



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Manoel Garcia de Oliveira Júnior

Modelos lineares generalizados: uma aplicação da distribuição beta a dados de severidade

Campina Grande/PB
2014

Manoel Garcia de Oliveira Júnior

Modelos lineares generalizados: uma aplicação da distribuição beta a dados de severidade

Monografia apresentada no curso de Bacharelado em Estatística da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção de título de Bacharel em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Tiago Almeida de Oliveira

Campina Grande/PB
2014

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

O48m Oliveira Júnior, Manoel Garcia de.
Modelos lineares generalizados [manuscrito] : uma aplicação da distribuição beta a dados de severidade / Manoel Garcia de Oliveira Júnior. - 2014.
29 p. : il. color.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Estatística)
- Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.
"Orientação: Prof. Dr. Tiago Almeida de Oliveira, Departamento de Estatística".

1. Família exponencial. 2. Rhizoctonia solani. 3.
Distribuição beta. I. Título.

21. ed. CDD 631.8

Manoel Garcia de Oliveira Júnior

Modelos lineares generalizados: uma aplicação da distribuição beta a dados de severidade

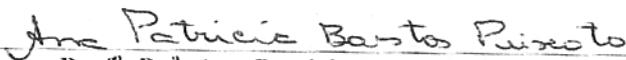
Monografia apresentada no curso de Bacharelado em Estatística da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção de título de Bacharel em Estatística.

APROVADA EM:

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Tiago Almeida de oliveira
Departamento de Estatística – CCT/UEPB
Orientador



Prof.^a. Dr.^a. Ana Patricia Bastos Peixoto
Departamento de Estatística – CCT/UEPB
Examinadora



Prof. Dr. Ricardo Alves de Olinda
Departamento de Estatística – CCT/UEPB
Examinador

DEDICATÓRIA

Decido este trabalho a minha filha Isabelle Nunes Garcia, e ao meu amigo Professor Doutor Tiago Almeida, pois este quem mais incentivou a realização desse trabalho.

AGRADECIMENTOS

A universidade Estadual da Paraíba, seu corpo docente, direção e administração que oportunizaram a janela que hoje permite-me vislumbrar um horizonte superior.

Ao meu orientador e amigo, Prof. Dr. Tiago Almeida de Oliveira e sua esposa Professora Dra. Ana Patrícia, pela dedicação e apoio à elaboração deste trabalho, pelo suporte ao pouco tempo que lhes couberam, pelas suas correções e incentivos.

A minha mãe Otacília pelo carinho e apoio incondicional.

A minha filha Isabela, pois desde o seu nascimento vem me dando muitas expectativas para vencer as barreiras e obstáculos que surgem.

Ao meu irmão Marcelo Garcia de Oliveira, que muito colaborou com a conclusão de desse trabalho, a minha irmã Maiza Petrônia, ao meu irmão Manasses, meu sobrinho Pedro Giovani, ao meu irmão Mazildo e sobrinhas, que mesmo ausentes fazem parte da minha formação.

Ao meu supervisor Josinaldo Veras pela paciência que tem tido comigo todos esses anos, a Gabriela Nunes, Tiago Diniz, Prof. Marcelo Grilo e a todos que de forma direta ou indireta colaboraram para a minha formação.

RESUMO

O caupi *Vigna unguiculata* (L.) Walp. também conhecido como feijão de corda, macassar ou feijão-fradinho, é uma dicotiledônea de origem africana pertencente à ordem Fabales, apresenta uma capacidade de se adaptar às condições de estiagem prolongadas e se desenvolver em solo de baixa fertilidade, isso se deve ao fato de que raízes de feijão caupi desenvolvem efetivas associações micorrízicas, melhorando o conteúdo de fósforo disponível no solo. É uma leguminosa anual, sendo cultivada em escala mundial numa área de 12,5 milhões de hectares. O caupi constitui importante fonte de proteínas na alimentação humana e é uma cultura de importante destaque na economia nordestina e de amplo significado social, pois o cultivo do caupi é geralmente praticado por pequenos produtores, que normalmente consomem toda sua produção. A rizoctoniose, causada pelo fungo *Rhizoctonia solani*, é uma doença do caupi no Nordeste brasileiro. Sendo assim, este trabalho teve como objetivos efetuar uma comparação dos isolados de biocontrole *Bacillus spp.* nas diferentes concentrações do patógeno. Para obtenção dos tratamentos foi feita uma prospecção de rizobactérias de caupi como agentes de biocontrole da rizoctoniose e se avaliou a estabilidade do controle por isolados promissores em relação a diferentes densidades de inoculo do patógeno. A avaliação da severidade da doença foi efetuada após 15 dias, utilizando-se escala de notas de 0 a 4. E com isso foi encontrado a proporções da severidade da rizoctoniose com o auxílio do calculo do índice de severidade da doença em todos os tratamentos. Procedeu-se a comparação dos isolados promissores utilizando-se a teoria dos modelos lineares generalizados utilizando-se da distribuição beta reparametrizada para que pudesse pertencer a família exponencial. Como resultados encontramos que somente o isolado bacteriano B-071 apresentou um nível significativo na redução da doença na dose zero, e também se comportou de forma ineficaz como os demais tratamentos com o acréscimo das doses do biocontrolador e os isolados B-063 e B-005 foram os que apresentaram menor efeito com relação ao controle das *Rhizoctonia solani*, na ausência do inoculo e na concentração de 250 mg de substrato de arroz colonizado/kg de solo.

Palavras Chaves: Família Exponencial; *Rhizoctonia solani*; Distribuição Beta.

ABSTRACT

The cowpea *Vigna unguiculata* (L.) Walp. also known as string bean, cowpea or black-eyed peas, is a dicot of African origin belonging to the order Fabales, has a capacity to adapt to conditions of prolonged drought and grow in low fertility soil, this is due to the fact that roots of cowpea develop effective mycorrhizal associations, improving the content of available soil phosphorus. It is an annual legume, is grown worldwide in an area of 12.5 million hectares. Cowpea is an important source of protein in human nutrition and culture is a major highlight in the Northeastern economy and broader social significance, for the cultivation of cowpea is usually practiced by small farmers, who typically consume its entire production. The rizoctoniose, caused by the fungus *Rhizoctonia solani*, is a disease of cowpea in the Brazilian Northeast. Thus, this work aimed to make a comparison of the isolated biocontrol *Bacillus* spp. in different concentrations of the pathogen. To obtain the treatments was made a prospection cowpea rhizobacteria as biocontrol agents of rizoctoniose and evaluated stability of control for Promising isolates and different densities of the pathogen inoculum. The assessment of disease severity was carried out after 15 days, using scale from 0 to 4 and it was found the proportions of severity rizoctoniose with the help of the calculation of the index of disease severity in all treatments. The procedure was the comparison of the promising isolated using the theory of generalized linear models using the reparameterized beta distribution might belong to the exponential family. As a result we find that only the bacterial isolate B-071 showed a significant reduction in the level of disease in the zero dose, and also behaved inefficiently as other treatments with increasing doses of biocontroller and isolates B-063 and B-005 were those who had lower effect against *Rhizoctonia solani* of control in the absence of the inoculum and the concentration of 250 mg of substrate colonized rice / kg soil.

Key-Words: Exponential family; *Rhizoctonia solani*; Beta distribution.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	10
2.1 Feijão Caupi e a rizoctoniose.....	10
2.2 Introdução a modelos lineares generalizados	10
2.2.1 Componente Aleatória.....	13
2.2.2 A componente sistemática e a função de ligação.....	13
2.2.3 Função Geradora de Momentos e Cumulantes.....	15
2.2.4 Distribuição Beta.....	15
2.2.5 Função de ligação da beta.....	18
3 MATERIAL E MÉTODOS	19
3.1 Comparação das rizobactérias sob diferentes densidades de	19
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	21
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	25
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	26

1 INTRODUÇÃO

O caupi *Vigna unguiculata* (L.) Walp. também conhecido como feijão de corda, macassar ou feijão-fradinho, é uma dicotiledônea de origem africana pertencente à ordem Fabales, família Fabaceae e subfamília Faboideae (Papilionoídea). Apresenta alta rusticidade e adaptabilidade às condições de estiagem prolongadas e capacidade de se desenvolver em solo de baixa fertilidade (OLIVEIRA; CARVALHO, 1988). Essa capacidade especial de adaptação nos solos de baixo teor de fósforo se deve ao fato de que raízes de feijão caupi desenvolvem efetivas associações micorrízicas, melhorando o conteúdo de fósforo disponível no solo (VALENZUELA e SMITH, 2002).

O caupi é uma leguminosa anual que possui uma grande diversidade fenotípica que lhe garante maior versatilidade para diversos nichos ecológicos (EHLERS e HALL, 1997), sendo cultivada em escala mundial numa área de 12,5 milhões de hectares, distribuídos nas regiões tropicais e subtropicais da África, da Ásia e das Américas, com produção de 3,6 milhões de toneladas de grãos (FAO, 2009). Varia muito em hábito de crescimento, podendo ser curta, ereta tipo arbusto, e outras são altas e do tipo liana (trepadeira). O caupi cresce rapidamente, atingindo uma altura de 48-61 cm, quando cultivado sob condições favoráveis (VALENZUELA e SMITH, 2002).

Na alimentação humana o caupi constitui importante fonte de proteínas (23 a 25% em média) e carboidratos, destacando-se pelo alto teor de fibras alimentares, vitaminas e minerais, além de possuir baixa quantidade de lipídios que, em média, é de 2% (FROTA et al., 2008). É uma cultura de importante destaque na economia nordestina e de amplo significado social, pois o cultivo do caupi é geralmente praticado por pequenos produtores, que normalmente consomem toda sua produção, constituindo a principal fonte protéica e energética do homem rural (FREIRE FILHO et al., 2005).

A rizoctoniose, causada pelo fungo *Rhizoctonia solani*, é uma doença do caupi no Nordeste brasileiro. A severidade da rizoctoniose é calculada com base no índice proposto por (McKINNEY, 1923) de acordo com a proposta de Noronha, deste modo o Índice de Severidade da Doença (ISD) está compreendido em uma escala contínua entre 0 e 1. Na distribuição beta a média é modelada através de um preditor linear usando a ligação logito. Ela tem grande aplicabilidade para dados de proporções compreendidos em uma escala contínua entre 0 e 1.

Para problemas que envolvem dados na forma de taxas e proporções como, por exemplo, taxas de mortalidade, taxas de infecção de doenças, proporções, etc. Se a variável resposta é uma proporção medida de forma contínua no intervalo de $(0,1)$ é comum o uso de uma transformação nos dados para que estes assumam valores da reta real ou no conjunto dos números reais positivos. Entre as transformações mais usuais para este tipo de dados se encontram: a transformação logito, a transformação probito, a transformação complemento log-log, a transformação log-log, a transformação angular e a transformação potencia (BOX e COX, 1964).

Diante do exposto este trabalho tem por objetivo aplicar a metodologia dos modelos lineares generalizados utilizando-se a distribuição beta à dados de severidade de rizoctoniose do feijão caupi e comparar os efeitos supressão de doenças por diferentes isolados de *Bacillus* em relação à severidade da rizoctoniose do feijão caupi, comparar os efeitos de diferentes concentrações de inóculo de *Rizoctonia* em relação a diminuição de severidade pelos *Bacillus*.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O conteúdo desta seção relata os principais aspectos da utilização de modelos lineares generalizados e de sua extensão a distribuição beta, utilizando-se de artigos práticos e teóricos relacionados ao objetivo da pesquisa.

2.1 Feijão Caupi e a rizoctoniose

O caupi [*Vigna unguiculata* (L.) Walp.] é uma das leguminosas mais adaptadas, versáteis e nutritivas entre as espécies cultivadas. Em 2008, o Brasil foi o terceiro produtor mundial de caupi, com 1,5 milhões de hectares cultivados e produção de 492,3 mil toneladas (FAO, 2011) apud (OLIVEIRA, 2011). Essa leguminosa é produzida predominantemente nas regiões Nordeste e Norte, desempenhando importante papel sócio-econômico. O potencial produtivo do caupi para o Nordeste brasileiro é indiscutível, mas a produtividade é baixa, refletindo fatores adversos como instabilidade pluviométrica, utilização de cultivares com potencial genético reduzido e ocorrência de doenças e pragas (MELO et al., 2005) apud (OLIVEIRA, 2011). As doenças constituem importantes fatores de redução da produtividade do caupi, causando perdas na quantidade e qualidade dos grãos (ATHAYDE SOBRINHO et al., 2005) apud (OLIVEIRA, 2011). A rizoctoniose, causada pelo fungo *Rhizoctonia solani* Kühn, é uma das doenças mais frequentes e de maior intensidade no caupi no Nordeste brasileiro (COELHO, 2001 e ATHAYDE SOBRINHO et al., 2005) apud (OLIVEIRA, 2011). Os sintomas da rizoctoniose se caracterizam por podridões de sementes e de raízes, lesões pardo-avermelhadas bem delimitadas e deprimidas (cancros) na base do caule, resultando no tombamento das plântulas. Os danos são muito grandes, principalmente durante os primeiros 15 dias após o plantio, quando determina a morte da planta (RIOS, 1990) apud (OLIVEIRA, 2011).

2.2 Introdução a modelos lineares generalizados

Em situações em que a variável resposta não é de natureza quantitativa ou é constituída de proporções uma abordagem mais geral da metodologia estatística tem sido considerada, esta abordagem não supõe a distribuição normal, mas qualquer distribuição pertencente a família exponencial. Pertencem a essa família as distribuições normal, binomial, binomial negativa, gama, poisson, normal inversa, multinomial, beta, logarítmica, entre outras. Essa classe de distribuições foi proposta independentemente por Koopman, Pitman e Darmais por meio do estudo de

propriedades de suficiência estatística. Posteriormente, muitos outros aspectos dessa família foram descobertos e tornaram-se importantes na teoria moderna de estatística.

De acordo com Turkman e Silva (2000) o conceito de família exponencial foi introduzido na Estatística por Fisher, mas os modelos da família exponencial apareceram na Mecânica Estatística no final do século XIX e foram desenvolvidos por Maxwell, Boltzmann e Gibbs. Outras referências segundo Turkman e Silva (2000) são McCullagh and Nelder (1989) e Lindsey (1997), o modelo complementar log-log para ensaios de diluição (Fisher, 1922), os modelos probit (Bliss, 1935) e logit (Berkson, 1944; Dyke and Patterson, 1952; Rasch, 1960) para proporções, os modelos log-lineares para dados de contagens (Birch, 1963), os modelos de regressão para análise de sobrevivência (Feig and Zelen, 1965; Zippin and Armitage, 1966; Glasser, 1967).

Todos os modelos anteriormente descritos apresentam uma estrutura de regressão linear e tem em comum, o fato da variável resposta seguir uma distribuição dentro de uma família de distribuições com propriedades muito específicas: a família exponencial. Os modelos lineares generalizados foram introduzidos no início dos anos 70, tendo um impacto muito grande no desenvolvimento da estatística aplicada, introduzidos por Nelder e Wedderburn (1972), correspondem a uma síntese destes e de outros modelos, unificando diversas metodologias até então desenvolvidas. Generalizando o uso de distribuições em que são casos particulares de distribuições de probabilidade (discretas ou contínuas) que podem ser utilizadas a normal, gama, poisson, binomial, normal inversa, dentre outras.

Seja Y uma variável aleatória (v.a.) cuja função densidade de probabilidade (f.d.p), se Y é contínua ou função de probabilidade (f.d), se Y for discreta depende de um único parâmetro τ . Seja a família $\mathfrak{F} = \{f(y; \theta), \theta \in \Omega \subseteq R\}$ de f.d.p. Diz que ela é a família exponencial de distribuição com parâmetro θ se:

$$f(y; \theta) = h(y) \exp[\eta(\theta)t(y) - b(\theta)] I_A(y), \quad (1)$$

sendo $h(\cdot)$, $t(\cdot)$, $\eta(\cdot)$ e $b(\cdot)$, funções conhecidas e $I_A(\cdot)$ é função indicadora de conjunto A que não pode depender de θ . Na notação clássica de McCullagh e Nelder (1989), fica

$$f(y; \theta, \phi) = \exp\left\{\frac{1}{a(\phi)} [y\theta - b\theta] + c(y; \phi)\right\} I_A(y), \quad (2)$$

Para $b(\cdot)$ e $c(\cdot)$ funções conhecidas e $\phi > 0$, suposto conhecido. Se o ϕ for desconhecido $f(x; \theta, \phi)$ poderá pertencer, ou não, a família exponencial com dois parâmetros (McCullagh e Nelder, 1989). Outra forma com que se apresenta essa família é na forma canônica:

$$f(y; \theta) = h(y) \exp[\theta y - b(\theta)] I_A(y), \quad (3)$$

Considerando-se que as funções $\eta(\theta)$ e $t(y)$ são iguais a função identidade, nesta reparametrização θ é chamado de **parâmetro canônico**. O logaritmo da função de verossimilhança correspondente a uma única observação no modelo é dado por,

$$l(\theta) = \theta y - b(\theta) + \log [h(y)] \quad (4)$$

a função escore $U = U(\theta) = dl(\theta)/d\theta$ resulta em $U = y - b'(\theta)$. As propriedades da função escore, $E(U) = 0$ e $Var(U) = -E[d^2l(\theta)/d\theta^2]$, em que a $Var(U)$ é a informação de Fisher,

$$E(Y) = b'(\theta) \text{ e } Var(Y) = b''(\theta). \quad (5)$$

Segundo Cordeiro e Demétrio (2008) o fato de se calcular momentos em termos das derivadas da função $b(\theta)$, denominada função geradora de cumulantes, em relação ao parâmetro canônico θ é muito importante na teoria dos modelos lineares generalizados e no contexto assintótico do mesmo. A distribuição conjunta de Y_1, \dots, Y_n , supondo que Y_1, \dots, Y_n sejam n variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d) da equação (1), é dada por,

$$f(y_1, \dots, y_n; \theta) = \left[\prod_{i=1}^n h(y_i) \right] \exp \left[\eta(\theta) \sum_{i=1}^n t(y_i) - nb(\theta) \right] I_A(Y) \quad (6)$$

Segundo Cordeiro e Demétrio (2008) a equação (6) implica que a distribuição conjunta de Y_1, \dots, Y_n é, também, um modelo da família exponencial. A estatística suficiente é $\sum_{i=1}^n T(Y_i)$ e tem dimensão um (i) qualquer que seja n .

A estrutura de um MLG é formada por três partes: uma componente aleatória composta de uma variável aleatória X com n observações independentes, um vetor de médias μ e uma distribuição pertencente à família exponencial que engloba as distribuições; normal, gama e normal inversa para dados contínuos; binomial para proporções; poisson e binomial negativa para contagens; uma componente sistemática composta por covariáveis, ou variáveis independentes y_1, \dots, y_p tais que produzam um preditor linear η e uma função de ligação, que relaciona as duas componentes citadas acima, onde podemos citar por exemplo, logarítmica para os modelos log-lineares.

2.2.1 Componente Aleatório

A componente aleatória considera um vetor de observações $y = (y_1, \dots, y_n)^T$ referente às realizações das variáveis aleatórias $y = (y_1, \dots, y_n)^T$ independentes e identicamente distribuídas, com médias $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)^T$ e pertencentes à família exponencial de distribuições com função de probabilidade dada por :

$$f(y; \theta, \phi) = \exp\left\{\frac{(y\theta - b\theta)}{\phi} + c(y; \phi)\right\} I_A(y), \quad (7)$$

Em que, $b(\cdot)$ e $c(\cdot)$ são funções conhecidas para cada observação; $\theta > 0$ é denominado parâmetro de dispersão e θ é denominado parâmetro canônico, e se ϕ é conhecido, representa a família exponencial uniparamétrica indexada em θ , idêntica à família exponencial na forma canônica. A esperança e a variância na Equação (7) são dadas por,

$$E(Y) = \mu = b'(\theta) \text{ e } Var(Y) = \phi b''(\theta) \quad (8)$$

A partir da expressão da variância, que ϕ é um parâmetro de dispersão do modelo e seu inverso ϕ^{-1} é uma medida de precisão. A função que relaciona o parâmetro canônico θ com a média μ (inversa da função $b'(\cdot)$ é denotada por $\theta = q(\mu)$). A função da média μ na variância é representada por $b''(\theta) = V(\mu)$, em que $V(\mu)$ é a função de variância e o parâmetro canônico pode ser obtido de $\theta = \int V^{-1}(\mu) d\mu$, pois $V(\mu) = d\mu/d\theta$

2.2.2 A componente sistemática e a função de ligação

Para a componente sistemática temos-se $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_n)^T$, também chamado de preditor linear, é uma função linear dos parâmetros, desconhecidos $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)^T$, representadas por

$$\eta_i = \sum_{j=1}^p X_{ij} \beta_j = X_i^T \beta_i \text{ ou } \eta = X\beta \quad (9)$$

em que X é uma matriz modelo $n \times p$ ($p < n$) conhecida de posto p . Além disso, outra característica da componente sistemática de um MLG é que a média μ do vetor y é expressa por uma função conhecida (monótona e diferenciável) de η ,

$$\eta_i = g(\mu_i)$$

$$\mu = g^{-1}(\eta), i = 1, \dots, n$$

Denominando $g(\cdot)$ função de ligação.

Para o modelo clássico de regressão a ligação usual é a identidade ($\eta = \mu$) no sentido de que valores esperados dos dados e preditores lineares podem assumir qualquer valor na reta real $(-\infty, +\infty)$. Entretanto, para modelos com distribuições gama, poisson e normal inversa, a ligação identidade é menos atrativa, uma vez que não restringe os valores esperados ao intervalo $(0, \infty)$. Se Y tem distribuição poisson, a ligação adequada é a logarítmica $\mu > 0$, note que a função de ligação adequada é a logarítmica ($\eta = \log \mu$), pois esta tem o domínio positivo e o contradomínio na reta real. Para modelos que assumem a distribuição binomial, em que $0 < \mu < 1$, existe a restrição de que o domínio da função de ligação deve satisfazer à condição de transformar o intervalo $(0, 1)$, na reta dos reais, enquanto seu contradomínio é $(-\infty, +\infty)$. As três principais funções que preservam esta restrição são: logística, probit e complemento log-log, possuem inversa, são contínuas e crescentes no intervalo $(0, 1)$. A função logística possui algumas características que a tornam preferida em relação às outras:

- i) Pode ser interpretada como o logaritmo da razão de chances;
- ii) Apresenta propriedades mais simples;
- iii) É mais conveniente para análise de dados coletados de forma retrospectiva.
- iv) A ligação logística é bastante empregada em estudos toxicológicos e epidemiológicos.

Contudo, isto não quer dizer que as outras transformações não são utilizadas na prática. Bliss (1935) iniciou a modelagem de proporções, utilizando-se um modelo binomial com ligação probit. Já a complemento log-log é recomendada por Collet (1994) quando a distribuição das proporções é bem assimétrica. Função probit ou inversa da função acumulada da normal reduzida e dada por:

$$g(y) = \phi^{-1}(y)$$

$$\eta = \phi^{-1}(\mu)$$

em que $\phi^{-1}(\cdot)$ é a função distribuição acumulada da normal reduzida; sendo uma constante desconhecida. A logit ou função logística é

$$g(y) = \log\{y/(1 - y)\};$$

e a complemento log-log é

$$g(y) = \log\{-\log(1 - y)\}.$$

Se a função de ligação é escolhida de tal forma que $g(y) = \phi_i$, o preditor linear

modela diretamente o parâmetro canônico e tal função de ligação é chamada ligação canônica.

2.2.3 Função Geradora de Momentos e Cumulantes

A função geradora de momentos (f.g.m) para a família exponencial com um parâmetro, usando-se a notação de McCullagh e Nelder (1989) e adaptada por Cordeiro e Demétrio (2008). é de dada por:

$$M_Y(t, \theta, \phi) = E[e^{tY}] = \exp\left\{\frac{1}{\phi}\{b[\phi t + \theta] - b(\theta)\}\right\} \quad (10)$$

A função geradora de cumulantes (f.g.c) correspondente é, então,

$$\varphi(t; \theta, \phi) = \log[M(t; \theta, \phi)] = \phi^{-1}[b(\phi t + \theta) - b(\theta)]. \quad (11)$$

Na Estatística a f.g.c. desempenha um papel mais importante do que a f.g.m., pois uma grande parte da teoria assintótica depende de suas propriedades, mais detalhes sobre os cumulantes em Cordeiro e Demétrio (2008). Existe uma relação funcional variância - média que caracteriza a distribuição da Equação (7) de forma unívoca, através da função $\mu = q^{-1}(\theta)$. Entretanto, essa relação não caracteriza uma distribuição na família exponencial não linear $\pi(y; \theta, \phi) = \exp\{[t(y)\theta - b(\theta)] + c(y, \phi)\}$, como a distribuição beta. Se Y tem distribuição beta com parâmetros $\phi^{-1}\mu$ e $\phi^{-1}(1 - \mu)$ e f.d.p dada por

$$f(y; \mu, \phi) = \frac{y^{\phi^{-1}\mu-1}(1-y)^{\phi^{-1}(1-\mu)-1}}{B[\phi^{-1}\mu, \phi^{-1}(1-\mu)]} I_A(y), \quad (12)$$

em que $B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1}dx$ é a função beta, tem-se que, $t(y) = \log[y/(1-y)]$, $\theta = \mu$ e $Var(Y) = \phi\mu(1-\mu)/(1+\phi)$, obtendo-se uma função de variância do mesmo tipo que a do modelo binomial.

2.2.4 Distribuição Beta

A distribuição beta é um modelo apropriado para descrever dados distribuídos de forma continua no intervalo aberto (a,b) dado a grande flexibilidade de formas dessa distribuição e geralmente é parametrizado utilizando-se dois parâmetros de forma. Nesta parametrização, sua função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(y; p, q, a, b) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \cdot \frac{(y-a)^{p-1}(b-y)^{q-1}}{(a+b)^{p+q-1}}, I_A(y) \quad (13)$$

em que o conjunto $A = \{y \in 0 < f(x; p, q, a, b) < 1\}$, $\Gamma(\cdot)$ é uma função gama definida como $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ e $p > 0$ e $q > 0$ são parâmetros de forma. Se $a = 0$ e $b = 1$, a distribuição assume sua forma padrão, que é a mais utilizada em aplicações.

$$f(y; p, q, \cdot) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \cdot (y)^{p-1}(1-y)^{q-1} I_A(y), y \in (0,1) \quad (14)$$

Definindo-se $\mu = a + p(b-a)/p+q$ e $\phi = p+q$, ou seja, $p = [(\mu-a)/(b-a)]\phi$ e $q = [(b-\mu)/(b-a)]\phi$, obtém-se uma reparametrização alternativa da distribuição beta, (FERRARI e CRIBARI-NETO, 2004) com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(y; p, q, a, b) = \frac{\Gamma(\phi)(y-a)^{\left(\frac{\mu-a}{b-a}\right)\phi-1}(b-y)^{\left(\frac{\mu-a}{b-a}\right)\phi-1}}{\Gamma\left[\left(\frac{\mu-a}{b-a}\right)\phi\right]\Gamma\left[\left(\frac{\mu-a}{b-a}\right)\phi\right](a+b)^{\phi-1}} I_A(y), y \in (a, b) \quad (15)$$

Sendo $a=0$ e $b=1$, teremos a função paramétrica mais usual para aplicações:

$$f(y; \mu, \phi) = \frac{\Gamma(\phi)}{\Gamma(\mu\phi)\Gamma(1-\mu)\phi} y^{\mu\phi-1}(1-y)^{(1-\mu)\phi-1} I_A(y), y \in (0,1) \quad (16)$$

$0 < \mu < 1$ e $\phi > 0$. Dizemos que x tem distribuição beta com média μ e precisão ϕ e escrevemos $y \sim \beta(\mu, \phi)$. Evidentemente, através da escolha de (μ, ϕ) , obtêm-se diferentes densidades. E com essa flexibilidade da função densidade de probabilidade a distribuição beta é bastante conveniente no estudo de variáveis limitadas. Dependendo dos valores de μ e ϕ pode assumir diversas formas simétricas e assimétricas, como por exemplo ‘U’, ‘J’, ‘J’ invertido apresentam diversas características, propriedades e aplicações de distribuição beta padrão com parametrização (FIGURA 1).

Sendo que o formato ‘U’ ocorre quando $(1-\mu)\phi < 1$ e $\mu\phi < 1$. Já as densidades com forma de ‘J’ são obtidas quando $\{(1-\mu)\phi - 1\}(\mu\phi - 1) < 0$ e as densidades com forma de ‘J’ invertido são obtidas quando $\{(1-\mu)\phi - 1\}(\mu\phi - 1) > 0$.

$$\mu_r = E(Y^r) = \frac{\Gamma(\phi)\Gamma(\mu\phi+r)}{\Gamma(\phi+r)\Gamma(\mu\phi)} = \frac{(\mu\phi)_{(r)}}{\phi_{(r)}}$$

Onde $a_{(r)} = a(a+1)(a+2) \dots (a+r-1)$. Desta forma, $E(Y) = \mu$ e $Var(Y) = V(\mu)/(\phi + 1)$ onde $V(\mu) = \mu(1 - \mu)$, denota-a “função de variância”. o parâmetro μ é a média de x e o parâmetro ϕ é de precisão, no sentido de que, para μ fixo, quanto maior for o valor de ϕ , menor será a variância de y .

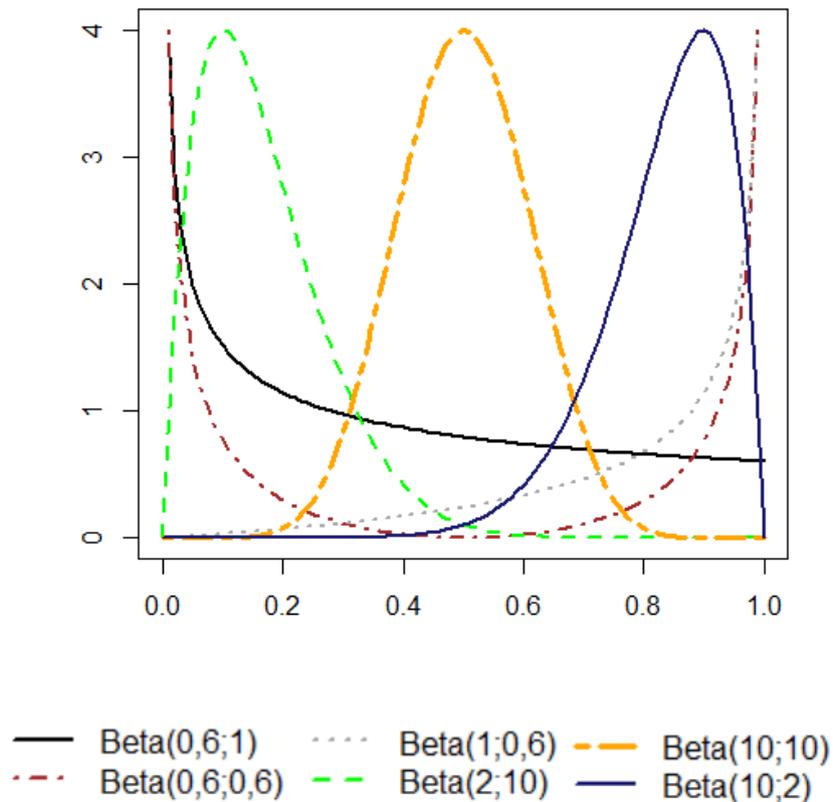


Figura 1: Exemplos da distribuição beta variando os parâmetros de forma. (Fonte: autor)

O modelo linear generalizado consiste de três componentes, sendo eles,

- i) Um preditor linear; $\eta = X'\beta$;
- ii) Uma função monótona entre a variável dependente e o preditor linear;
- iii) Distribuição de variável resposta na família exponencial de distribuição

A função de densidade da família exponencial pode ser escrito na forma:

$$f(y; \theta_i, \phi) = \exp\left\{\frac{y\theta - b(\theta)}{\phi} + c(y; f(\phi))\right\}$$

2.2.5 Função de ligação da beta

Segundo Paulino (2011) a função de ligação, considerando que a media dos parâmetros esta compreendida no intervalo aberto (0,1) transforma o intervalo dos parâmetros para a espaço dos reais. Dentre as varias escolhas que podem serem usadas para função de ligação, a logit é a que retorna as estimativas dos parâmetros em termos de log-odds, consequentemente, a função $h(\mu)$ é definida:

$$h(\mu) = \text{logit}(\mu) = \ln\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right) = X\beta \Rightarrow \mu = \frac{\exp(X\beta)}{1 + \exp(X\beta)}$$

3 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos do trabalho de Oliveira(2011), em que o autor avaliou o índice de severidade da rizoctoniose do caupi. Foram avaliados 87 isolados bacterianos, sendo 59 de *Bacillus* spp. e 28 de *Pseudomonas* spp. fluorescentes, quanto à eficiência na redução da severidade da rizoctoniose do caupi sob condições de casa de vegetação. A severidade da rizoctoniose foi avaliada aos 15 dias após o plantio, com o auxílio de escala de notas variando de 0 a 4 (NORONHA et al., 1995), em que 0 = sem sintomas; 1 = hipocótilo com pequenas lesões; 2 = hipocótilo com grandes lesões, sem constrição; 3 = hipocótilo totalmente constricto, mostrando tombamento; e 4 = sementes não germinadas e/ou plântulas não emergidas.

Com esta avaliação foi calculado o índice de severidade da rizoctoniose (ISD), em cada bandeja, pela expressão de (McKINNEY, 1923) que originalmente é designada por (SVR):

$$SVR = \left[\frac{\sum(\text{graudaescala} \times \text{frequência})}{(\text{númerototaldeunidades} \times \text{graumáximodaescala})} \right] \times 100$$

Com os dados de SVR Oliveira (2011) calculou a porcentagem de redução da severidade da doença (RSD), pela expressão:

$$RSD(\%) = \left[\frac{SVR_{te} - SVR_{tra}}{SVR_{te}} \right] \times 100$$

em que, SVR_{te} = severidade da doença na testemunha relativa e

SVR_{tr} = severidade da doença no tratamento com o candidato antagonista.

O delineamento estatístico utilizado foi em blocos ao acaso, com quatro repetições, sendo cada repetição constituída por uma bandeja com nove sementes. Os isolados bacterianos que propiciaram níveis de redução da severidade da doença superiores a 45% foram selecionados para testes subsequentes de estabilidade do controle da rizoctoniose em relação a diferentes isolados e densidades de inoculo do patógeno.

De acordo com os cinco isolados bacterianos selecionados preliminarmente como potenciais biocontroladores da rizoctoniose (B-05, B-13, B-63, B-65 e B-71) foram avaliados em relação a cinco isolados de *R. solani* (CMM-2651, CMM-2654, CMM-2666, CMM-2675 e CMM- 2682).

3.1 Comparação das rizobactérias sob diferentes densidades de inoculo de *Rhizoctonia solani*

Neste trabalho foram utilizados os cinco biocontroladores da rizoctoniose (B-05, B-13, B-63, B-65 e B-71) nas diferentes concentrações do inoculo do patógeno e avaliados com o intuito de saber qual era o biocontrolador que apresentava menor índice de severidade da doença (ISD). Os

inoculos foram aplicados no solo Camaragibe pela adição de substrato colonizado na densidade de 150 mg/kg de solo. Os procedimentos de plantio do caupi e avaliação da doença encontram-se em Oliveira (2011).

O modelo proposto foi o da distribuição beta, que tem a densidade de y escrita sob a forma:

$$f(y; \mu, \phi) = \frac{\Gamma(\phi)}{\Gamma(\mu\phi)\Gamma(1-\mu)\phi} y^{\mu\phi-1}(1-y)^{(1-\mu)\phi-1} I_A(y), y \in (0,1)$$

em que $0 < \mu < 1$, $\phi > 0$ e que $\Gamma(\cdot)$ e a função gama. \mathbf{y} e um vetor constituido de 192 observaçoes.

A função de densidade da família exponencial pode ser escrita na forma:

$$f(y; \theta, \phi) = \exp\left\{\frac{y\theta - b(\theta)}{\phi} + c(y; \phi)\right\} I_A(y)$$

A média e variância dos dados estão relacionados com os componentes da densidade, $E[Y] = \mu b'(\theta)$; $var[Y] = \phi b''(\theta)$, onde os acentos denotam primeira e segunda derivadas. A função de ligação utilizada foi a logit sendo esta a função de ligação cannica $h(\mu)$.

Para cálculo da máxima verossimilhança no procedimento GLIMMIX do SAS 9.3, calcula-se as probabilidades de log de verossimilhança nos modelos lineares generalizados como:

$$L(\mu, \phi; \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n f_i l(\mu_i, \phi; y_i, w_i)$$

em que, $l(\mu_i, \phi; x_i, w_i)$ e a contribuição de verossimilhança da observação com w_i peso e f_i sendo o valor da variável de frequência, no procedimento GLIMMIX, o *default* para frequência e 1 e o peso por *default* também e 1. Para determinar w_i e f_i , ver os procedimentos de adoção de pesos e das frequências no procedimento GLIMMIX do programa SAS 9.3 (2012). A log verossimilhança individual contribui para várias distribuiçoes sendo no caso da distribuição beta da seguinte forma:

$$l(\mu_i; \phi; y_i, w_i) = \log \frac{\Gamma\left(\frac{\phi}{w_i}\right)}{\Gamma\left(\frac{\mu\phi}{w_i}\right)\Gamma(1-\mu)\frac{\phi}{w_i}} + \frac{\mu\phi}{w_i-1} \log(y_i) + \frac{(1-\mu)\phi}{w_i-1} \log(1-y_i)$$

$Var(Y) = \mu(1-\mu)/(1+\phi)$; $\phi > 0$, mais detalhes em Ferrari e Cribari-Neto (2004). Todos os procedimentos análises e gráficos se deu por meio do software SAS 9.3 (PROC GLIMMIX SAS for Windows 2012).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tabela 1: Análise de variância para o índice de severidade da rizoctoniose do caupi provocada por diferentes isolados de *Rhizoctonia solani* de isolados de *Bacillus* spp.

Efeitos	GL Num	GL Den	F	Valor P
Bloco	3	141	0.24	0.8689
Tratamentos	5	141	11.90	<.0001
Doses	7	141	57.22	<.0001
Tratamento x Dose	35	141	3.68	<.0001

*GL Num – Grau de Liberdade do Numerador ;GL Den – Grau de liberdade do denominador.

Foram avaliados 5 isolados de *Bacillus* spp. fluorescentes do rizoplano de plantas de caupi em conjunto com a testemunha, utilizando a teoria dos modelos lineares generalizados sob abordagem da distribuição beta. Por meio da Tabela 1 percebe-se que os efeitos da interação entre tratamentos e doses foi significativa. Deste modo, o mais indicado segundo Hinkelmann e Kempthorne (1994) é desdobrar a interação e verificar como o efeito de um fator se comporta dentro do outro, de modo que se possa comparar os 5 tratamentos em conjunto com a testemunha dentro das 8 doses de isolados de *Rhizoctonia solani*. Na **Tabela 2** foi verificado qual dentro de qual dose houve diferença entre os tratamentos.

Tabela 2: Testes dos efeitos de desdobramento para a interação de tratamento e dose dentro de dose

Doses (mg/kg de solo)	GL Num	GL Den	F	Valor P
0	5	141	18.70	<.0001
25	5	141	1.09	0.3688
50	5	141	0.70	0.6222
100	5	141	0.77	0.5761
150	5	141	0.72	0.6128
200	5	141	1.07	0.3780
250	5	141	7.66	<.0001
300	5	141	1.95	0.0893

*GL Num – Grau de Liberdade do Numerador ;GL Den – Grau de liberdade do denominador.

Dentro da dose 0 e da dose 250 houve diferença dos efeitos dos tratamentos para o ISD, as demais doses não apresentam efeito quanto aos *Bacillus* spp. Para melhor visualizar estes efeitos na **Tabela 3** tem-se os testes t para comparação dos tratamentos dois a dois dentro da dose 0 e da dose 250.

Tabela 3: Efeitos da comparação dos tratamentos dentro das doses 0 e 250 para ISD.

Doses (mg/kg de solo)	Tratamentos	Tratamentos	Estimativas	E.P	GL	t	Valor t
0	B-005	B-013	25.643	0.6090	141	4.21	<.0001
0	B-005	B-063	0.02535	0.4812	141	0.05	0.9581
0	B-005	B-065	28.202	0.6150	141	4.59	<.0001
0	B-005	B-071	39.629	0.6111	141	6.48	<.0001
0	B-005	Test	39.902	0.6114	141	6.53	<.0001
0	B-013	B-063	-25.390	0.6162	141	-4.12	<.0001
0	B-013	B-065	0.2559	0.7181	141	0.36	0.7221
0	B-013	B-071	13.985	0.7107	141	1.97	0.0510
0	B-013	Test	14.258	0.7160	141	1.99	0.0484
0	B-063	B-065	27.949	0.6134	141	4.56	<.0001
0	B-063	B-071	39.375	0.6134	141	6.42	<.0001
0	B-063	Test	39.648	0.6125	141	6.47	<.0001
0	B-065	B-071	11.427	0.7115	141	1.61	0.1105
0	B-065	Test	11.699	0.7115	141	1.64	0.1023
0	B-071	Test	0.02729	0.7109	141	0.04	0.9694
250	B-005	B-013	-0.6128	0.4328	141	-1.42	0.1590
250	B-005	B-063	-34.234	0.5922	141	-5.78	<.0001
250	B-005	B-065	-0.1014	0.4267	141	-0.24	0.8126
250	B-005	B-071	-0.6262	0.4357	141	-1.44	0.1529
250	B-005	Test	-0.2551	0.4276	141	-0.60	0.5516
250	B-013	B-063	-28.106	0.5949	141	-4.72	<.0001
250	B-013	B-065	0.5115	0.4328	141	1.18	0.2393
250	B-013	B-071	-0.01338	0.4419	141	-0.03	0.9759
250	B-013	Test	0.3577	0.4337	141	0.82	0.4109
250	B-063	B-065	33.220	0.5919	141	5.61	<.0001
250	B-063	B-071	27.972	0.5993	141	4.67	<.0001
250	B-063	Test	31.682	0.5935	141	5.34	<.0001
250	B-065	B-071	-0.5248	0.4357	141	-1.20	0.2304
250	B-065	Test	-0.1538	0.4276	141	-0.36	0.7196
250	B-071	Test	0.3711	0.4365	141	0.85	0.3967

Por meio dos resultados da **Tabela 3**, percebe-se que o tratamento B-005 difere dos demais com exceção do tratamento B-063 em relação a chance de redução do índice de severidade, sendo assim pela **Tabela 4** percebe-se que os tratamentos B-005 e B-063 reduz em 24% a chance de controle da doença, em relação aos demais tratamentos na ausência do inóculo. Na dose 250 o tratamento B-063 teve uma eficácia 96% menor que os demais tratamentos para o controle de ISD. Nas demais doses a eficácia foi a mesma. Oliveira (2011) ao avaliar os cinco isolados bacterianos (B-005, B-013, B-063, B-065 e B-071), todos do gênero *Bacillus*, verificou que estes propiciaram níveis de redução da severidade da doença superiores a 45% e por conta disto foram avaliados em relação a cinco isolados (CMM-2651, CMM-2654, CMM-2666, CMM-2675 e CMM-2682) e três densidades de inóculo (200, 250 e 300 mg/kg de solo) de *R. solani*. Somente o isolado bacteriano

B-071 apresentou níveis similares de controle da rizoctoniose induzidos pelos diferentes isolados do patógeno, com redução média de 24,5% nos níveis de severidade. O isolado bacteriano B-065 apresentou os maiores níveis de controle da doença nas três densidades de inóculo de *R. solani*, com média de 22,2%. Ficou evidente a influência do solo na eficácia dos isolados bacterianos. Sendo assim, os resultados encontrados com a aplicação da distribuição beta sob os MLG na comparação dos *Bacillus spp.* entre si, completam os encontrados em Oliveira (2011).

Tabela 4: Estimativas e médias dos tratamentos dentro das doses 0 e 250.

Isolados	Dose	Estimativas	E.P.	Média	E.P.
T	0	-51,250	0,511	0,005c	0,003
B-071	0	-50,977	0,511	0,006c	0,003
B-065	0	-39,551	0,513	0,018c	0,009
B-013	0	-36,992	0,510	0,0245b	0,012
B-063	0	-11,602	0,342	0,238ab	0,062
B-005	0	-11,349	0,337	0,243 a	0,062
B-005	250	-0,025	0,301	0,493 B	0,075
B-065	250	0,075	0,301	0,518 B	0,075
T	250	0,229	0,303	0,557 B	0,074
B-013	250	0,587	0,310	0,642 B	0,071
B-071	250	0,600	0,314	0,645 B	0,071
B-063	250	33,975	0,509	0,967 A	0,015

Médias seguidas da mesma letra minúscula não diferem entre si; Médias seguidas da mesma letra maiúscula não diferem entre si; E.P.=Erro Padrão.

A Figura 2 tem os gráficos de resíduos para ISD, na adaptação de um modelo podemos encontrar anomalias, tanto na componente aleatória do modelo, como na componente sistemática, as quais podem ser detectadas através de uma análise informal dos resíduos, usando representações gráficas adequadas (TURKMAN e SILVA, 2000).

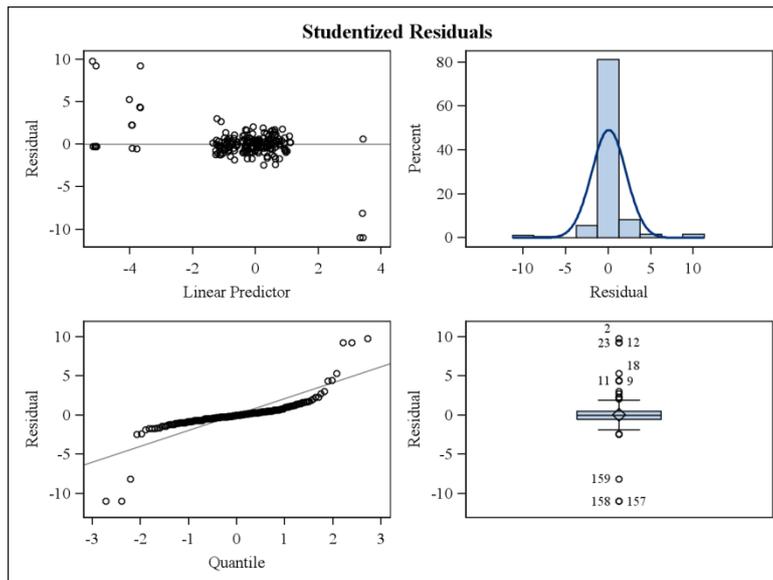


Figura 2: Gráficos dos resíduos para ISD.

Na Figura 2 percebe-se que há pontos que merecem ser investigados com maior aprofundamento, utilizando-se técnicas de diagnóstico a fim de se verificar se os pontos em destaque são pontos influentes, outliers ou pontos de alavanca. A ocorrência destes pontos se deve ao fato de que algumas testemunhas relativas não apresentam redução de severidade, além de que na dose 250 algumas repetições apresentaram índice alto de Severidade no tratamento B-063. Apesar do afastamento da reta no gráfico de quantil, não houve falta de ajuste da distribuição beta aos dados de ISD.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na comparação da estabilidade do biocontrole da rizoctoniose do caupi em diferentes concentrações do inoculo, ficou evidente a influência da dose na eficácia dos isolados bacterianos promissores. A utilização da técnica de modelos lineares generalizados com o uso da distribuição beta é bastante útil por evitar que seja necessário realizar transformações nas escalas dos dados, por estes estarem no intervalo contínuo aberto de 0 a 1. Os isolados bacterianos *bacillus spp.* B-063 e B-005 obtiveram os piores resultados para controle da rizoctoniose do caupi, sendo que o isolado B-063 teve o pior resultado nas doses 0 e 250. E verificamos que o isolado B-071 apresentou um excelente desempenho no combate a rizoctoniose na ausência da dose, e obteve um comportamento similar aos demais tratamentos com o aumento das doses.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ATHAYDE SOBRINHO, C.; VIANA, F. M. P.; SANTOS, A. A. Doenças fúngicas e bacterianas. In: FREIRE FILHO, F. R.; LIMA, J. A. A.; RIBEIRO, V. Q. (Eds.). **Feijão- Caupi: Avanços Tecnológicos**. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 2005. p. 461-484.
- BERKSON, J. Application of the logistic function to bioassay. **J. R. Statist. Soc. B**, 39, 357-365, 1944.
- BIRCH, M. W. Maximum likelihood in three-way contingency tables. **J. R. Statist. Soc. B**, 25, 220-233, 1963.
- BLISS, C. I. The calculator of the dosage-mortality curve. **Ann. Appl. Biol.**, 22, 134-167, 1935.
- BOX, G. E. P. and COX, D. R. (1964). An analysis of transformations, **Journal of the Royal Statistical Society**, Series B, 26, 211-252.
- COELHO, R. S. B. Doenças fúngicas do caupi. In: REUNIÃO NACIONAL DE PESQUISA DO CAUPI, 5., 2001, Teresina. **Anais ...** Teresina: Embrapa Meio-Norte, 2001. p. 321-322.
- CORDEIRO G. M.; DEMÉTRIO C. G. B. **Modelos lineares generalizados e extensões**, ESALQ, USP. Piracicaba, SP Março/2008. Apostila do curso de Modelos Lineares Generalizados - Universidade de São Paulo - ESALQ/USP.
- DYKE, G.; PATTERSON, H. Analysis of factorial arrangements when the data are proportions. **Biometrics**, 8, 1-12, 1952.
- EHLERS, J. D.; HALL, A. E. Cowpea (*Vigna unguiculata* L. Walp.). **Fields Crop Research**, Oxford, v. 53, p. 187-204, 1997.
- FAO. FAOSTAT. **Crops - cow peas, dry**. Disponível em: <http://faostat.fao.org/site/567/DesktopDefault.aspx?PageID=567#ancor>. Acesso em: 04 de jan. 2009.
- FAO (FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION). **FAOSTAT - agricultural statistics database**. Disponível em: <http://faostat.fao.org/>. Acesso em: 17 fev. 2011.
- FEIGL, P.; ZELLEN, M. Estimation of exponential survival probabilities with concomitant information. **Biometrics**, 21, 826- 838, 1965.
- FERRARI,S.L.P.; CRIBARI-NETO,F. Beta regression for modelling rates and proportions. **Journal of Applied Statistics** 31, 2004. 799-815 p.
- FISHER, R. On the mathematical foundations of theoretical statistics. **Philosophical Transactions of the Royal Society**, 222, 309-368, 1935.
- FREIRE FILHO, F. R.; LIMA, J. A. A.; RIBEIRO, V. Q. **Feijão-caupi: avanços tecnológicos**. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 2005. 519 p.

FROTA, K. M. G.; SOARES, R.A. M.; ARÊAS, J. A. G. Composição química do feijão caupi (*Vigna unguiculata* L. Walp), cultivar BRS-Milênio. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, Campinas, v. 28, n. 2, p. 470-476, 2008.

GLASSER, M. Exponential survival with covariance. **Journal of the American Statistical Association**, 62, 561-568, 1967.

HINKELMANN K. KEMPTHORNE, O. **Design and Analysis of Experiments**. Vol. 2. New York: Wiley, 1994.

LINDSEY, J. **Applying generalized linear models**. Springer: New York, 1997.

McCULLAGH, P. and NELDER, J.A. **Generalized Linear Models**, 2nd ed. London: Chapman and Hall, 1989.

McKINNEY, H. H. Influence of soil temperature and moisture on infection of wheat seedlings by *Helminthosporium sativum*. **Journal of Agricultural Research**, Saint Paul, v. 26, n. 02, p. 195-218, 1923.

MELO, F. B.; CARDOSO, M. J.; SALVIANO, A. A. C. Fertilidade do solo e adubação. In: FREIRE FILHO, F. R.; LIMA, J. A. A.; RIBEIRO, V. Q. (Eds.). **Caupi: Avanços Tecnológicos**. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 2005. p. 229-242.

NELDER, J.A.; WEDDERBURN, R.W.M. Generalized linear models. **J.R.Statist. Soc A**, 1972.

NORONHA, M. A.; MICHEREFF, S. J.; MARIANO, R.L.R. Efeito do tratamento de sementes de caupi com *Bacillus subtilis* no controle de *Rhizoctonia solani*. **Fitopatologia Brasileira**, Brasília, v. 20, p. 174-178, 1995.

OLIVEIRA, I. P.; CARVALHO, A. M. A. A cultura do caupi nas condições de clima e solo dos trópicos úmidos e semi-áridos do Brasil. In: ARAÚJO, J. P.; WATT, E. A (Org.). **O caupi no Brasil**. Brasília: IITA/EMBRAPA, 1988. p. 65-95.

OLIVEIRA, M. G. **Prospecção de rizobactérias para o biocontrole da rhizoctoniose do caupi**, [Dissertação Mestrado], Recife, UFRPE, Recife, 2011, 49p.

PAOLINO, Philip. **Maximum Likelihood Estimation of Models with Beta-Distributed Dependent Variables**. Department of Government, The University of Texas at Austin, 2001.

RASCH, G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests. **Danmarks Paedogiske Institut**, Copenhagen, 1960.

RIOS, G. P. **Principais Doenças do Caupi no Brasil**. Goiânia: EMBRAPA-CNPAP, 1990. 40 p.

SAS for Windows. STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM. SAS user's guide: statistics. versão 9.3 Cary: SAS, 2012.

TURKMAN, M. A. A; SILVA, G.L. **Modelos Lineares Generalizados - da teoria à prática**, Lisboa, 2000, 153p. Apostila do mini-curso de Modelos Lineares Generalizados - VIII Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística.

VALENZUELA, H.; SMITH, J. Cowpea. Sustainable Agriculture: **Green Manure Crops**, Honolulu, v. 6, p. 1-3, 2002.

ZIPPIN, C.; ARMITAGE, P. Use of concomitant variables and incomplete survival information in the estimation of an exponential survival parameter. **Biometrics**, 22, 665 - 672, 1966.