



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

ADRIANA PATRÍCIA LÚCIO DA SILVA

UMA REVISÃO DOS CONCEITOS DA TEORIA DOS JOGOS

CAMPINA GRANDE – PB

2014

ADRIANA PATRÍCIA LÚCIO DA SILVA

UMA REVISÃO DOS CONCEITOS DA TEORIA DOS JOGOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Estatística do Departamento de Estatística do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de Bacharel em Estatística.

Orientador: Ricardo Alves de Olinda

Campina Grande – PB

2014

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S586r Silva, Adriana Patrícia Lúcio da.
Uma revisão dos conceitos da teoria dos jogos [manuscrito] /
Adriana Patrícia Lúcio da Silva. - 2014.
35 p. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Estatística) -
Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e
Tecnologia, 2014.

"Orientação: Prof. Dr. Ricardo Alves de Olinda,
Departamento de Estatística".

1. Matemática aplicada. 2. Teoria dos jogos. 3. Teoria dos
jogos - conceitos. I. Título.

21. ed. CDD 519.3

Uma Revisão dos Conceitos da Teoria dos Jogos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Estatística do Departamento de Estatística do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de Bacharel em Estatística.

Aprovada em: 06 / 08 /2014

Banca Examinadora:

Ricardo Alves de Olinda

Prof. Dr. Ricardo Alves de Olinda / UEPB
Orientador

Tiago Almeida de Oliveira

Prof. Dr. Tiago Almeida de Oliveira / UEPB
Examinador

Ana Patrícia Bastos Peixoto

Profª Drª Ana Patrícia Bastos Peixoto / UEPB
Examinadora

Ao meu maior tesouro, a dádiva que Deus me deu, a minha mãe Antônia. Aos meus irmãos Alexandre e Andréa e ao meu pai Elpídio. E a todos que contribuíram para a realização deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente Deus, o meu Deus eterno e poderoso, que realiza o impossível. Que mesmo diante das intempéris da vida o Senhor foi o meu refúgio e minha direção.

Agradeço a minha mãe, por ser este presente de Deus em minha vida e dos meus irmãos, obrigado pelo carinho, ensinamentos e o amor a nós dedicado.

Agradeço ao Prof. Dr. Ricardo Alves, pela orientação, sugestões que foram valiosas para a conclusão deste trabalho.

Fazendo uso de suas palavras, onde falou “Gostar de Desafios”. Acredito que grandes feitos da humanidade existem porque pessoas iguais a você experimentou o novo. Muito obrigado pela compreensão e que Deus o abençoe.

Agradeço aos professores que estiveram comigo no decorrer da minha vida acadêmica. A instituição UEPB por ser este suporte na construção e realização de sonhos de muitos alunos.

Agradeço aos meus colegas de turma pela amizade e companheirismo durante o período de estudo. Na verdade alguns tornaram-se grandes amigos. Foi uma alegria conhecê-los, Suely, Denise, aos Tiagos (Almeida e Diniz), Rodrigo, Jaiane, Alexandra, e Michelly.

Agradeço aos funcionários que desempenharam suas tarefas de forma bem satisfatória e que muito me auxiliaram na pessoa de Agnaldo, João, aos bibliotecários da biblioteca do CIPE, Obede, Lucindo e Dayse, vocês são exemplo de dedicação e paciência a nos dispensados. A Hellys e Camile pela contribuição pertinente na construção deste trabalho.

“Não percais esta convicção a que está vinculada uma grande recompensa, pois vos é necessária à perseverança para fazerdes a vontade de Deus e alcançardes os bens prometidos”. *Ainda um pouco de tempo - sem dúvida, bem pouco – e o que há de vir virá e não tardará. Meu justo viverá da fé. Porém, se ele desfalecer, meu coração já não se alegrará dele (Hab2, 3s)*. Não “somos absolutamente de perder o ânimo para nossa ruína; somos de manter a fé, para a nossa salvação.”.
Heb 10,35-39.

RESUMO

A Teoria dos jogos desenvolveu-se graças a estudos realizados por John Von Neumann e Oskar Morgenstern. É vista como o ramo da matemática aplicada que estuda situações estratégicas onde jogadores escolhem diferentes ações na tentativa de melhorar seu retorno, envolvendo a interação de pessoas, instituições, empresas, guerras e outros, buscando-se equacionar conflitos e obter decisões conscientes focadas em seus objetivos. Inicialmente desenvolvida como ferramenta para compreender o comportamento econômico e para definir estratégias nucleares, hoje utilizada em diversos campos acadêmicos. Na economia a Teoria dos jogos tem sido utilizada para examinar a concorrência e a cooperação dentro de pequenos grupos de empresas. Atualmente diversos pesquisadores de estratégia têm procurado tirar proveito da Teoria dos jogos, pois ela provê critérios valiosos quando lida com situações que permitem perguntas simples, não fornecendo respostas positivas ou negativas, mas ajuda a examinar de forma sistemática várias permutações e combinações de condições que podem alterar a situação. Diante do exposto este trabalho tem por objetivo descrever os principais conceitos da Teoria dos jogos e mostrar alguns exemplos práticos desta Teoria.

Palavras-Chave: Teoria dos jogos. Matemática aplicada. Interação e conceitos.

ABSTRACT

The Game Theory started being developed from studies performed by John Von Neumann and Oskar Morgenstern. It is seen as the branch of applied mathematics that studies the strategic situations in which players choose different actions in an attempt to improve their feedback, involving the interaction of people, institutions, companies, wars and others. Initially developed as a tool to understand the economic behavior and to define nuclear strategies, it has been used in several academic fields. In economics the Game theory has been used to examine competition and cooperation within small groups of companies. Currently many researchers of strategy have sought to take advantage of Game Theory, as it provides valuable criteria when dealing with situations that allow simple questions, not providing positive or negative answers, but it helps to examine systematically various permutations and combinations of conditions that can change the situation. In light of the foregoing, this paper aims at describing the main concepts of the Theory of games and showing some practical examples of this Theory.

KEYWORDS: Game Theory. Applied mathematics. Interaction and concepts.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	PRINCIPAIS CONCEITOS DA TEORIA DOS JOGOS	14
2.2	FORMAS DE REPRESENTAÇÃO DE UM JOGO.....	16
2.3	DILEMA DO PRISIONEIRO	19
2.4	CLASSIFICAÇÃO DOS JOGOS.....	20
2.4.1	Jogos cooperativos e os Jogos não cooperativos	20
2.4.2	Jogos de soma zero e Jogos de soma não zero	22
2.4.3	Jogos Simultâneos e Jogos sequenciais	24
2.4.4	Jogos de Informação Perfeita e Jogos de Informação Imperfeita	25
2.4.5	Jogos de Informação Completa e Jogos de Informação Incompleta	26
2.4.6	Jogos Repetidos	26
2.4.7	Jogos de Estratégia Pura e Jogos de Estratégia Mista	28
2.4.8	Jogos de Estratégia Dominante e Jogos de Estratégia Dominada	28
3	EQUILÍBRIO DE NASH	31
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
	REFERÊNCIAS	34

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Representação da proposta de lançamento de um modelo de Van no mercado da empresa Inovadora na forma estendida	18
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Representação do Jogo Cara e Coroa na forma normal.....	17
TABELA 2 - Resultado das decisões dos jogadores fazendo uso do Dilema do Prisioneiro.....	19
TABELA 3 - Resultado das estratégias entre o Comboio Japonês e os Aliados no Jogo Não Cooperativo.....	21
TABELA 4 - Resultado do Pagamento aos Jogadores no par ou ímpar no jogo de Soma Zero.....	23
TABELA 5 - Resultados possíveis na disputa para o Jogo de Soma Não Zero.....	24
TABELA 6 - Resultados Possíveis no Jogo (Pedra, Papel e Tesoura) de Informação Imperfeita.....	25
TABELA 7 - Resultado possível dos lucros das empresas fazendo uso das Estratégias Repetidas.....	27
TABELA 8 - Representação dos lucros obtidos pelas empresas caso adote a Estratégia Dominante.....	29
TABELA 9 - Representação dos lucros obtidos pelas empresas caso adote a Estratégia Dominada.....	29
TABELA 10 - Resultado das empresas em milhões de reais na disputa pelo mercado fazendo uso do Equilíbrio de Nash.....	31

1 INTRODUÇÃO

No decorrer da história constata-se que a humanidade ocupou-se com jogos ao longo de sua civilização, jogos muitas vezes meramente recreativos (passa tempo), mas também jogos com aplicações abrangentes, passíveis de análises, raciocínio lógico e na tomada de decisões. Diante do exposto, a Teoria dos jogos é vista como um ramo da matemática aplicada, envolvendo a interação de pessoas, onde se busca equacionar conflitos e obter decisões conscientes focadas em seus objetivos.

O estudo da Teoria dos jogos desenvolveu-se graças à publicação da obra clássica de John Von Neumann e Oskar Morgenstern, a “*The Theory of Games and Economic Behaviour*” em 1944. Os autores enfatizaram a aplicação da Teoria dos jogos no campo da economia, mais que suas comprovações (teoremas) permitiram que esta teoria, fosse aplicada nas diversas áreas do conhecimento, a exemplo de: Política, campanhas eleitorais, nas guerras, mercado financeiro, na zootecnia, ciências sociais e de saúde, entre outras.

Segundo Sartini et al (2004), a Teoria dos jogos é uma teoria matemática criada para se modelar fenômenos que podem ser observados quando dois ou mais “agentes de decisão” interagem entre si. Ela fornece a linguagem para a descrição de processos de decisões conscientes e objetivos envolvendo mais do que um indivíduo. Como a Teoria dos jogos tem a finalidade de prever os movimentos dos outros jogadores, sejam eles concorrentes ou aliados, essa Teoria possibilita aos jogadores se posicionar da melhor forma e obter os resultados desejados.

Alguns pesquisadores acreditam que a Teoria dos jogos formará em algum dia o alicerce de um conhecimento técnico estrito de como decisões são feitas e de como a economia funciona. De acordo com Carmichael (2005), o desenvolvimento da teoria ainda não atingiu este patamar e, hoje, a Teoria dos jogos é mais estudada em seus aspectos matemáticos puros e, em aplicações ela é usada como uma ferramenta que auxilia no entendimento de sistemas mais complicados.

Conforme Huang (2010), a Teoria dos jogos foi desenvolvida com base na premissa de que, por qualquer circunstância, ou por qualquer “jogo”, existe uma estratégia que permitirá o sucesso de um determinado jogador. Qualquer empresa pode ser considerada como um “jogo”, jogado contra os concorrentes, ou até mesmo contra os clientes. Os economistas, por exemplo, têm usado por muito tempo como uma ferramenta para examinar as ações dos agentes econômicos, tais como as empresas no mercado financeiro.

Segundo Santos (2009), a contribuição da Teoria dos jogos na análise das decisões e simulação dessas realidades garante sua aplicação não só na economia e nas finanças, como também nas outras ciências e em diversificadas situações.

Diante do exposto este trabalho tem por objetivo descrever os principais conceitos da Teoria dos jogos e mostrar alguns exemplos práticos desta teoria.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Até 1920 a Teoria dos jogos não despertava nenhum interesse científico, pois não havia técnicas adequadas para estudar as estratégias existentes nos jogos. Como a humanidade ocupou-se com jogos ao longo de sua civilização, e os jogos foram uma das formas de diversão e passa tempo, eles foram desenvolvendo habilidades (truques) para vencer e essas habilidades simples possibilitaram o surgimento da Teoria dos jogos.

Segundo Filho (2007), os jogos acompanham os seres humanos desde a pré-história. Jogos de tabuleiros, como o chamado Jogo Real de UR¹ que originou mais tarde os atuais jogos de xadrez e damas. Estes jogos foram encontrados em escavações na região da antiga cidade suméria de Ur², na Mesopotâmia, e datam de aproximadamente 3.000 a.C. Mas só a partir de século XVI, com os trabalhos do médico, matemático e filósofo italiano Gerolamo Cardano (1501 – 1576) que a importância dos jogos assumiu caráter científico.

Também afirma Almeida (2006) que, os jogos de tabuleiros divertem a humanidade desde a formação das primeiras civilizações, por colocarem as pessoas em situações nas quais vencer ou perder dependem das escolhas feitas no início das partidas, sendo assim, o jogo se tornou uma ferramenta para o desenvolvimento das pessoas, mas só despertou interesse após muito tempo com o surgimento da Teoria das probabilidades. No decorrer dos estudos sobre a Teoria das probabilidades e a contribuição do filósofo, matemático e físico francês Blaise Pascal, juntamente com o matemático francês Fermat, através destes, desenvolveram a Teoria das probabilidades em jogos de azar utilizando-se regras matemáticas. Foi a partir desses estudos que os jogos passaram a despertar interesse nos jogadores e a elaborar situações em que poderiam vencer seguindo algumas estratégias.

Miranda (2014) afirma que os participantes são colocados diante de uma sequência de situações onde vencer e perder depende da sucessão de escolhas feitas desde o início da partida. Sob esta ótica, os jogos acabaram se tornando uma forma pedagógica de desenvolvimento estratégico e intelectual das pessoas.

De acordo com Sartini et al (2004), numa correspondência dirigida a Nicolas Bernoulli, James Waldegrave analisa um jogo de cartas chamado “*Le Her*” e fornece uma solução que é um equilíbrio de estratégia mista (conceito que será abordado posteriormente). Contudo, Waldegrave não estendeu sua abordagem para uma Teoria geral. No início do século XIX, tem-se o famoso trabalho de Augustin Cournot sobre *duopólio*. Em 1913, Ernst Zermelo publicou o primeiro teorema matemático da Teoria dos jogos, o teorema afirma que o jogo de xadrez é estritamente determinado, isto é, em cada estágio do jogo pelo menos um

dos jogadores tem uma estratégia em mão que lhe dará a vitória ou conduzirá o jogo ao empate. Outro grande matemático que se interessou em jogos foi Emile Borel, que reinventou as soluções *minimax* e publicou quatro artigos sobre jogos estratégicos. Ele achava que a guerra e a economia podiam ser estudadas de uma maneira semelhante.

Conforme Miranda (2014) foi John Von Neumann, matemático húngaro americano, quem iniciou a Teoria dos Jogos propriamente dita, de forma que historicamente foi denominado pai da Teoria dos Jogos. A partir de seus estudos e do consequente desenvolvimento da Teoria dos Jogos, Neumann provou o teorema minimax, segundo o qual há sempre uma solução racional para um conflito bem definido entre dois indivíduos cujos interesses são completamente opostos. Com a publicação da obra Clássica de clássica de John Von Neumann e Oskar Morgenstern, a “*The Theory of Games and Economic Behaviour*” em 1944. Portanto John Von Neumann foi o primeiro a sistematizar e a formular com profundidade os principais arcabouços teóricos sobre os quais a Teoria dos jogos foi construída.

John Forbes Nash Junior, matemático estadunidense, formado pela Universidade de Princeton em 1951 com a tese *Non-Cooperative Games* (Jogos Não-Cooperativos), que lhe valeu mais tarde a indicação para o Nobel. Em 1994, conquistou o prêmio Nobel de economia, sendo um dos principais nomes da história da Teoria dos Jogos.

Nesta tese, Nash provou a existência de ao menos um ponto de equilíbrio em jogos de estratégias para múltiplos jogadores, mas para que ocorra o equilíbrio é necessário que os jogadores se comportem racionalmente e não se comuniquem antes do jogo para evitar acordos. Contudo, segundo Almeida (2006), Nash tinha problemas de esquizofrenia que se agravou ao extremo, afastou-se das pesquisas e submeteu-se a um tratamento rigoroso durante alguns anos. Depois da estabilização do seu quadro mental voltou a ministrar aulas no departamento de matemática de Princeton. Em dezembro de 1994, recebeu a medalha com a efígie de *Alfred Nobel*, das mãos do rei da Suécia. Sua vida conturbada foi tema de biografia escrita por Sylvia Nasar que originou o filme *Uma Mente Brilhante*, que recebeu o *Oscar* em 2001.

2.1 PRINCIPAIS CONCEITOS DA TEORIA DOS JOGOS

No estudo da Teoria dos Jogos Veloso et al (2007), descreve algumas definições necessárias para a compreensão desta teoria:

Jogo - Situações que envolvam interações entre agentes racionais que se comportam estrategicamente podem ser analisadas formalmente como um jogo. É um modelo formal, portanto existem regras para apresentar e estudar um jogo.

Agentes - Na Teoria dos Jogos são os jogadores. Um jogador é qualquer indivíduo ou organização envolvido no processo de interação estratégica que tenha autonomia para tomar decisões.

Ação - É a escolha que um jogador pode fazer em um dado momento do jogo.

Interações - Significa que as ações de cada agente, consideradas individualmente, afetam os demais.

Estratégia- É um plano de ações que especifica, para um determinado jogador, qual ação tomar, em todos os momentos em que terá que decidir o que fazer.

Estratégia dominante - Uma estratégia é dita dominante quando, não importando a estratégia dos outros jogadores, um jogador tem sempre uma mesma estratégia classificada como melhor. Quando todas as recompensas de uma estratégia dominante são maiores do que as recompensas das demais estratégias, é dito que a estratégia é estritamente dominante.

Estratégia mista - Uma estratégia é dita mista quando um jogador decide alternar entre suas ações aleatoriamente, atribuindo uma probabilidade a cada ação. É a tentativa de surpreender. Caso contrário à estratégia é dita pura.

Racionalidade - Assumir que os jogadores são racionais significa supor que eles empregam os meios mais adequados aos objetivos que pretendem alcançar.

Comportamento estratégico - Por comportamento estratégico entende-se que cada jogador, ao tomar sua decisão, leva em consideração o fato de que os demais jogadores interagem entre si, e que, portanto, sua decisão terá consequências sobre os demais jogadores, assim como as decisões dos outros jogadores terão consequências sobre ele.

Jogo de soma zero - É o jogo em que um ganho para um dos jogadores significa a perda equivalente para o outro jogador. Caso isso não aconteça o jogo é de soma diferente de zero.

Jogo de informação perfeita - É o jogo em que todos os jogadores conhecem toda a história do jogo previamente. Caso contrário o jogo é dito como sendo de informação imperfeita.

Jogo de informação completa - É o jogo que as recompensas dos jogadores são de conhecimento comum.

Payoff ou Recompensa - É aquilo que todo jogador obtém depois de terminado o jogo, de acordo com as suas próprias escolhas e as dos demais jogadores.

Jogo cooperativo - É o jogo que os jogadores podem estabelecer compromissos com garantias efetivas. Caso contrário o jogo é classificado como não-cooperativo.

Jogo simultâneo - É o jogo que cada jogador toma sua própria decisão independente das decisões tomadas pelos demais jogadores. O jogador não se preocupa com as consequências futuras de suas escolhas. As decisões de todos os jogadores são tomadas simultaneamente.

Jogo sequencial - É o jogo que os jogadores realizam seus movimentos em uma ordem pré-determinada. O jogo se desenrola em etapas sucessivas e os jogadores conhecem as decisões dos demais jogadores.

Jogo repetido - Jogo que, embora os jogadores conheçam as decisões que foram tomadas nas etapas anteriores, a cada nova etapa da disputa o jogador desconhece as decisões dos demais jogadores no momento em que toma uma nova decisão. As estratégias dos jogadores especificam, dada a história do jogo até aquele momento, que ação tomar em cada etapa do jogo.

Conjunto de informação - É o que um jogador acredita ter alcançado em uma determinada etapa do jogo, na qual é a sua vez de jogar.

Equilíbrio de Nash- Diz-se que uma combinação de estratégias constitui um equilíbrio de Nash quando cada estratégia é a melhor resposta possível às estratégias dos demais jogadores, e isso é verdade para todos os jogadores.

Em estratégias puras - É um ponto onde cada jogador não tem incentivo de mudar sua estratégia se os demais jogadores não o fizerem.

Em estratégias mistas - É um ponto onde cada jogador não tem incentivo de mudar sua escolha de distribuição de probabilidades se os demais jogadores não o fizerem.

2.2 FORMAS DE REPRESENTAÇÃO DE UM JOGO

As situações de interação estratégica ou jogos são estudados pela Teoria dos Jogos como objetos matemáticos bem definidos. Elas formam um conjunto cujos elementos são os jogadores, os movimentos ou estratégias disponíveis e uma definição de pagamento (*payoff*) para cada combinação de estratégia. Duas formas de representação são comuns na literatura. A forma normal ou estratégica e a forma extensiva ou estendida.

Em geral, a forma normal ou estratégica é usada para representar jogos **simultâneos** e a **estendida** para representar jogos **sequenciais**. Na forma normal o jogo é representado em uma matriz, tabelas ou quadros.

Segundo Santos (2014) um dos jogos mais simples "Cara ou coroa" (que Von Neumann e Morgenstem usam como exemplo), o jogo conhecido como combinar moedas (*matching pennies*), neste jogo os dois jogadores colocam simultaneamente um real sobre uma

mesa, lançam as moedas para cima e o resultado é cara ou coroa. Quando as duas moedas combinarem (forem iguais) o jogador número um fica com as duas moedas. Ele permanece com o seu real mais o ganho do adversário. Caso as moedas não combinem, o segundo jogador fica com ambas. O jogo está representado conforme Tabela de *payoffs*, onde mostra os jogadores, as estratégias e os pagamentos como a seguir.

Visualização do jogo de uma forma generalizada para uma melhor compreensão observe a tabela a seguir:

Tabela 1 - Representação do jogo cara e coroa na forma normal.

Jogador I	Jogador II	
	Cara	Coroa
Cara	1 Ganho do Jogador I -1 Perda do Jogador II	-1 Perda do Jogador I 1 Ganho do Jogador II
Coroa	-1 Perda do Jogador I 1 Ganho do Jogador II	1 Ganho do Jogador I -1 Perda do Jogador II

Fonte: Santos (2014)

Na tabela existem dois jogadores, o jogador I, tem suas opções registradas nas linhas e o outro, o jogador II, nas colunas. Os pagamentos são registrados no interior da Tabela. O primeiro número é o pagamento recebido pelo jogador da linha (Jogador I) e o segundo corresponde ao jogador da coluna (Jogador II).

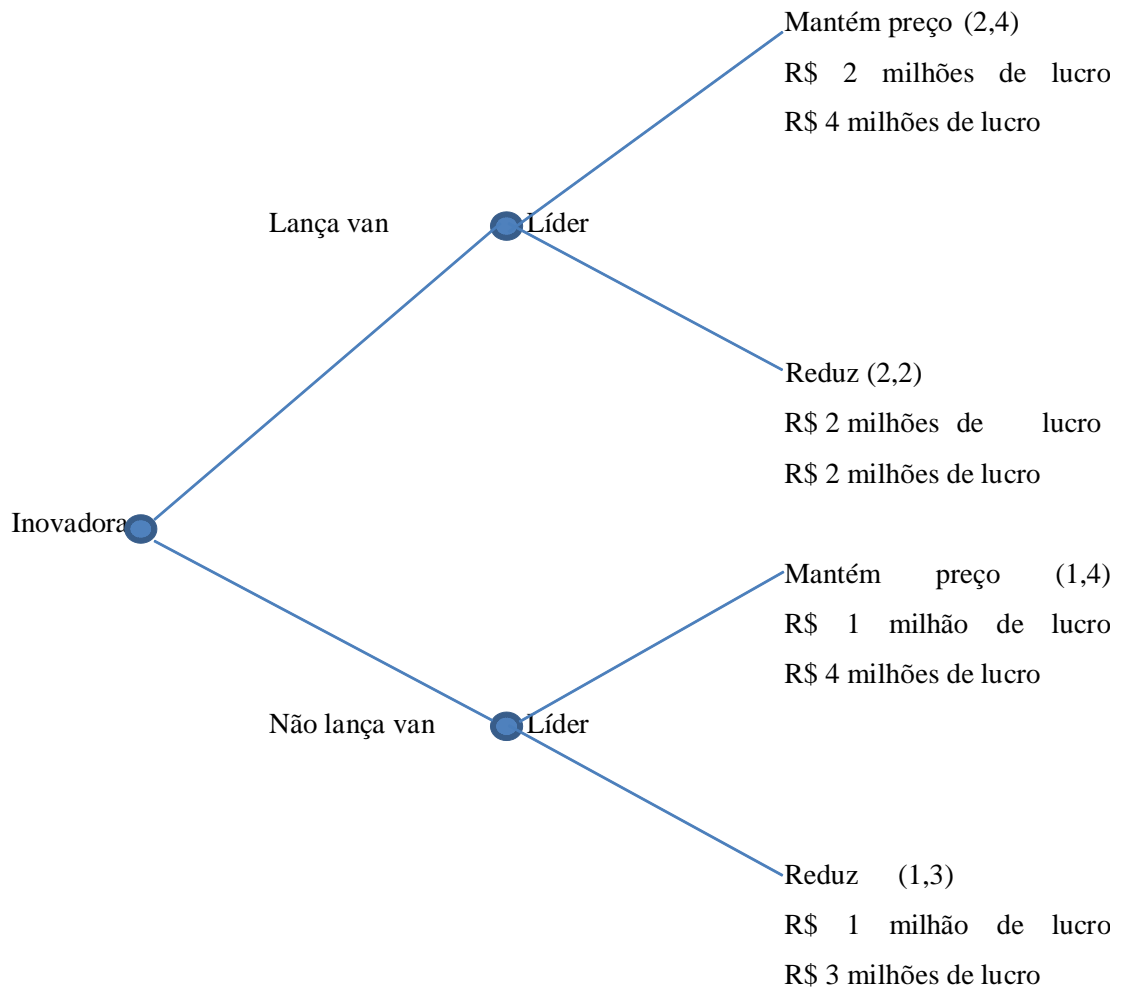
Se um jogo é representado na forma normal presume-se que cada jogador atue simultaneamente ou, ao menos, sem conhecimento das ações dos outros. Quando os jogadores possuem alguma informação a respeito das opções dos outros, o jogo deve ser representado na forma extensiva ou estendido. Para representar jogos que tem ações sequenciais utiliza-se a forma estendida. Esta forma permite demonstrar cada jogada e seu possível resultado. Observa-se o exemplo a seguir.

A empresa Inovadora está avaliando a proposta de lançamento de um novo modelo de Van no mercado. A empresa Líder, sabendo desta possibilidade estuda se reduzirá o preço de seu modelo para não perder espaço no mercado. Se a empresa Inovadora lançar seu produto e a empresa Líder reduzir o preço do seu, cada empresa terá um lucro de R\$2 milhões. Caso a Líder mantenha seu preço seu lucro será de R\$4 milhões e o da Inovadora R\$2 milhões.

Se a empresa Inovadora não lançar o novo modelo de Van e a Líder mantiver seu preço, a Inovadora terá lucro de R\$1 milhão e a Líder de R\$4 milhões, mas se a Líder, mesmo

sem um novo produto na praça, decidir reduzir preço seu lucro cairá para R\$3 milhões. A representação desta situação fica assim: A representação deste jogo sequencial entre as empresas Inovadora e Líder foi feita com o uso da técnica da árvore dos jogos ou árvore da decisão. Conforme mostra a figura a seguir.

Figura 1 – Representação da proposta de lançamento de um modelo de Van no mercado da empresa inovadora na forma estendida.



Fonte: Fiani (2006).

2.3 DILEMA DO PRISIONEIRO

A Teoria dos Jogos, assim como o trabalho de Nash, é extremamente polêmico. Morgenstern e Neumann conceberam uma série de jogos onde os jogadores se defrontavam com situações em que tinham que realizar escolhas com base na escolha do outro jogador. O jogo mais famoso ficou conhecido como o Dilema do Prisioneiro, uma função matemática que explica a cooperação ou não-cooperação entre os jogadores.

Para esta função Pindyck (2010), exemplifica na Teoria dos jogos, como um jogo: em que dois prisioneiros devem decidir separadamente se confessam o crime; se um deles confessar, receberá uma sentença mais leve e seu cúmplice, uma mais pesada, mas, se nenhum deles confessar, as sentenças serão mais leves do que se ambos tivessem confessado.

A discussão original apresentada por Varian (1994) é a seguinte: Dois prisioneiros, parceiros em um crime, eram interrogados em locais separados. Cada prisioneiro tinha a escolha de confessar o crime, então estaria livre e as autoridades iriam “pegar” o outro prisioneiro, exigindo que ele passasse seis meses na prisão. Se ambos os prisioneiros negassem estar envolvidos, então ambos passariam um mês na prisão devido às technicalidades, e se ambos confessassem ambos seriam presos por três meses. Tabela de ganhos é a seguinte.

Tabela 2 - Resultado das decisões dos jogadores fazendo uso do Dilema do Prisioneiro.

Jogador A	Jogador B	
	Confessar	Não Confessar
Confessar	3 meses na prisão	A livre
	3 meses na prisão	B 6 meses na prisão
Não confessar	A 6 meses na prisão	1 mês prisão
	B livre	1 mês prisão

Fonte: Varian (1994).

É interessante perceber que o resultado obtido no dilema dos prisioneiros é derivado da condição de que os prisioneiros não podem se comunicar. Se pudessem se comunicar, todo o resultado do jogo dependeria de eles poderem, ou não, estabelecer compromissos que pudessem ser garantidos.

Se ambos pudessem estabelecer compromissos garantidos, provavelmente nenhum dos dois confessaria. Pode-se perceber que a possibilidade de estabelecer compromissos

garantidos é muito importante para a determinação do resultado do jogo e, nos fornece o critério para distinguir entre jogos não cooperativos e jogos cooperativos.

2.4 CLASSIFICAÇÃO DOS JOGOS

A classificação do jogo de acordo com os diversos tipos possíveis de jogos permite que ele represente, com maior ou menor fidelidade, diversas situações de conflito real. Entre os possíveis tem-se:

2.4.1 Jogos cooperativos e os jogos não cooperativos

Para Pindyck (2010), os jogos cooperativos são quando os seus participantes podem negociar contratos entre si, permitindo que planejem estratégias em conjunto. Já os jogos não cooperativos não existem a possibilidade de negociação de contratos entre os participantes.

Feliciano (2007), afirma que os jogos cooperativos são aqueles que a comunicação prévia é permitida entre os jogadores, antes de decidirem as estratégias que irão ser adotadas durante o jogo. Para ser eficiente, a comunicação precisa ser livre de distorções e sem qualquer custo para as pessoas que estão falando, isto é, emissão de mensagens não implica em uma alteração direta da matriz original do jogo. Em um jogo inteiramente cooperativo, os jogadores têm interesses em comum. Já os jogos não cooperativos são aqueles que não há comunicação prévia entre os jogadores.

De acordo com Pindyck (2010), a diferença fundamental entre os jogos cooperativos e os não cooperativos está na possibilidade de negociar e implementar contratos. Nos jogos cooperativos, os contratos vinculativos são possíveis; nos jogos não cooperativos, não.

Exemplo de um Jogo não cooperativo

Segundo Davis (1973) na operação ocorrida na batalha do Mar de Bismarck, em fevereiro de 1943 no sudoeste do oceano Pacífico, durante a Segunda Guerra Mundial, o Japão decidiu levar reforços da China para Lae, Nova Guiné, esta operação envolvia um risco elevado, tendo em vista a supremacia aérea das forças aliadas.

O comboio japonês dispunha de duas rotas para alcançar seu destino. A rota sul, que normalmente tinha tempo bom e boa visibilidade e a rota norte com características opostas. As forças aliadas, por seu turno, tinham aviões para pesquisar uma rota por vez. Isto

implicava o consumo de um dia inteiro de buscas em qualquer das rotas. Assim, se a busca fosse mal sucedida os aliados perderiam um dia de ataque.

Caso obtivesse sucesso no primeiro dia de busca, os aliados conseguiriam 3 dias de bombardeios na rota sul ou 2 dias de bombardeios na rota norte.

Observe a representação deste jogo, conforme a tabela a seguir:

Tabela 3 - Resultado das estratégias entre o comboio japonês e os aliados no jogo não cooperativo.

Aliados	Comboio Japonês	
	Rota Sul	Rota Norte
Rota Sul	3 dias de bombardeio	1 dia de bombardeio
Rota Norte	2 dias de bombardeio	2 dias de bombardeio

Fonte: Davis (1973)

Qual a conclusão dessa Tabela?

Utilizando-se o modelo simplificado da Teoria dos Jogos para analisar a situação na Batalha do Mar de Bismarck, pode-se concluir que os Aliados deveriam iniciar seu esforço principal de busca pela rota Norte. A melhor estratégia para os Aliados dependia da estratégia adotada pelos Japoneses. Eles teriam no máximo três dias de janela sobre o alvo e, na pior das condições, um dia.

Portanto os japoneses tinham conhecimento que, se os aliados enviassem seus aviões de reconhecimento para a rota certa, poderiam começar o ataque em seguida. Porém, se mandassem os aviões para a rota errada, perderiam um dia de bombardeios, que poderia ser crucial para o sucesso da operação. Os aliados também tinham conhecimento de que se os japoneses escolhessem o sul e fosse localizado de imediato, o bom tempo garantiria três dias de bombardeio. Todavia, se os japoneses tivessem escolhido a rota norte, mesmo que os aliados os localizassem logo no primeiro dia de buscas, o mau tempo permitiria apenas dois dias de bombardeio.

Para os aliados, portanto, o melhor que lhes poderia acontecer seria enviar os aviões de reconhecimento para a rota sul e os japoneses tivessem escolhido justamente essa rota. Isso lhes daria três dias de ataque ao comboio. O tempo máximo que lhes era possível atacar. Por outro lado, a pior hipótese a lhes ocorrer para os aliados, seria de escolherem a rota sul no primeiro dia e os japoneses terem adotado a rota norte. Os aliados perderiam dois dias pelo mau tempo da rota norte, dispondo apenas de um dia para bombardear o comboio Japonês.

No caso dos japoneses mandarem seus batalhões pela rota norte e os aliados também mandarem os aviões por essa rota, os aliados perderiam apenas um dia de bombardeio devido ao mau tempo, tendo dois dias a sua disposição para atacar o comboio. Por último, se os japoneses escolhessem o sul e os aliados começassem a sua busca pelo norte, perderiam um dia em função do engano e teriam dois dias de bombardeio efetivo à sua disposição.

A análise americana da época usou todo o conhecimento adquirido durante jogos de guerra naval realizados na Academia Naval de Anápolis. Estes jogos ocorreram durante o período anterior às hostilidades e ao longo das ofensivas Aliadas no Pacífico. Segundo o Almirante Alte. CHESTER W. NIMITZ Comandante-em-Chefe da Frota do Pacífico dos EUA:

A guerra com o Japão foi simulada nas salas de Jogos do “Naval War College” por tanta gente e de tantas maneiras diferentes, que nada do que realmente ocorreu constituiu surpresa exceto as táticas Kamikase, pouco antes do fim da guerra, que não foram por nós visualizadas.

Esta afirmação demonstra a importância dada, pelos EUA, aos Jogos de Guerra na tomada de decisões e na condução de ações durante um conflito entre Nações. A resposta da Teoria dos Jogos é que os Japoneses deveriam determinar que seu comboio seguisse pela rota norte, onde sua probabilidade de sucesso seria maior. Os Aliados, por sua vez, deveriam patrulhar logo no primeiro dia, a rota norte, que independente da opção Japonesa, traria resultados positivos ao esforço de guerra Aliado.

O resultado histórico mostrou a utilidade do conhecimento de Jogos e da Teoria dos Jogos no processo de tomada de decisão, confirmando que os Aliados foram vitoriosos na batalha.

2.4.2 Jogos de soma zero e jogos de soma não zero

Segundo Almeida (2003) os jogos de soma zero são aqueles em que há dois jogadores cujos interesses são totalmente opostos. Estes jogos são aqueles nos quais o ganho de um jogador significa sempre a derrota do outro: Uma característica importante destes jogos é que eles não são cooperativos. Aliás, uma eventual cooperação é impossível, já que significa que o jogador cooperativo está colaborando para a vitória do outro, tendo em vista a impossibilidade de ambos ganharem.

Diferentemente dos jogos de soma não zero, aqueles cuja soma dos resultados é diferente de zero são mais estudados pelos pesquisadores da Teoria dos jogos, pois apresentam um maior número de aplicações no mundo real. E uma característica destes jogos é a possibilidade de comunicação e cooperação.

Exemplo de um Jogo de soma Zero

De acordo com Xavier (2005), no jogo do Par ou ímpar, dois jogadores estão jogando “par ou ímpar”. O jogador que perder terá que pagar ao outro um real. No jogo, cada jogador pode optar por colocar um número par ou ímpar. O jogador que escolhe par ganha quando os números forem dois pares de (par) ou dois pares de (ímpares). O outro ganha quando os números forem um par e um ímpar.

Cada jogador só se preocupa com a quantidade de dinheiro que estão ganhando. Jogos deste tipo, onde os interesses dos jogadores são totalmente opostos, são chamados de estritamente competitivos. Tais jogos não possuem equilíbrio de Nash.

Tabela 4 - Resultado do pagamento aos jogadores no par ou ímpar no jogo de soma zero.

Henrique	Lucas	
	Par	Ímpar
Par	Henrique ganha 1 real Lucas paga 1 real	Henrique paga 1 real Lucas ganha 1 real
Ímpar	Henrique paga 1 real Lucas ganha 1 real	Henrique ganha 1 real Lucas paga 1 real

Fonte: Xavier (2005).

No jogo do par ou ímpar os jogadores controlam suas decisões, e agem conforme as suas vontades. O jogador Henrique ganha quando existem as mesmas escolhas feitas pelos dois (par, par) ou (ímpar, ímpar) e o jogador Lucas ganha caso as escolhas dos dois forem diferentes (par, ímpar) ou (ímpar par). Conforme foi mostrado na tabela 4. Percebe-se que a soma das utilidades no jogo é igual à zero. Ou seja, sempre existe um ganhador e um perdedor.

Exemplo de um Jogo de soma não Zero

Para Fiani (2006), o jogo da “galinha” é uma representação esquemática de uma modalidade perigosa de competição entre os adolescentes norte-americanos nos anos 1950 e, que foi popularizada no filme de James Dean, *Rebelde Sem Causa* (1955), embora a descrição mais fiel (ao jogo) seja a do filme *Footloose* (1984), com Kevin Bacon. Este jogo consiste em dois indivíduos acelerarem seus carros na direção um do outro em rota de colisão; o primeiro que virar o volante e sair da pista, é o perdedor.

Se ambos forem retos, os dois jogadores pagam o preço o mais alto com sua vida. No caso dos dois desviarem, o jogo termina em empate. Se um desviar e o outro for reto, o

primeiro será o “galinha” ou “covarde” e o segundo o vencedor. Veja os resultados desse jogo na tabela abaixo:

Tabela 5 - Resultados possíveis na disputa para o jogo de soma não zero

Miguel 1	Rafael 2	
	Reto	Desvia
Reto	Provoca acidente	2 desvia (galinha)
	Provoca acidente	1 (reto) vence
Desvia	2 (reto) vence	Empata
	1 desvia(galinha)	Empata

Fonte: Fiani (2006).

Neste jogo existem dois equilíbrios de Nash no jogo, o de (reto, desvia) e o (desvia reto).

O jogo da “galinha” segundo Feliciano (2009) tem sido empregado não apenas para descrever situação no mundo econômico nos quais é melhor evitar o confronto, como também foi muito popular na época da guerra fria entre os Estados Unidos e a antiga União Soviética, para descrever os riscos de um conflito termonuclear e a necessidade de mecanismos que evitassem o confronto.

2.4.3 Jogos simultâneos e jogos sequenciais

Os jogos simultâneos são definidos por Feliciano (2007), como sendo aqueles em que as escolhas das estratégias acontecem ao mesmo tempo ou se eles não se movem simultaneamente, ao menos os jogadores desconhecem previamente as ações de seus adversários (tornando-os efetivamente simultâneos), sendo de preferência representados pela forma estratégica ou normal, neste jogo, os jogadores não se preocupam com as consequências futuras de suas escolhas.

Nestes jogos não existe informação dos eventuais desdobramentos futuros sobre as escolhas dos jogadores, porém, muitas vezes, os processos de interação se desenvolvem em sucessivas etapas, Sendo assim, os jogadores fazem suas escolhas refletindo sobre as escolhas do seu oponente em jogadas anteriores.

Conforme Pindyck (2010) descreve-se como jogos sequenciais aqueles em que os jogadores se movem (um após o outro) em resposta as ações e reações do oponente. Os

movimentos desses jogos podem ser representados através de digrama de árvore. Essa representação é conhecida como forma extensiva de um jogo.

2.4.4 Jogos de informação perfeita e jogos de informação imperfeita

Os jogos de estratégia podem ser estudados através de um conjunto de informações disponíveis, de extrema importância para os jogadores, informações essas que podem ser perfeitas ou não. De acordo com Almeida (2003) os jogos de informação perfeita são aqueles nos quais todos os jogadores conhecem os acontecimentos do jogo até então, além disso, os jogadores, em jogos de informação perfeita, sabem a motivação e as informações que o outro jogador detém. Isto facilita sua escolha, pois permite avaliar com maior precisão o resultado do jogo.

Conforme Feliciano (2007), os jogos de informação perfeita, significa dizer que um dos jogadores tem a seu alcance uma estratégia que, se escolhida, lhe garantirá a vitória, independente de como o adversário venha a se comportar. Ou seja, os jogadores podem conhecer toda a história do jogo, antes de tomarem suas decisões.

Já os jogos ditos de informação imperfeita, conforme cita Almeida (2003) nestes jogos, a informação a respeito do jogo até o momento em que se encontra não é completa, ou seja, não conhecem nenhuma informação a respeito do jogo.

Exemplo de um Jogo de Informação imperfeita

No jogo pedra, papel e tesoura, originário do Japão, Feliciano (2009), descreve que quem escolher a estratégia “pedra” (mão fechada) quebra “tesoura” (dedos indicador e médio aberto) empata com “pedra” e perde de “papel” (mão aberta). “papel” cobre “pedra”, empata com “papel” e perde de “tesoura” que corta “papel” empata com “tesoura” e perde com “pedra”.

Tabela 6 - Resultados possíveis do Jogo (pedra, papel e tesoura) de informação imperfeita.

Jogador A	Jogador B		
	Pedra	Papel	Tesoura
Pedra	0	-1	1
Papel	1	0	-1
Tesoura	-1	1	0

Fonte: Feliciano (2009).

O jogo de pedra, papel e tesoura é um jogo de soma zero. Não é um jogo estritamente determinado por ser simultâneo e, portanto, de informação imperfeita, pois qualquer que seja a estratégia adotada pode ser vencida por outra adequada do adversário. Ambos escolhem ao mesmo tempo, sem saber qual será a decisão do outro, o que torna impossível uma solução usando apenas estratégias puras. Não existe estratégia dominante nem equilíbrio entre as opções dos jogadores nessas circunstâncias.

Por ser um jogo simultâneo, dada à escolha de um jogador, existe outra que pode ser superada pelo outro jogador. Caso o jogador (A) jogue **pedra**, ele empata caso o jogador (B) jogue pedra e vence se ele jogar tesoura, mas perde caso o outro jogue papel. Na sequência caso o jogador (A) jogue **papel** ele vence caso o jogador (B) jogar pedra, empata se ele jogar papel e perde se ele jogar tesoura. Já no caso do jogador (A) jogar **tesoura** ele perde se o jogador (B) jogar pedra, vence se ele jogar papel e empata se jogar tesoura. Pois a regra é a seguinte: pedra quebra tesoura, tesoura corta papel e papel embrulha pedra.

2.4.5 Jogos de informação completa e jogos de informação incompleta

Os jogos podem ser classificados de acordo com o conhecimento ou desconhecimento que um jogador tem a respeito das possíveis recompensas de seus adversários. Conforme explica Feliciano (2007), quando os participantes tem conhecimento prévio do número de participantes, da posição que cada um ocupa em cada etapa do jogo e dos resultados (*payoffs*) que todos podem obter. Não tendo os jogadores, esse conhecimento, diz-se que é um jogo de informação incompleta. Em outras palavras, o jogo é de informação completa, quando os possíveis ganhos dos jogadores são de conhecimento comum. Caso contrário é de informação incompleta.

2.4.6 Jogos repetidos

Para Veloso et al (2007) são jogos que, embora os jogadores conheçam as decisões que foram tomadas nas etapas anteriores, a cada nova etapa da disputa o jogador desconhece as decisões dos demais jogadores no momento em que toma uma nova decisão. As estratégias dos jogadores especificam, dada a história do jogo até aquele momento, que ação tomar em cada etapa do jogo.

De acordo com Pindyck (2010), as ações são tomadas e os decorrentes payoffs são recebidos várias vezes, de modo consecutivo. Nos jogos repetitivos, as estratégias podem se

tornar mais complexas. E os jogadores podem desenvolver uma reputação a respeito de seu próprio comportamento e estudar o comportamento do seu concorrente.

Exemplo de um Jogo repetido

Os jogos repetidos exemplificados por Pindyck (2010) descreve a seguinte situação; suponha que você seja a empresa 1 no dilema do prisioneiro ilustrado pela matriz de payoff logo abaixo. Diz que se você e seu concorrente cobrarem um preço alto, ambos poderão obter lucros [representados em reais (R\$)] mais elevados do que se os dois cobrassem um preço mais baixo. Entretanto, você teme cobrar um preço mais alto, pois, se seu concorrente vender por menos, você poderá perder muito dinheiro e, para piorar as coisas, seu concorrente poderá ficar rico.

Tabela 7 - Resultados possíveis dos lucros das empresas fazendo uso das estratégias repetidas.

Empresa 1	Empresa 2	
	Preço baixo	Preço alto
Preço baixo	Obtém lucro de 10 mil reais Obtém lucro de 10mil reais	Obtém lucro de 100 mil reais Obtém prejuízo de 50 mil reais
Preço alto	Obtém prejuízo de 50 mil reais Obtém lucro de 100 mil reais	Obtém lucro de 50 mil reais Obtém lucro de 50 mil reais

Fonte: Pindyck (2010).

Mas suponhamos que esse jogo seja repetido muitas e muitas vezes, você e seu concorrente, por exemplo, anunciam simultaneamente os respectivos preços no primeiro dia de cada mês. Será que você deveria modificar sua forma de atuação nesse jogo, talvez alterando seu preço ao longo do tempo, em reação ao comportamento de seu concorrente?

Portanto a estratégia tit-for-tat é a estratégia de repetição na qual o jogador responde de forma igual às jogadas do oponente, cooperando com os oponentes que cooperam e retaliando os que não o fazem. Com isso, você inicia com um preço alto, mantém enquanto seu concorrente coopera, caso ele reduza você, também o acompanhe e reduz o preço. Se ele mudar, e voltar a aumentar o preço, você também o faz. Isto é uma forma de induzir à concorrência a cooperação.

2.4.7 Jogos de estratégia pura e de estratégia mista

Conforme Almeida (2003) há ainda outros conceitos operacionais da teoria. Um deles é a diferenciação entre estratégia pura e estratégia mista. Estratégia, na Teoria dos jogos, deve ser entendida como o conjunto de opções de ação que os jogadores têm para chegar a todos os resultados possíveis. Assim, jogos de estratégia pura são aqueles nos quais os jogadores não baseiam suas estratégias em aleatoriedade. Em uma dada negociação uma estratégia pura seria a de não cooperar nunca com a outra parte. Estratégias mistas, a seu turno, são aquelas nas quais os jogadores escolhem suas ações com o uso da aleatoriedade, conforme a análise que fazem das possibilidades apresentadas.

2.4.8 Jogos de estratégia dominante e de estratégia dominada

Segundo Almeida (2003) diz-se que uma estratégia é dominante quando é a melhor escolha para um jogador, quando se leva em conta todas as escolhas possíveis do outro jogador. Uma estratégia dominada, por sua vez, é a que nunca é melhor que outra disponível. Quando uma estratégia é sempre pior que outra, diz-se que é estritamente dominada. Um jogador racional, obviamente, escolherá sempre que possível a sua estratégia dominante e não escolherá nunca uma estratégia estritamente dominada.

Exemplo de um Jogo de estratégia dominante

Segundo Santos (2009) os jogadores têm uma ou mais opções de estratégia que proporcionam resultados melhores do que alguma outra estratégia, não importando o que os demais jogadores façam. Exemplifica através de uma questão do livro Teoria dos jogos de (Fiani): Onde uma empresa de sabão em pó, a empresa Limpo tem de decidir se lança, ou não, uma marca biodegradável para competir com um produto biodegradável de sua concorrente, empresa Bonito. Esta última, por sua vez, tem de decidir se aumenta ou não os gastos de propaganda com o seu produto. Os lucros de cada empresa estão representados na tabela a seguir em milhões de reais.

Tabela 8 – Representação dos lucros obtidos pelas empresas caso adote a estratégia dominante.

Limpo	Bonito	
	Aumenta gastos com Publicidade	Não aumenta gastos Com publicidade
Lança produto Biodegradável	Lucro de 5 milhões Lucro de 5 milhões	Lucro de 7 milhões Lucro de 3 milhões
Não lança produto Biodegradável	Lucro de 2 milhões Lucro de 4 milhões	Lucro de 2 milhões Lucro de 7 milhões

Fonte: Santos (2014)

Analisando os lucros das empresas Limpo e Bonito, percebemos que não importa o que a empresa Bonito decida, é sempre melhor para a empresa Limpo lançar seu produto biodegradável. Utilizando os termos empregados pela Teoria dos jogos, a estratégia (lançar o produto biodegradável) domina a estratégia (não lançar o produto biodegradável) no caso do jogador Limpo. Também podemos dizer que o jogador Limpo possui uma estratégia dominante (lançar o produto biodegradável).

Alternadamente, poderíamos dizer que a estratégia (não lançar o produto biodegradável) é dominada pela estratégia (lançar o produto biodegradável).

Portanto para esse caso, a estratégia (lançar o produto biodegradável) é estritamente dominante em relação à estratégia (não lançar o produto biodegradável).

Exemplo de um Jogo de estratégia dominada

Observe o mesmo exemplo anterior da empresa Limpo e Bonito, ligeiramente reformulado, conforme mostra a tabela abaixo;

Tabela 9 – Representação dos lucros obtidos pelas empresas caso adote a estratégia dominada.

Limpo	Bonito	
	Aumenta gastos com Publicidade	Não aumenta gastos com publicidade
Lança produto Biodegradável	Lucro de 2 milhões Lucro de 5 milhões	Lucro de 7 milhões Lucro de 3 milhões
Não lança produto Biodegradável	Lucro de 2 milhões Lucro de 4 milhões	Lucro de 2 milhões Lucro de 7 milhões

Fonte: Santos (2014)

No exemplo reformulado, caso a empresa bonito decida aumentar seus gastos com publicidade, (lançar o produto biodegradável) produz resultados tão bons quanto (não lançar o produto biodegradável). Contudo, se a empresa Bonito decidir não aumentar seus gastos com publicidade, a empresa Limpo terá lucros maiores caso decida lançar seu produto biodegradável.

Portanto, a estratégia (lançar o produto biodegradável) produz recompensas (lucros) superiores em uma situação, e recompensas tão boas como as recompensas da estratégia (não lançar o produto biodegradável) restante das vezes, diz-se que a estratégia (lançar o produto biodegradável) é fracamente dominante em relação à estratégia (não lançar o produto biodegradável), para a empresa limpo. Da mesma forma, diz-se que a estratégia (não lançar o produto biodegradável) é fracamente dominada pela estratégia (lançar o produto biodegradável).

3 - EQUILÍBRIO DE NASH

Conforme define Almeida (2006), Nash demonstrou um teorema que generalizou o teorema do minimax para o caso de jogos sem soma zero envolvendo dois ou mais jogadores e para jogadores em competição direta; desenvolveu os chamados jogos não cooperativos. O teorema de Nash é aplicado em qualquer jogo não cooperativo para n pessoas, de soma zero ou não, no qual cada jogador dispõe de um número finito de estratégias puras e tem, pelo menos, um conjunto de estratégias de equilíbrio.

Um conjunto de estratégias constitui um equilíbrio de Nash se a escolha de cada jogador for ótima dada à escolha de todos os outros jogadores, o qual implica em não arrependimento. O teorema de Nash refere-se a jogos não cooperativos, mas pode haver mais vantagem para os jogadores se concordarem em cooperar, pelo menos parcialmente do que insistirem em enfrentarem-se uns aos outros, podendo melhorar os respectivos ganhos e atribuir ganhos indiretos aos outros jogadores a troco de poderem influenciar nas suas ações.

Exemplo utilizando Equilíbrio de Nash

Para Santos (2012), define equilíbrio de Nash, como sendo uma combinação de estratégias, em que cada estratégia é a melhor resposta possível as estratégias dos demais jogadores, e isso é verdade para todos os jogadores e o conceito de equilíbrio de Nash se aplica muito bem em situações em que não teriam estímulo para mudar suas decisões. Observe o exemplo descrito na tabela abaixo o jogo de coordenação de padrão tecnológico:

Tabela 10 – Resultados das empresas em milhões de reais na disputa pelo mercado fazendo uso do Equilíbrio de Nash.

SysOp	Antivírus	
	Atualiza	Não atualiza
Desenvolve	Lucro de 2 milhões de reais	Prejuízo de 1 milhão de reais
	Lucro 1 milhão de reais	Prejuízo de 2 milhões de reais
Não desenvolve	Não teve lucro (zero)	Lucro de 1 milhão de reais
	Prejuízo de 1 milhão de reais	Prejuízo de 2 milhões de reais

Fonte: Santos 2012

Neste exemplo duas empresas estão na disputa pelo mercado e devem tomar uma decisão que para uma delas envolve fabricar ou não um sistema operacional denominado SysOp. A outra precisa decidir se deve ou não atualizar o seu sistema Antivírus. Sabe-se que

as empresas não trocam informação entre si para tomar a decisão, porém se deixar de tomar as decisões ambas terão prejuízo.

O equilíbrio de Nash está na decisão combinada da estratégia: (Desenvolver e Atualizar) e o outro equilíbrio na combinação (Não desenvolver e Não atualizar). Em qualquer dos dois casos as estratégias são as melhores respostas umas às outras. As duas estratégias não podem ocorrer ao mesmo tempo.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através deste estudo, percebe-se que a Teoria dos jogos é um ramo da matemática aplicada, onde estuda as estratégias dos jogadores e suas diferentes escolhas na busca de um melhor retorno. E que suas análises, são realizadas através de três elementos fundamentais e associado a jogos que são: Os *jogadores*, as *estratégias* possíveis e os *resultados* desejados.

Tendo como finalidade fazer uso do raciocínio lógico para demonstrar seu potencial de análise como suporte na tomada de decisões. Desde sua criação, até os dias atuais é comumente utilizada na economia, mas por ser bem ampla, pode ser bem utilizada em diversas áreas do conhecimento. Faz uso da matemática como ferramenta primordial de seus estudos e que apesar de suas limitações de literatura (referencial bibliográfico) pode ser aplicada em diversas situações do mundo real.

Portanto através deste estudo, dentre as situações reais que pode fazer uso da teoria dos jogos, é a polícia ou o setor de investigação fazendo uso do dilema do prisioneiro para elucidar alguns crimes. Além da economia, na disputa pelo mercado financeiro entre empresas na qual podem ou não adotar a cooperação entre si. Os postos de Gasolinas e outras empresas na cooperação de preços ou na competitividade na intenção de obter lucros. Na política nas afiliações partidárias ou na votação de projetos buscando a melhor resposta (equilíbrio) para os anseios do povo ou dos partidos.

Como também na zootecnia onde se busca obter um melhoramento genético de algumas espécies fazendo uso das estratégias dominantes, como na comprovação ou na medição do grau de eficácia de uma determinada vacina sobre um vírus ou bactérias. Portanto cabe aos pesquisadores da área adotar as estratégias corretas na tentativa de obter os melhores resultados para as suas respectivas finalidades, fazendo uso desta ferramenta a teoria dos jogos.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Alecsandra Neri de. **Teoria dos Jogos: As origens e os fundamentos da Teoria dos Jogos**. Centro universitário metropolitano de São Paulo, 2006. Disponível em: <http://www.ccet.ufrn.br> Acesso em: 05/05/14.
- ALMEIDA, Fábio Portela Lopes de. **A teoria dos jogos: uma fundamentação teórica dos métodos de resolução de disputa**. In: André Gomma de Azevedo. (Org.). Estudos em Arbitragem, Mediação e Negociação. Brasília: Editora Grupos de Pesquisa e Maggiore Editora, 2003, v. 02, p. 175-199.
- CARMICHAEL, Fiona. **A guide to game theory**. London: Pearson Education Limited, Financial Times. 2005.
- DAVIS, Morton D. **Teoria dos jogos: uma introdução não-técnica**. São Paulo: Cultrix, 1973.
- FELICIANO, Léa Paz da Silva. **Teoria dos jogos: Uma Nova Proposta para o Ensino Médio**. PUC – São Paulo, 2007. Acesso em: 16/05/14.
- FIANI, Ronaldo. **Teoria dos Jogos: com aplicação em Administração, Ciências Sociais e Economia**. 2ed., Rio de Janeiro: Editora Elsevier, 2006.
- HUANG, Qiming *et al.* **Game Theory**. Sciyo, 2010 p. 59.
- MIRANDA, Nara Dias Rodrigues. **Teoria dos jogos na Recuperação Judicial**. Centro de Educação e Formação Superior (CEFOS) da Faculdade de Milton Campos. Minas Gerais, 2014. Disponível em: <<http://revistas.unopar.br/index.php/juridicas/article/view/1308/1182>>. Acesso em: 28/07/14.
- PINDYCK, Robert S; RUBINFELD, Daniel L. **Microeconomia**. 7ed., São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.
- SANTOS, Renato Ribeiro dos. **Modelo Estratégico Financeiro baseado na Teoria dos Jogos e no equilíbrio de Nash**. Universidade Católica de Goiás: artigo científico, 2009. Acesso em:09/05/14.
- SANTOS, João Almeida. **Aplicação da Teoria dos Jogos na Gestão de Pessoas: Uma Análise da Variável Salário**. Universidade Metodista de São Paulo. São Bernardo do campo, 2012.
- SANTOS, Ianara Rosane Teixeira da Silva. **Teoria dos jogos**. 2014. Disponível em: <<http://www.ianarateixeira.com/p/apostilas.html>>. Acesso em: 16/05/14.
- SARTINI, B. A. *et al.* **Uma Introdução à Teoria dos Jogos**. Universidade Federal da Bahia, 2004. Disponível em: <<http://www.bienasbm.ufba.br/M45.pdf>> Acesso em: 26/05/14.
- VARIAN, Hal R. **Microeconomia: princípios básicos**. 2ed., original-Rio de Janeiro: Campus, 1994.

VELOSO, Gustavo. *et al.* **Uma introdução á teoria dos jogos.** Universidade católica de Minas Gerais, 2007. Acesso em: 25/05/14.

VITORINO FILHO, Valdir Antônio. **A Aplicabilidade da Teoria dos Jogos na Gestão dos Negócios e no Processo Decisório.** Faculdade de Administração de Capivari, FAC, Brasil, 2007.

XAVIER, Carlos Guimarães. **O Modelo de Determinação de Preços Aprimorado através de Técnicas de Predição e de Otimização.** Faculdade de Economia e Finanças do IBMEC. Rio de janeiro, 2005. Disponível em:
<http://www.eccodigital.com.br/carlosxavier/docs/Carlos_Xavier_Ibmec_Monografia.pdf.>
Acesso em: 26/05/14.