gitirana (2012) acredita que os erros envolvem processos de pensamento que precisam ser discutidos e não apenas uma resposta incorreta, algo falso a ser corrigido. Por exemplo: os erros por processo incompleto ou inadequado na elaboração de um conceito, os erros cometidos por falsas compreensões e os erros que parecem erros, mas não são. Esses exemplos são comumente observados no cotidiano da aprendizagem escolar.

Os alunos podem alcançar uma aprendizagem mais profunda dos conteúdos matemáticos a partir do estudo de seus próprios erros ou daqueles cometidos por outros. Discussões em sala de aula sobre erros também podem gerar aprendizagens ricas e significativas, por exemplo, um tipo de erro que motiva investigações interessantes é o caso de respostas certas obtidas por meio de procedimentos errados.

O momento da correção de exercícios de matemática é privilegiado, quanto às possibilidades de exploração de erros. Trata-se de um momento que favorece a exposição de

métodos, idéias, conhecimentos prévios dos alunos, suas hipóteses etc. Tais momentos podem ser aproveitados e utilizados com fins de replanejamento da aula, escolha de atividades que levem o aluno a refletir sobre conceitos e procedimentos, sobre outros encaminhamentos dados por seus colegas etc.

Segundo a autora, “entender a origem do erro é, portanto de suma importância para avaliar e replanejar” (p. 64). Ela destaca ainda:

Nesse processo de planejar e avaliar, os primeiros elementos a se buscar uma explicitação são os objetivos da prática docente, em termos de competências, habilidades e atitudes a se desenvolver, e de conceitos e procedimentos a se construir (2012, p. 60).

Portanto, é por meio do erro do aluno que o educador vai identificar o que o aluno já sabe e o que pode vir a saber sobre o conteúdo em estudo e reconstruir o conhecimento a partir dele, pois, o ato de avaliar faz-se presente em qualquer metodologia utilizada.

Esse tipo de avaliação diagnóstica, tem como função principal analisar como se encontra o processo de aprendizagem e depois tentar refazer as práticas para melhorar no desenvolvimento. Isso permitirá o professor avaliar a sua prática, visando adequá-la a necessidade da compreensão dos sujeitos do processo educativo.

Na medida em que o professor percebe o erro como uma ferramenta importante para a avaliação, consegue ajudar seu aluno numa melhor compreensão e interiorização do que foi ensinado. Portanto, o erro precisa ser usado como instrumento didático, como forma de trabalhar e fazer com que os alunos avancem em seu processo de aprendizagem qualitativa.

Sabemos que a presença do erro é inevitável, portanto o educador precisa ter cautela ao avaliar o erro do aluno. Entende-se que o professor ao ignorar o erro, deixará o aluno fadado a cometê-lo, deixando de lhes propiciar oportunidades de progresso.

Assim sendo, o erro do aluno não pode ser desprezado, ele não pode ser visto como fonte para punição, mas suporte para o crescimento.



### III- AS ATIVIDADES AVALIATIVAS: UMA ANÁLISE DOS ERROS DOS ALUNOS

Nesse capítulo, descrevemos o percurso utilizado para a realização da pesquisa; campo de pesquisa, os sujeitos investigados, os instrumentos utilizados para a coleta de dados, tais como: a avaliação diagnóstica, aplicada no primeiro momento; atividades utilizando números racionais, aplicada no segundo momento; e atividades de função, envolvendo números racionais, aplicada no terceiro momento de nossa pesquisa. Analisamos as atividades referentes aos três momentos dos grupos que executaram algum tipo de erro nas suas respostas, assim como apresentamos seus resultados e a dinâmica desenvolvida durante o trabalho com elas.

#### 3.1. CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA CAMPO DE PESQUISA

No presente estudo as informações são referentes ao 1º ano do Ensino Médio F. A turma pertence ao turno vespertino, de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, localizada na cidade de Taperoá PB.

A escola conta com aproximadamente 1151 alunos de 6º ao 9º ano no Ensino Fundamental, Ensino Médio e Normal no ano de 2012. Destes, 219 alunos são do 1º ano do Ensino Médio que são distribuídos em nove turmas designadas por A, B, C, D, E, F, G, H e 1º Normal<sup>1</sup>.

O número de alunos nas respectivas turmas é sempre feito pela direção da escola no início de cada ano letivo e segue alguns critérios que tem como objetivo o bom aprendizado de todos e o respeito às idades dos alunos.

A escolha da escola se deu pelo fato de ser professora da disciplina de Matemática facilitando, assim, o acesso ao espaço de investigação. Considerei como coerente a escolha por uma única turma do 1º ano do Ensino Médio, para fazer, assim, um estudo mais aprofundado sobre os problemas de aprendizagem dos sujeitos da pesquisa, ao estudar os erros cometidos por eles nas avaliações que forem aplicadas.

Mantivemos contato com cinco das turmas de 1º ano e selecionamos a que manifestou maior receptividade para a realização da pesquisa. E também por acreditar tratar-se do início de um novo momento na vida escolar e social do aluno em que ele assume uma postura menos

---

<sup>1</sup> O Curso Normal, também conhecido como magistério de 1º grau ou magistério pedagógico, é um tipo de habilitação para o magistério nas séries iniciais do ensino fundamental. Era um curso secundário, equivale nos moldes atuais, a um curso profissionalizante em três anos.

infantil, mais independente e já conta com um nível de organização mais elaborado, o que poderia tornar a pesquisa mais interessante.

A turma de 1º ano F do Ensino Médio na qual fizemos a realização do estudo funcionava no turno da tarde. Inicialmente contava com 29 alunos, mas apenas 24 deles fizeram parte desta pesquisa, devido a algum ter sido transferido ou ter desistido. A turma era formada por 12 alunos do sexo feminino e 12 do sexo masculino, e possuem faixa etária entre 14 e 20 anos.

A observação em sala envolveu todos os alunos. No entanto, esses alunos foram divididos em 5 grupos, dos quais 4 deles eram formados por 5 pessoas e apenas um deles por 4 pessoas.

O tempo de duração necessário para a aplicação dos instrumentos de avaliação foi de 4 horas e 30 minutos, divididas em três momentos de 1 hora e 30 minutos cada, com 2 questões no primeiro momento, três no segundo momento e quatro questões no terceiro momento, totalizando 10 questões. O primeiro momento trata-se de uma avaliação diagnóstica, no segundo momento trata-se de atividades utilizando números racionais e no terceiro momento as atividades propostas são de função que envolve números racionais. As avaliações foram aplicadas em dias diferentes. Dias antes da aplicação das provas os alunos foram informados das avaliações e que não receberiam nota pelas mesmas, apenas suas respostas seriam importantes para analisarmos as dificuldades no conteúdo de números racionais através dos erros cometidos por eles e com isso buscarmos forma de melhoria no ensino desse conteúdo.

Para o alcance dos objetivos da pesquisa procuramos, no primeiro momento, por meio de um diagnóstico exploratório, conhecermos as respostas dos alunos sobre o conhecimento que os mesmos tinham a respeito do conjunto numérico: os racionais e, também, suas formas de representações.

No segundo e terceiro momento, aplicamos uma prova aos alunos, a fim de analisarmos as respostas produzidas por eles, e os frequentes de erros, quando resolvem questões que envolvem conceitos e representações de números racionais, visando delinear ações futuras, por ser professora da turma, que possibilitem a superação de erros e dificuldades de aprendizagem dos alunos.

Assim, a seguir, analisaremos os erros cometidos pelos grupos nas atividades aplicadas em cada momento da pesquisa, apresentando-a para percepção acerca dos dados que coletamos.

### 3.2. O QUE OS ALUNOS SABEM SOBRE NÚMEROS RACIONAIS

Antes de dar início ao primeiro momento da pesquisa, explicamos aos alunos sobre em que consistia o trabalho e quais eram os objetivos. Deixando bem claro que a pesquisa seria feita em três momentos, e que aplicaríamos em cada momento atividades com objetivos diferentes. Expomos a contribuição que eles viriam a dar para a realização dos nossos estudos, já que eles não estariam recebendo notas por essas atividades.

Iniciamos o trabalho com uma atividade para verificar o nível de conhecimento deles sobre números racionais contendo duas questões, e que os alunos deveriam responder com paciência e da forma como conseguissem, pois se tratava de uma investigação. Muitas dúvidas surgiram no decorrer desta atividade. Alguns grupos questionavam, se as suas respostas estavam corretas, uma vez que temiam responder as questões erradas. Porém como não pretendia fazer intervenção nesse momento, não emitimos comentários. O objetivo da referida atividade era verificar os conhecimentos dos alunos sobre os números racionais na forma fracionária e decimal. Nessa direção precisávamos descobrir quais conhecimentos prévios os alunos possuíam sobre esse conjunto numérico. Para isso, eles deveriam responder o que entendem por números racionais e como pode representá-los.

O que pudemos observar com as respostas da atividade diagnóstica, é que dos cinco grupos formados, apenas o quinto grupo, compreendia amplamente o significado dos números racionais na forma inteira, decimal e fracionária.

Ao perguntarmos “o que você entende por número racional” encontramos as seguintes respostas entre os grupos que responderam a primeira questão (o que você entende por número racional?):

#### Grupo – 01

Um número racional são números fracionários.

#### Grupo – 02

É um número fracionário.

#### Grupo – 03

Números racionais, são números fracionários.

**Grupo – 04**

Os números racionais são utilizados para fazer uma medição de massa, comprimento da superfície e varias outras medições.

**Grupo – 05**

Os números racionais podem ser fracionários, negativos, decimais, etc.

As respostas acima demonstram que os alunos não apresentam um conceito claro de número racional. A compreensão do conceito dos números racionais na representação fracionária e decimal depende do entendimento de algumas sub-construções, tais como: equivalência, relação parte todo, operador, quociente, razão e decimal de um número racional, entretanto tais construções na maioria das vezes não tem de fato ocorrido em sala de aula, dessa forma constatamos que a prática escolar diária desses alunos está basicamente voltada para a memorização das regras operatórias. Devemos analisar por que a maioria dos grupos só apreendeu que os números racionais são fracionários. Talvez pela não exploração por parte dos professores de outras formas de representação do número racional. Já que a nossa maior preocupação é com o conhecimento das frações e do conceito de número fracionário, pois essa forma de representação (não decimal) nos ajudam a entender melhor razões, escalas, porcentagens, possibilidades, cálculos algébricos, etc. Além do mais, são mais adequados a certas situações de quantificação e comparação do que a representação decimal. Segundo Cury (2007) se o erro for devidamente trabalhado é um elemento fortemente facilitador da aprendizagem. Ela também acrescenta que a análise qualitativa das respostas dos alunos, é, talvez, a melhor maneira de aproveitar os erros para questionar os estudantes e auxiliá-los a (re)construir seu conhecimento.

Na segunda questão, quando perguntamos “como podemos representar um número racional?”, obtivemos as respostas que constam logo abaixo:

**Grupo – 01**

ex:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{5}{6}$

**Grupo – 02**

Podemos representar um número racional através de frações:

Exemplo:  $\frac{1}{10}$

ou 0,1

**Grupo – 03**

podemos representá-los por uma fração.

Ex:  $\frac{10}{2}$

**Grupo – 04**

Podemos representar na forma

$$\frac{A}{B}$$

com os números  $\frac{1}{2}$

é igual  $\frac{C}{D}$ ,  $\frac{A}{D}$

**Grupo – 05**

Representando os números racionais:

$$\frac{2}{3}$$

0,15

-8

$$\frac{3}{5}$$

-3

$$\frac{1}{2}$$

0,25

Ficou claro com a execução dessa atividade, a não compreensão e significação de números racionais na forma inteira e decimal, por parte dos quatro primeiros grupos. Pois, a maioria não conseguiu sequer dar exemplos em que utilizassem a representação numérica na forma inteira e decimal. Nesse momento, para esclarecer como os alunos deveriam responder as questões, explicamos que eles deveriam escrever todas as possibilidades de representação, no entanto, a maioria dos grupos representou apenas na sua forma fracionária. Isto provavelmente ocorre devido ao fato de os professores trabalharem mais o registro de representação na sua forma fracionária.

Os erros cometidos alertam não só para auxiliar na aprendizagem, mas também sinalizar como proceder no ensino, procurando esclarecer de forma mais ampla o que se quer ensinar. Lembremos a ideia de Brousseau, conforme Cury (2007, p. 33) relatada no segundo capítulo, quando “refere-se àqueles erros que são baseados em um conhecimento prévio que não foi adequadamente generalizado ou transposto para uma nova situação”. Para a educadora Helena Cury, a análise dos erros constitui-se em uma possibilidade de contribuir para a reflexão e potencializar discussões entre os professores para que possam elaborar novas estratégias de ensino, pretendendo nos levar a modificar o paradigma vigente dominado pela formalização de conceitos, pela preocupação com o treino de habilidades e mecanização de conceitos tão comuns em nossas escolas.

### 3.3. A INTERVENÇÃO E SEUS RESULTADOS

Antes de iniciar o segundo momento da pesquisa, fizemos uma revisão do conteúdo Conjunto dos Números Racionais, (ministradas em quatro aulas), conteúdo supostamente trabalhado no Ensino Fundamental II, enfatizando sua importância no contexto diário. Salientamos que a referida atividade é composta de questões diferentes daquelas em que os alunos estão habituados a resolver, o que concorrerá para que eles provavelmente tenham dificuldades.

Assim, vamos apresentar situações do cotidiano dos alunos, de forma diversificada, e cujo processo de resolução possibilite representações diversas, contribuindo dessa forma para o avanço na compreensão dos números. Nessa direção, retornemos a afirmação de Bertoni (2008), já citada no capítulo I desse trabalho, ao afirmar que “o início de tudo, deveriam ser as situações significativas que tornassem o conceito útil e necessário”.

É preciso encontrar caminhos para levar o aluno a identificar quantidades fracionárias em seu contexto cotidiano e a apropriar-se da ideia do número fracionário correspondente, usando-os de modo significativo.

Outro elemento que consideramos de extrema relevância no trabalho com o conteúdo *Números Racionais* é trabalhar partindo da manipulação de objetos, para em seguida, chegar às representações e proporcionar que o aluno chegue ao nível das abstrações.

Buscamos conceituar esse conjunto numérico como algo presente no cotidiano dos alunos, ao utilizarmos situações ligadas à realidade deles, através de alguns exemplos, para que pudessem compreender e formular o conceito de números racionais nas duas formas de representações. Já que no ensino fundamental, iniciamos o estudo do conjunto dos números

racionais utilizando sempre exemplos numéricos e generalizações, dificultando assim, a compreensão do significado da representação numérica.

Diante das dificuldades encontradas nas questões de sondagem aplicadas no primeiro momento, e procurando refletir a partir da ideia da pesquisadora (BORASI, 1996) de que os professores considerem a produção dos alunos, incluindo seus erros, como uma porta para a aprendizagem, podendo-se oferecer elementos para a recondução do processo de ensino aprendizagem, tanto em seus aspectos metodológicos, quanto na abordagem dos conceitos e procedimentos associados ao conteúdo em estudo. Desta forma, deixamos claro que um número racional se apresenta como fração, que pode ser escrito na forma  $\frac{a}{b}$ , onde a e b são números inteiros e  $b \neq 0$ . Esse número fracionário pode também ser representado como número decimal em que, ao dividirmos o numerador a pelo denominador b, obterei um número com vírgula que exige um processo a ser realizado para se chegar a esse valor.

Após a revisão já citada anteriormente, aplicamos as atividades referentes ao segundo momento da nossa pesquisa. Essas atividades foram aplicadas aos mesmos cinco grupos do 1º Ano F.

A primeira questão dessa atividade envolvia uma situação-problema com números racionais na forma fracionária, cujo objetivo foi identificar a utilização do número fracionário em situações que envolvem a relação parte/todo e aplicações. Nessa direção, ressaltamos a necessidade de propormos situações de contextualização, onde apareçam o conceito, parte/todo, quociente, comparação, equivalência e as operações que contribua para a desmistificação do conteúdo, buscando simplificar o estudo das frações, de maneira a não repetir processos mecânicos de assimilação. Trazendo para sala de aula situações que englobem necessidades reais dos alunos. Assim, estaremos promovendo mudanças que venham facilitar a aprendizagem desse conteúdo.

**Vejamos:**

**Grupo – 01**

- 1- Uma piscina retangular ocupa  $\frac{2}{15}$  de uma área de lazer de  $300 \text{ m}^2$ . A parte restante da área de lazer equivale a quantos metros quadrados?  $40 \text{ m}^2$

$$\frac{2}{15} \cdot \frac{300}{1} \text{ m}^2 = \frac{600}{15} = 40 \text{ m}^2$$

$$\begin{array}{r} 600 \overline{) 15} \\ (00) 40 \end{array}$$

### Grupo - 02

- 1- Com 16 litros de leite, quantas garrafas de  $\frac{2}{3}$  de litros poderão ser cheias?

9,6 de litros poderão ser cheios.  $\frac{2}{3} = 06 \times 16 = 9,6$

Com essa atividade pudemos perceber que dos cinco grupos, apenas o primeiro e o segundo se aproximaram da resposta correta, cujo erro foi de interpretação da questão e/ou falta de atenção. Entretanto, o primeiro grupo considerou como resposta a área que estava sendo ocupada e não a parte restante da área, como estava sendo pedido no enunciado da questão. Já o segundo grupo errou ao realizar a última operação, que ao invés de dividirem 16 por – eles multiplicaram.

Já nas respostas dos grupos terceiro, quarto e quinto, observamos que os alunos não compreenderam o significado da fração. Além disso, demonstraram não compreender o processo operacional para resolução das operações com frações.

### Grupo – 03

- 1- Para ladrilhar  $\frac{3}{4}$  de uma área, 9.375 ladrilhos foram usados. Para ladrilhar  $\frac{7}{8}$  da mesma área, quantos ladrilhos serão necessários?

$\frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{4}{4}$   $\frac{9.375}{x4}$   
 para ladrilhar  $\frac{7}{8}$  serão necessários 37.500 ladrilhos

### Grupo – 04

- 1- Márcia tem  $\frac{2}{9}$  do dinheiro necessário para comprar um apartamento, e seu marido,  $\frac{3}{11}$  dessa quantia. Se a essa importância o casal adicionar R\$ 35.000,00 poderão comprar a casa própria. Qual é o preço do imóvel?

$\frac{2}{9} + \frac{3}{11} = \frac{5}{20}$   $\frac{50000}{0,25}$   $35.000,00$   $02,5$   $34.500,00$   $35.000,00$   $7.500,00$   
 preço do imóvel R\$ 7.500,00



## Grupo- 05

- 1- Dividir R\$ 510,00 por três pessoas, de modo que as partes da primeira e da segunda sejam, respectivamente,  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{4}{5}$  da parte a ser recebida pela terceira.

$\frac{3}{8}$ , pois somando as duas frações que dá  $\frac{5}{8}$ , não sobram 3 partes que sobram, sendo assim esta parte será da terceira.

Os erros apresentados acima são bastante comuns em turmas do Ensino Fundamental, mas também encontrados em algumas respostas de alunos do Ensino Médio ao efetuarem a adição de frações conforme o exemplo:  $- + - = -$ . Os alunos, ao invés de encontrarem o MMC, eles adicionaram os numeradores e os denominadores, não compreendendo que os números são partes de um todo e não números naturais isolados.

Tal erro envolve muito mais que uma simples falta de atenção e sim uma dificuldade na compreensão do conceito. Eles têm a ideia de que uma fração é um par de números naturais e transfere às regras do cálculo como se as frações fossem números inteiros. Isto nos remete a afirmação de Gitirana (2012) que diz acreditar que os erros envolvem processos de pensamento que precisam ser discutidos e não apenas uma resposta incorreta, algo falso a ser corrigido, temos alguns exemplos como: os erros por processo incompleto ou inadequado na elaboração de um conceito; os erros cometidos por falsas compreensões e os erros que parecem erros, mas não são.

A segunda questão foi outra situação-problema que envolve novamente números racionais na forma fracionária. Esta atividade foi proposta com o objetivo de utilizar o conceito de números fracionários na comparação de duas quantidades. Vejamos a questão a seguir:

### Grupo – 01

- 2- Duas ruas de mesmo comprimento estão sendo asfaltadas. Até agora, os operários já asfaltaram  $\frac{2}{3}$  da rua das flores e  $\frac{6}{10}$  da rua dos gatos. Qual das duas ruas já tem mais asfalto?

A rua dos gatos. Porque tem maior número de rua calçada.

$$\frac{6:2}{10:2} = \frac{3}{5}$$

O primeiro grupo errou a questão por ter dificuldade na interpretação. O grupo não compreendeu que precisava comparar as duas frações para responder a questão. Já o quarto grupo, o erro cometido não foi de interpretação. O grupo conseguiu realizar corretamente a operação utilizando a comparação dos números através da transformação de fracionários para decimais. No entanto, eles não compreenderam, na forma decimal, qual é o número maior. Percebemos que parte das dificuldades se refere, mais uma vez, à construção do conceito dos números racionais representados por frações.

### Grupo – 04

- 2- Paulo pagou ao pedreiro  $\frac{5}{8}$  da quantia que havia reservado para a reforma da cozinha e  $\frac{3}{4}$  dessa mesma para o encanador. Quem recebeu mais dinheiro, o pedreiro ou o encanador?

Pedreiro  $\frac{5}{8} \rightarrow 0,625$

Encanador  $\frac{3}{4} \rightarrow 0,75$

Quem ganha mais é o pedreiro

Isto nos leva a perceber que existem lacunas na aprendizagem do conceito dos números e operações com números decimais. Sobre isso, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2006) afirmam que:

As propriedades relativas às operações com números reais devem ser trabalhadas de modo que permitam ao aluno a compreensão das estruturas dos algoritmos, prevenindo recorrentes erros na resolução de problemas que envolvam manipulações algébricas. [...] Mesmo que as operações e os algoritmos já tenham sido estudados

no ensino fundamental, é importante retomar esses pontos, aproveitando a maior maturidade dos alunos para entender os pontos delicados dos argumentos que explicam essas operações e algoritmos. (BRASIL, p. 71).

Ao analisar a resposta do quinto grupo, percebemos que o erro ocorreu no item b. Ao pedirmos que os alunos representassem a quantidade de pessoas que partiu da região com seus próprios carros, pretendíamos que eles apresentassem tal quantidade ou na forma de fração ou em forma de porcentagem, já que tínhamos no enunciado da questão a informação exata da quantidade de pessoas transportadas de ônibus em forma de porcentagem e de helicóptero na forma de fração.

### Grupo – 05

2- A população de uma região foi removida para outro local, devido a fortes chuvas que ameaçavam fazer o rio transbordar. De todas as pessoas transportadas, 35% foram levadas de ônibus,  $\frac{2}{5}$  de helicóptero e o restante em seus próprios carros.

- Que meio de transporte removeu mais pessoas: ônibus ou helicóptero?
- Represente a quantidade de pessoas que partiu dessa região com seus próprios carros.

a) Helicóptero.

b)  $\frac{3}{5}$ , pois é o que sobra da fração  $\frac{7}{5}$ .

Além disso, a questão envolvia, inicialmente, interpretação que seria a identificação da operação a ser realizada, em seguida que eles realizassem as transformações necessárias, ou seja, que transformassem fração em porcentagem ou o contrário, para em seguida, realizar a operação que solucionaria o problema.

Diante da resposta apresentada pelo grupo, o que podemos afirmar é que os alunos identificaram a operação parcialmente, no entanto consideraram apenas a quantidade de pessoas transportadas de helicóptero, desconsiderando o número de pessoas transportadas de ônibus.

### 3.4. ATIVIDADES DE FUNÇÃO ENVOLVENDO NÚMEROS RACIONAIS

O terceiro momento da pesquisa teve como objetivo investigar a influência dos erros dos números racionais no aprendizado de função. Sendo assim, aplicamos uma atividade com

quatro questões de Funções que envolvem números racionais. Iniciamos a primeira questão com uma situação do cotidiano relacionada à ideia de função que possibilita aos alunos analisarem como duas grandezas envolvidas em determinado fato ou fenômeno se relacionam. É um problema que leva os alunos a refletirem, a levantar hipóteses, a procurar caminhos para solucioná-lo.

A partir das sugestões contidas nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2006), é possível resgatar a curiosidade e o espírito crítico dos alunos, procurando contextualizar os conteúdos para que faça sentido para eles, pois é mais simples conseguirmos assimilar um conteúdo que faz parte da nossa realidade do que outro que não tem nenhum sentido em nossa vida.

O erro cometido pelo quarto e quinto grupo no item c dessa questão foi devido à uma dificuldade na compreensão conceitual. Para eles não ficou clara a noção de dependência, de variável dependente e independente, conforme observamos abaixo:

#### Grupo – 04

- 1- Na tabela a seguir, o preço do combustível está em função do volume do abastecimento.

Volume (em litros)	Preço ( em R\$ )
5	12,50
10	25,00
15	37,50
20	50,00
25	62,50
30	75,00

- a) Escrever a fórmula que associa o preço do combustível (P) e o volume (V).  $P = 250V$   
 b) Determinar o valor pago por 7 litros de combustível.  $7 \text{ litros} = P = 17,50V$   
 c) Determinar o valor de combustível que corresponde ao preço de 60,00.  $150,00V$

$$\frac{2,50 \times 15}{2,50}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times 7 \\ \hline 17,50 \end{array}$$

Se  $30 = 75,00$  temos que somamos  $30 \times 2$

$$\begin{array}{r} 30 = 75,00 \\ \times 2 \\ \hline 150,00 \end{array}$$

## Grupo – 05

1- Na tabela a seguir, o preço do combustível está em função do volume do abastecimento.

Volume (em litros)	Preço ( em R\$ )
5	12,50
10	25,00
15	37,50
20	50,00
25	62,50
30	75,00

- a) Escrever a fórmula que associa o preço do combustível (P) e o volume (V).  $P = 2,50V$   
 b) Determinar o valor pago por 7 litros de combustível.  $7 \text{ litros} = P = 17,50V$   
 c) Determinar o valor de combustível que corresponde ao preço de 60,00.  $150,00V$

$$\begin{array}{r} 332,50 \\ \underline{15} \\ 2,50 \end{array}$$

$$2,50 \times 7 = 17,50$$

Se  $30 = 75,00$  Vamos ~~separar~~ multiplicar

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ \times 2 \\ \hline 150,00 \end{array}$$

As respostas seguintes parecem indicar que os grupos quarto e quinto fazem confusão entre a variável dependente e independente, pois para determinar o volume de combustível correspondente ao preço de R\$ 60,00 é preciso substituir  $p = 60$  na fórmula  $p = 2,5 \cdot v$ , ao contrário de suas afirmações.

Já o primeiro grupo não chegou sequer a resolver esse item c. Questionamos os alunos, no momento da entrega da atividade, sobre o motivo pelo qual eles não teriam respondido, os mesmos tendo alegado que não sabiam resolver a questão.

Na segunda questão solicitamos que eles determinassem o conjunto imagem da função  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ . Para isso, foi dado um conjunto que é o domínio de uma função, dada por uma determinada lei. Colocamos de propósito uma lei matemática na forma de fração, sabendo que isso seria um obstáculo na resolução dos cálculos.

Dos cinco grupos, quatro deles cometeram algum tipo de erro ao encontrarem os valores possíveis para  $g$ . Apenas o terceiro grupo encontrou o conjunto imagem dessa função. Os alunos do primeiro grupo emitiram resposta numérica particular, gerando erros em sua resposta. Vejamos o procedimento utilizado por eles:

### Grupo – 01

- 2- Dada a função  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $g(x) = \frac{x}{x^2-2}$  de domínio  $D = \{2, 3, 4\}$ , determine conjunto imagem de  $g$ .

$$\begin{array}{l|l|l} X & Y = \frac{X}{X^2-2} & Y \\ \hline 2 & Y = \frac{2}{2^2-2} & 2 \\ \hline 3 & Y = \frac{3}{3^2-2} & \frac{1}{5} \\ \hline 4 & Y = \frac{4}{4^2-2} & 2 \end{array}$$

$$\text{Im}(g) = \left\{ 2, \frac{1}{5}, 2 \right\}$$

Chegamos à conclusão que esse grupo de estudantes não priorizou a ordem de escrita das operações, acreditando que o valor de uma expressão permanece inalterado quando se mudam a ordem dos cálculos. O grupo não soube fazer a organização dos termos na hora da operação, onde demonstrou desatenção.

Já o erro cometido pelo segundo, quarto e quinto grupo foi o mesmo. Os três grupos expressaram o resultado na sua forma fracionária corretamente, mas ao passar para sua forma decimal, cometeram um grande erro, uma vez que dividiram o denominador pelo numerador, demonstrando dificuldades em operar com frações, ou seja, operando como se as frações fossem inteiros. Para ilustrar de que forma os alunos encontraram as soluções, vejamos:

### Grupo – 02

- 2- Dada a função  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $g(x) = \frac{x}{x^2-2}$  de domínio  $D = \{2, 3, 4\}$ , determine conjunto imagem de  $g$ .

$$\frac{x}{x^2-2} = \frac{2}{2^2-2} = \frac{2}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{x}{x^2-2} = \frac{3}{3^2-2} = \frac{3}{9-2} = \frac{3}{7} = 2,3 \text{ (aprox.)}$$

$$\frac{x}{x^2-2} = \frac{4}{4^2-2} = \frac{4}{16-2} = \frac{4}{14} = 3,5 \text{ (aprox.)}$$

O conjunto imagem de  $g = \{1, 2, 3; 3,5\}$ .

## Grupo - 04

$x$	$\frac{x}{x^2-2}$	$y$
2	$\frac{2}{2^2-2}$	1
3	$\frac{3}{3^2-2}$	2,333...
4	$\frac{4}{4^2-2}$	3,5

$\text{Im}(4) \{1, 2, 333..., 3,5\}$

## Grupo - 05

$x$	$y = \frac{x}{x^2-2}$	$y$
2	$y = \frac{2}{2^2-2} = \frac{2}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$	1
3	$y = \frac{3}{3^2-2} = \frac{3}{9-2} = \frac{3}{7} = 2,3$	2,3
4	$y = \frac{4}{4^2-2} = \frac{4}{16-2} = \frac{4}{14} = 3,5$	3,5

$\text{Im}(4) \{1, 2, 3, 3,5\}$

Diante da atividade proposta, com as respostas acima apresentadas pelos grupos, esse tipo de erro pode ocorrer porque os alunos têm dificuldades em aceitar a ideia de dividirmos um número menor por outro que seja maior. Portanto, a causa desse erro está na realização incorreta de uma operação. Novamente temos aqui um exemplo de não entendimento de como operar com fração. Tal razão é vista como um procedimento comum entre os alunos, pois, logo após a entrega dessa atividade quando questionados sobre suas respostas, a maioria afirmou que não poderia dividir um número menor por outro que fosse maior, diziam: como isso é possível, “tirar o maior do menor”? Esse tipo de erro deve ser trabalhado pelos professores para não mais ser repetido, levando o aluno a encontrar seu próprio equívoco e transformar em aprendizagem para não mais cometer. Lembremos o trabalho de Guillermo (1992) segundo Cury:

Que classifica erros de alunos de 14 a 20 anos em exercícios que envolvem propriedades das operações algébricas, encontrando problemas que vão repetir-se em outros estudos, como as falsas regras para operar com racionais, as dificuldades com produtos notáveis, etc. (2007, p. 42).

Quanto à terceira questão, vejamos as respostas dos grupos:

### Grupo - 01

3- Determine os zeros reais das funções:

a)  $f(x) = 0,5x + 3$

$$x = 0,5x + 3 = 0$$

$$x = 3,5 = 0$$

$$x = \frac{0}{3,5}$$

$$x = 0$$

b)  $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$x = 3 \cdot (-3)$$

$$x = -9$$

### Grupo - 02

b)  $f(x) = 0,5x + 3$

$$f(x) = 0,5x + 3$$

$$0,5x + 3 = 0$$

$$0,5x = -3$$

$$x = \frac{-3}{0,5}$$

b)  $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

$$g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{3} \quad x = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = 1$$

$$x = \frac{1 \cdot 3}{3} = 1$$

### Grupo - 03

a)  $f(x) = 0,5x + 3$

$$-0,5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-3}{0,5} = \frac{-30}{5} = -6$$

b)  $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

$$-\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$x = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{-1/3} = \frac{1 \cdot (-3)}{1} = -3$$

### Grupo - 04

a)  $f(x) = 0,5x + 3$

$$0,5x + 3 = 0$$

$$x = 0 - 0,5 \cdot (-3)$$

$$x = -3,5$$

b)  $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$\frac{1}{3}x = 0 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{3} + \frac{3}{3}$$

$$3x = \frac{1}{1} + \frac{3}{1}$$

$$x = \frac{4}{4} \quad x = 1$$



Na terceira questão solicitamos que os grupos determinassem os zeros reais de duas funções. Apenas o quinto grupo resolveu os dois itens corretamente, os demais grupos cometeram algum tipo de erro. Eles utilizaram métodos informais para encontrar o zero da função. Um exemplo desse fato foi à resolução de equações por tentativa e erro, que verificamos nas soluções apresentadas por eles, por não conhecerem os procedimentos formais para a solução deste tipo de equações que envolvem números racionais, o que ocasionou complicações para os alunos. Notamos no desenvolvimento dessa questão pelos quatro grupos, a desorganização dos números, o que em muitos casos acarreta na má interpretação dos mesmos e principalmente dos sinais. Vejamos:

Como podemos verificar no item (a) do segundo grupo e no item (b) do terceiro grupo, os alunos acertaram parcialmente as operações, mas erraram os sinais.

Podemos constatar que a principal causa para esse tipo de erro foi ocasionada pela falta de atenção, que provoca erros mecânicos. A causa para que os alunos tenham apresentado dificuldades em conceitos tão básicos se dá em parte por encontrarmos alunos desinteressados, desmotivados em relação à Matemática e também por passarem muito tempo trabalhando com os números naturais, então transferem para os racionais na forma fracionária as regras do cálculo. Outro fator que pode contribuir é talvez a forma como venha sendo trabalhado os números, priorizando a memorização e, portanto os alunos repetem o processo em qualquer situação, sem analisar com que números estão trabalhando. É importante estimular a curiosidade e preparar o aluno para lidar com situações novas que despertem o entusiasmo dos alunos.

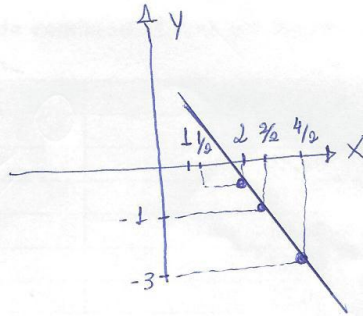
Notamos que o aluno entendeu o conceito da operação, mas deve ser trabalhada a questão da atenção na realização das atividades, o que implica muito na superação desses equívocos. Percebemos que é necessário refletir sobre a reconceitualização de números e das operações, pois, a natureza do número, em suas diferentes operações muda quando passamos das operações de um conjunto numérico para outro. Nesse sentido, é fundamental observar onde o aluno está errando assim como a natureza do erro.

Na quarta questão, solicitamos para que eles construíssem o gráfico da função  **$g: \mathbf{IR} \rightarrow \mathbf{IR}$ , definida por  $g(x) = x - -$** . O percentual de erro obtido foi máximo, ou seja, 100% grupos erraram essa questão. Mostraremos na sequência o desenvolvimento do primeiro e segundo grupo, por termos notado algo curioso na resolução das mesmas.

### Grupo – 01

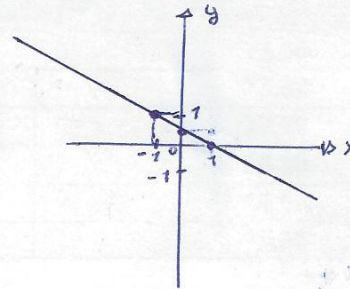
4- Construa o gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x - \frac{1}{2}$ .

X	Y = X - 1/2	Y
-1	$-1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$	1
2	$2 - \frac{1}{2} = \frac{4}{2}$	1.5
-3	$-3 - \frac{1}{2} = \frac{4}{2}$	1.5



### Grupo – 02

x	g(x) = x - 1/2	Y
-1	$-1 - \frac{1}{2} = \frac{-2}{2}$	1
0	$0 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	0.5
1	$1 - \frac{1}{2} = \frac{0}{2}$	0



Notemos que os alunos tiveram dificuldades para fazer a representação no quadro numérico, ou seja, a tabela de valores, pois novamente não acertaram ao efetuar a adição de frações, ou seja, eles estão sobregeneralizando<sup>2</sup> a regra. Dessa forma, desencadeou de forma errada todo o restante da questão e ocasionou num grave erro na sua representação gráfica. Este erro parece ser comum com esta turma onde a pesquisa foi aplicada, portanto, recomenda-se um aprofundamento do conceito de adição e subtração de números racionais na forma fracionária, que é visto ainda no Ensino Fundamental. Podemos, ainda analisar esse caso atribuindo a outra causa o erro, problemas com a escala. (Ver gráfico do primeiro grupo). Talvez haja alguns alunos com dificuldade em saber o que é um “gráfico no plano cartesiano”. Provavelmente a dificuldade, nesse momento, esteja na representação de números racionais nos eixos. Como foi analisado na questão.

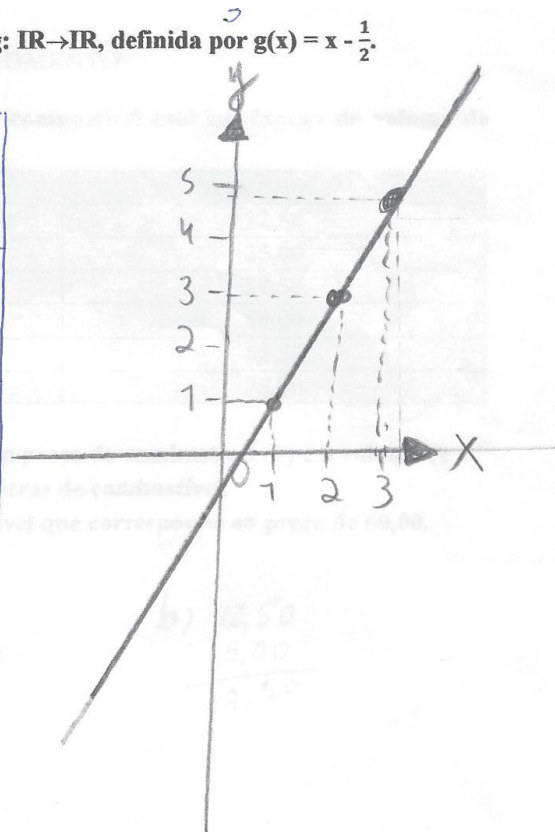
<sup>2</sup> Um erro bastante comum em turmas do Ensino Fundamental, mas também encontrado em algumas respostas de alunos do médio, é efetuar a adição de frações conforme o exemplo:  $- + - = -$ . Os alunos consideraram uma fração como dois números naturais separados por um traço.

Ainda na questão de número quatro, mas agora analisando a causa do erro cometido pelo terceiro grupo, entende-se como um erro por distração. Tendo em vista que, ora o grupo resolve com eficiência aplicando corretamente as operações, onde há compreensão do conceito de adição e subtração de fração, mas ao fim da resolução, distraiu-se e cometeu o erro apresentado na questão, o grupo esqueceu de colocar o valor do denominador no resultado final, colocando apenas o valor referente ao numerador. Vejamos:

### Grupo - 3

4- Construa o gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x - \frac{1}{2}$ .

X	$x = \frac{1}{2}$	Y
1	$1 - \frac{1}{2}$	1
2	$2 - \frac{1}{2}$	3
3	$3 - \frac{1}{2}$	5



$$1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

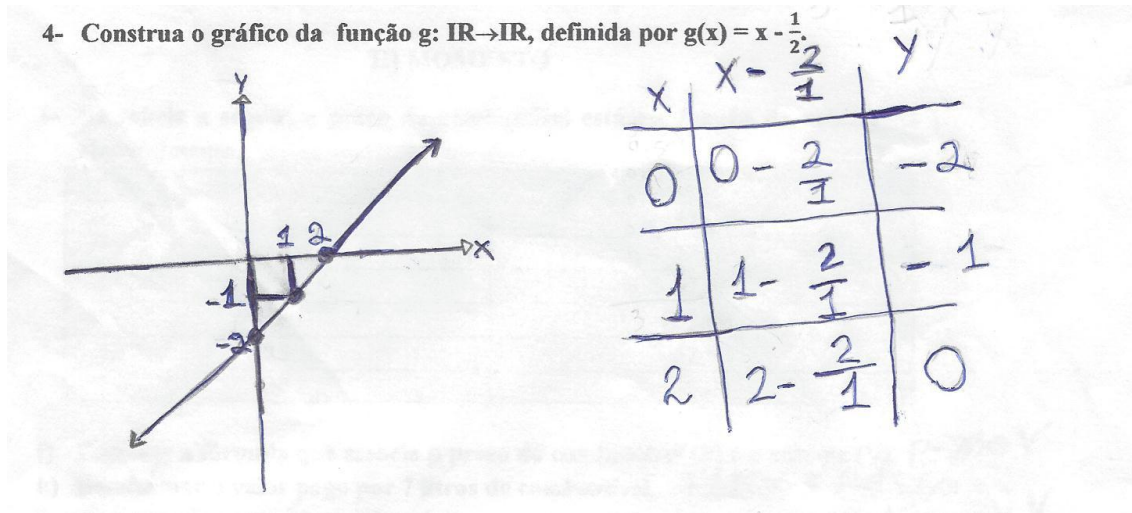
$$2 - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = 3$$

$$3 - \frac{1}{2} = \frac{6}{2} - \frac{1}{2} = 5$$

Por fim, o quarto grupo ao responder essa questão cometeu erros mecânicos. O grupo, ao copiar a função que foi dada no enunciado, inverteu o valor da fração. Isto acarretou na

anulação de toda a questão. Observamos, mais uma vez, a falta de atenção do aluno ao desenvolver uma atividade. Verificamos o desenvolvimento desse grupo logo abaixo:

#### Grupo – 04



É importante ressaltar que diante das questões propostas, o quinto grupo nem tentou responder a esta questão. Quando perguntei o motivo pelo qual o grupo teria deixado a questão em branco, os alunos falaram que não adiantaria responder de qualquer forma, já que entre eles nenhum sabia a resposta.

Mediante as respostas obtidas nas atividades aplicadas no terceiro momento da pesquisa (atividades de função envolvendo números racionais), podemos afirmar que os problemas encontrados com os números se constitui um obstáculo à aprendizagem de função.

Ao propormos aos alunos as atividades acima, que exigem lidar com as representações fracionárias, percebemos que os estudantes apresentaram dificuldades em pontos básicos. Espera-se que os alunos leiam e representem os números racionais nas formas decimais e fracionárias; compare e ordene os números racionais nas formas decimais e fracionárias; localize na reta numérica, de números racionais nas formas decimal e fracionárias, só assim saberá fazer a representação gráfica das funções; e reconheça que os números racionais admitem diferentes representações. Os que não desenvolveram habilidades elementares compatíveis com o 1º ano do ensino médio são estudantes que não conseguem utilizar o conhecimento algébrico, supostamente adquirido, para enfrentar situações novas, ou seja, a falta de conhecimento anterior, sobre os conteúdos, ocasionará em erros em outros

conteúdos. Foi o que aconteceu nas atividades envolvendo função, aplicadas no terceiro momento da pesquisa.

Alguns destes referem-se, por exemplo, na questão dois, onde solicitávamos o conjunto imagem da função, a dificuldade encontrada foi em fazer a representação no quadro numérico, ou seja, a tabela de valores. Esperávamos que os alunos não tivessem dificuldades na compreensão da função dada, mas como a expressão algébrica se encontrava na forma fracionária, surgiram alguns erros que podem se transformar em obstáculos, com perda de significado, e não favorecer o acesso ao conceito de função.

Já na quarta questão, os alunos deveriam fazer o esboço do gráfico por meio da junção de pontos localizados no plano cartesiano, pontos estes obtidos por intermédio de substituição na expressão matemática correspondente. Os alunos apresentaram dificuldades em colocar escala no eixo por tratar-se de números racionais. Sendo assim, sua resposta foi considerada errada, por não responder o que foi pedido. Isso fará com que eles não compreendam o comportamento real do gráfico. O que fez com que aparecessem erros na representação de alguns pontos do gráfico. Além disso, dificulta, por exemplo, o significado de variável independente, pois é necessário que os alunos percebam a importância do domínio da função num gráfico, uma vez que se modificamos o domínio, o gráfico se altera.

Sendo assim, saber estabelecer relações entre tabelas de valores, gráficos e expressões algébricas de forma correta, pode ajudar os alunos a desenvolver diversos tipos de conexões e compreender melhor o conceito de função. Como relata Cury (2007):

A dificuldade com as operações no conjunto dos racionais é um problema que se reproduz em outros conteúdos, pois, se o estudante não sabe somar frações numéricas, também não vai saber somar frações algébricas, e as dúvidas e erros vão ser freqüentes (p. 55).

Portanto, a compreensão do conceito dos números racionais é uma das ideias mais difíceis de entender, pois existem questões de ordem didática que se não forem bem apreciadas proporcionam obstáculos ao longo de toda a sua vida escolar. Ou seja, o domínio desse conceito e suas aplicações funcionam para a construção do conhecimento de outros conceitos, como podemos observar, por exemplo, nas questões acima que envolvia o conceito de função.

#### IV- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tivemos como objetivo geral deste estudo a identificação e análise dos erros apresentados pelos alunos sobre o conteúdo de números racionais, que vão influenciar na aprendizagem do conteúdo de funções no 1º ano do Ensino Médio.

Após o diagnóstico realizado, percebemos que a maioria dos alunos não possuía os conhecimentos necessários para a aprendizagem de função. Algumas observações puderam ser feitas a partir do desenvolvimento das atividades. Inicialmente percebemos as dificuldades de leitura e interpretação daquilo que era solicitado referente aos números racionais e ainda a falta de autonomia dos alunos com relação ao trabalho com este conteúdo. Estes foram fatores que dificultaram o processo de aprendizagem de funções.

Percebemos, mediante a análise das atividades realizadas pelos alunos, que os erros indicaram que os alunos não conseguiram compreender e nem representar as frações, notando-se que há falta de entendimento do conceito de números racionais. Tal observação reside no fato de que ao desenvolver atividades que já conheciam, não conseguiam mostrar o já aprendido.

As atividades sinalizaram que a maioria dos alunos ainda continua com dificuldades nas operações fundamentais com números racionais, sendo importante que o professor conheça qual é o significado que os alunos dão às operações realizadas, pois estes podem estar fabricando regras de ação que nem sempre levam às respostas corretas.

Podemos afirmar que tais dificuldades pode se constituir num obstáculo à aprendizagem do conceito de função, pois a falta de conhecimento anterior sobre os conteúdos ocasionará erros em outros conteúdos.

Consideramos com base nos resultados obtidos que os alunos apresentam dificuldades de várias ordens; de conceito, de representação, de operações, de comparação e de aplicação dos números racionais nas atividades com funções.

Convém lembrar que para a maioria dos professores que atuam na primeira série do ensino médio parece esperar que o aluno chegue pronto, eles não percebem que este é o momento em que os conteúdos trabalhados no Ensino Fundamental II deverão ser solidificados. Isto favorecerá a compreensão do conceito de função, que é por si só bastante complexo para o aluno, pois envolve outros conceitos igualmente abstratos.

Para que o ensino e conseqüentemente a aprendizagem de função ocorra de forma mais eficaz, é necessário, constituir-se em um meio que gere reflexões para que haja uma

retomada dos conceitos não assimilados, uma vez que o erro cometido pelos alunos está intimamente relacionado às defasagens decorrentes das séries do Ensino Fundamental II.

A observação dos erros praticados pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio, com relação aos números racionais nos leva à reflexão sobre a ação pedagógica do professor. Nessa direção, sugerimos aos professores que a utilização desses erros possa ser usada para a construção de uma aprendizagem significativa, pois acreditamos que os alunos podem aprender com seus próprios erros.

É importante que o aluno erre e descubra o motivo pelo qual aconteceu o seu erro. Em muitos casos o erro ocorreu não por falta de compreensão, mas por desatenção, como verificado nas atividades. O erro pode ser analisado, discutido e interpretado de forma que possa auxiliar a aprendizagem, a produção do conhecimento.

Ao final deste trabalho, esperamos ter contribuído para a escola na qual foi feita a pesquisa, na compreensão de algumas dificuldades enfrentadas pelos alunos com relação aos números racionais, assim como na busca de superação dessas dificuldades que influenciaram notadamente no conteúdo de função e seus benefícios quando analisados de maneira eficaz. Sugere-se, um método de ensino que estimule o aluno à participação ativa na construção do conhecimento, como também, analisar uma forma de ensino que contribua para instigar o aluno ao reconhecimento da aplicação dos conteúdos matemáticos, que são aprendidos na escola em seu cotidiano.

## REFERÊNCIAS

ARRUDA, Aline Mendes de; CAMARGO, Joseli Almeida; OLIVEIRA, Joselba Liliane de; SILVA, Fernando Carneiro da. **Os conceitos de erro, obstáculo e contrato didático segundo Guy Brousseau**. 1º Encontro Nacional PIBID – Matemática, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Matemática**. Brasília, 2006.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. – Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática, 1ª série**. São Paulo: Ática, 2005.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Campinas, SP. Unicamp, 2002.

GITIRANA, Verônica. Planejamento e avaliação em matemática. In: SILVA, Janssen Felipe; HOFFMANN, Jussara; ESTEBAN, Maria Tereza. **Práticas Avaliativas e Aprendizagens Significativas: em diferentes áreas do currículo**. 8 ed – Porto Alegre: Mediação, 2012.

KAMII, Canstance, **A criança e o número**, tradução de Regina A. de Assis, Campinas, Papyrus, 2000.

MASETTO, M. T. **Didática: a aula como centro**. 4. Ed. São Paulo: FTD, 1997.

PROCHNOW, Karine Zangalli. **Uma abordagem diferenciada dos números racionais na forma fracionária**. 2010. 52 f. Monografia (Especialização). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

SILVA, S. H. R. Alciony. **A concepção do professor de matemática e dos alunos frente ao erro no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais**. 2005. 128 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2005.

SILVA, Umberto Almeida. **Análise da abordagem de função adotada em livros didáticos de matemática da educação básica**. 2007. Mestrado profissional em ensino de matemática- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP, 2007.

SOUZA, Sueli Spolador Simões de. **Erros em Matemática: um estudo diagnóstico com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental**. 2002. 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual Paulista. Marília, 2002.



# **ANEXOS**

**ANEXO 1- CONHECIMENTO SOBRE OS NÚMEROS RACIONAIS****GRUPO:** \_\_\_\_\_ **DATA:** / /2012

---

---

---

---

**I MOMENTO**

- 1- O que você entende por número racional?**
- 2- Como podemos representar um número racional?**

## ANEXO 2 – ATIVIDADES DE AVALIAÇÃO APÓS A INTERVENÇÃO

**GRUPO 01:** \_\_\_\_\_ **DATA:** / /2012

---



---



---



---

### II MOMENTO

- 1- Uma piscina retangular ocupa — de uma área de lazer de 300 . A parte restante da área de lazer equivale a quantos metros quadrados?
  
- 2- Duas ruas de mesmo comprimento estão sendo asfaltadas. Até agora, os operários já asfaltaram — da rua das flores e — da rua dos gatos. Qual das duas ruas já tem mais asfalto?
  
- 3- Escreva quatro racionais na forma fracionária que, na reta ordenada ficam entre cada par de números:
  - a) 1 e 2
  - b) -- e --

**GRUPO 02:** \_\_\_\_\_ **DATA:** / /2012

---

---

---

---

## II MOMENTO

- 1- Com 16 litros de leite, quantas garrafas de – de litros poderão ser cheias?
- 2- Duas paredes de mesmas dimensões estão sendo pintadas. João já pintou – da área de uma parede e Márcia pintou – da outra. Que parede tem a maior parte pintada até agora?
- 3- Paula escreveu vários números como mostra a seguir:

	0,6	1,4	
0,25			2,1
	1,2	0,5	

Qual dos números escritos representa –?

**GRUPO 03:** \_\_\_\_\_ **DATA:** / /2012

---

---

---

---

## II MOMENTO

- 1- **Márcia tem – do dinheiro necessário para comprar um apartamento, e seu marido, — dessa quantia. Se a essa importância o casal adicionar R\$ 35.000,00 poderão comprar a casa própria. Qual é o preço do imóvel?**
  
- 2- **Se numa classe, – dos alunos estão de tênis e – dos alunos dessa mesma classe estão de boné, então nessa classe você encontra mais alunos de tênis ou de boné?**
  
- 3- **A superfície da Amazônia estende-se por 9 países da América do Sul, da qual o Brasil fica com – do total.**
  - **Assinale a alternativa correta:**
  - a) **O Brasil fica com a maior parte da Amazônia;**
  - b) **O Brasil fica com a menor parte da Amazônia;**
  - c) **Todos os 9 países ficam com partes iguais da Amazônia.**



**GRUPO 05:** \_\_\_\_\_ **DATA:** / /2012

---

---

---

---

## II MOMENTO

- 1- Dividir R\$ 510,00 por três pessoas, de modo que as partes da primeira e da segunda sejam, respectivamente, – e – da parte a ser recebida pela terceira.
  
- 2- A população de uma região foi removida para outro local, devido a fortes chuvas que ameaçavam fazer o rio transbordar. De todas as pessoas transportadas, 35% foram levadas de ônibus, – de helicóptero e o restante em seus próprios carros.
  - a) Que meio de transporte removeu mais pessoas: ônibus ou helicóptero?
  - b) Represente a quantidade de pessoas que partiu dessa região com seus próprios carros.
  
- 3- Quais das afirmações abaixo é falsa?
  - a) – é o mesmo que –
  - b) – é o mesmo que 2 e –
  - c) – é o mesmo que 8 partes iguais a – .

### ANEXO 3 – ATIVIDADES SOBRE FUNÇÃO

**GRUPO 01:** \_\_\_\_\_ **DATA:** / /2012

---



---



---



---

#### III MOMENTO

- 1- Na tabela a seguir, o preço do combustível está em função do volume do abastecimento.

Volume (em litros)	Preço ( em R\$ )
5	12,50
10	25,00
15	37,50
20	50,00
25	62,50
30	75,00

- a) Escrever a fórmula que associa p preço do combustível (P) e o volume (V).  
 b) Determinar o valor pago por 7 litros de combustível.  
 c) Determinar o valor de combustível que corresponde ao preço de 60,00.
- 2- Dada a função  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $g(x) = \frac{1}{x}$  de domínio  $D = \{ 2, 3, 4 \}$ , determine conjunto imagem de g.
- 3- Determine os zeros reais das funções:
- a)  $f(x) = 0,5x + 3$  b)  $g(x) = -x - 2$
- 4- Construa o gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x^2 - 4$ .



GRUPO 02: \_\_\_\_\_ DATA: / /2012

---



---



---



---

### III MOMENTO

- 1- Na tabela a seguir, o preço do combustível está em função do volume do abastecimento.

Volume (em litros)	Preço ( em R\$ )
5	12,50
10	25,00
15	37,50
20	50,00
25	62,50
30	75,00

- a) Escrever a fórmula que associa o preço do combustível (P) e o volume (V).  
 b) Determinar o valor pago por 7 litros de combustível.  
 c) Determinar o valor de combustível que corresponde ao preço de 60,00.

- 2- Dada a função  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $g(x) = \frac{1}{x}$  de domínio  $D = \{ 2, 3, 4 \}$ , determine conjunto imagem de  $g$ .

- 3- Determine os zeros reais das funções:

a)  $f(x) = 0,5x + 3$

b)  $g(x) = -x - 2$

- 4- Construa o gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x^2 - 4$ .

GRUPO 03: \_\_\_\_\_ DATA: / /2012

---



---



---



---

### III MOMENTO

- 1- Na tabela a seguir, o preço do combustível está em função do volume do abastecimento.

Volume (em litros)	Preço ( em R\$ )
5	12,50
10	25,00
15	37,50
20	50,00
25	62,50
30	75,00

- Escrever a fórmula que associa o preço do combustível (P) e o volume (V).
- Determinar o valor pago por 7 litros de combustível.
- Determinar o valor de combustível que corresponde ao preço de 60,00.

- 2- Dada a função  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $g(x) = \frac{1}{x}$  de domínio  $D = \{ 2, 3, 4 \}$ , determine conjunto imagem de  $g$ .

- 3- Determine os zeros reais das funções:

a)  $f(x) = 0,5x + 3$

b)  $g(x) = -x - 2$

- 4- Construa o gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x^2 - 4$ .

**GRUPO 04:** \_\_\_\_\_ **DATA:** / /2012

---



---



---



---

### III MOMENTO

- 1- Na tabela a seguir, o preço do combustível está em função do volume do abastecimento.

Volume (em litros)	Preço ( em R\$ )
5	12,50
10	25,00
15	37,50
20	50,00
25	62,50
30	75,00

- a) Escrever a fórmula que associa o preço do combustível (P) e o volume (V).  
 b) Determinar o valor pago por 7 litros de combustível.  
 c) Determinar o valor de combustível que corresponde ao preço de 60,00.

- 2- Dada a função  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $g(x) = \frac{1}{x}$  de domínio  $D = \{ 2, 3, 4 \}$ , determine conjunto imagem de  $g$ .

- 3- Determine os zeros reais das funções:

a)  $f(x) = 0,5x + 3$

b)  $g(x) = -x - 2$

- 4- Construa o gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x^2 - 4$ .

GRUPO 05: \_\_\_\_\_ DATA: / /2012

---



---



---



---

### III MOMENTO

- 1- Na tabela a seguir, o preço do combustível está em função do volume do abastecimento.

Volume (em litros)	Preço ( em R\$ )
5	12,50
10	25,00
15	37,50
20	50,00
25	62,50
30	75,00

- a) Escrever a fórmula que associa o preço do combustível (P) e o volume (V).  
 b) Determinar o valor pago por 7 litros de combustível.  
 c) Determinar o valor de combustível que corresponde ao preço de 60,00.

- 2- Dada a função  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ , em que  $g(x) = \frac{1}{x}$  de domínio  $D = \{ 2, 3, 4 \}$ , determine conjunto imagem de  $g$ .

- 3- Determine os zeros reais das funções:

a)  $f(x) = 0,5x + 3$

b)  $g(x) = -x - 2$

- 4- Construa o gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x - 2$ .