



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

RODRIGO MARCELINO FELIX DE ANDRADE

**GEOGEBRA: UMA FERRAMENTA AUXILIAR PARA O ENSINO DA
GEOMETRIA PLANA**

**CAMPINA GRANDE/PB
2014**

RODRIGO MARCELINO FELIX DE ANDRADE

GEOGEBRA: UMA FERRAMENTA AUXILIAR PARA
O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática, do Centro de Ciências e Tecnologias, da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^aMsc. Aluska Dias Ramos de Macedo

CAMPINA GRANDE/PB

2014

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

A553g Andrade, Rodrigo Marcelino Felix de.
Geogebra [manuscrito] : uma ferramenta auxiliar para o ensino da geometria plana / Rodrigo Marcelino Felix de Andrade.
- 2014.
45 p. : il. color.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)
- Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.
"Orientação: Profa. Ma. Aluska Dias Ramos de Macedo, Departamento de Matemática".

1. Geometria Dinâmica. 2. Software Geogebra. 3. Ensino da Geometria. I. Título.

21. ed. CDD 516

RODRIGO MARCELINO FELIX DE ANDRADE

**GEOGEBRA: UMA FERRAMENTA AUXILIAR PARA O ENSINO DA
GEOMETRIA PLANA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Licenciatura Plena
em Matemática da Universidade Estadual
da Paraíba, em cumprimento às exigências
para obtenção do título de licenciado em
Matemática.

Aprovado em: 12 de Dezembro de 2014.

Banca Examinadora

Aluska D. R. de Macedo

Prof.^a Msc. Aluska Dias Ramos de Macedo
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Orientadora

José Roberto Costa Júnior

Prof. Msc. José Roberto Costa Júnior
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

Silvanio de Andrade

Prof.^a Dr. Silvanio de Andrade
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

AGRADECIMENTOS

A Deus por iluminar minha vida e me dar forças para seguir sempre em frente.

Aos meus pais, João Felix de Andrade e Marinete Marcelino dos Santos, por me ensinarem o que é certo e o que é errado, por serem meu incentivo na busca por me tornar uma pessoa melhor e principalmente por constituírem meu alicerce, minha base, meu exemplo, meu orgulho e minha vida!

Aos meus irmãos, por estarem sempre ao meu lado em todos os momentos dando toda força necessária.

À minha orientadora, Professora Aluska Dias Ramos de Macedo, pelo constante incentivo durante todo período, pela competência na articulação das ideias, na escrita e seleção dos textos, nas inúmeras trocas de e-mails e principalmente por toda dedicação e paciência, me ajudando a concluir esta monografia. Obrigado!

Aos Professores José Roberto júnior e Silvânio de Andrade, por aceitarem fazer parte da banca de avaliação dando contribuições fundamentais.

A todos meus amigos e colegas que me incentivaram e contribuíram de alguma forma, em especial meus amigos Claudenor, Daniela, Ediene, Fabiana, Fabrício, Jane, Josênelle, Juscelino, Michelly, Raiany, Ronaldo, Rafael, Talita e Válber, por todos os encontros e pelas boas risadas que demos juntos.

Agradeço a todos que contribuíram de maneira direta ou indireta para realização desse trabalho.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Página para download.....	17
Figura 2 - Interface do Geogebra.....	18
Figura 3 - Ferramentas de Seleção	19
Figura 4 - Ferramentas de Ponto	20
Figura 5 - Ferramentas de Reta	21
Figura 6 - Ferramentas de Retas Específicas.....	22
Figura 7 - Ferramentas de polígonos	23
Figura 8 - Ferramentas de Curvas	24
Figura 9 - Ferramentas de Cônicas	25
Figura 10 - Ferramentas de Medidas	26
Figura 11 - Ferramentas de Translação	27
Figura 12 - Ferramentas Extras	28
Figura 13 - Ferramentas de Visualização	29
Figura 14 - Ferramentas de Exibição.....	30
Figura 15 - Demonstração de ponto e reta no Geogebra	33
Figura 16 - Demonstração de retas traçadas a partir de um ponto no Geogebra.....	34
Figura 17 - Demonstração de uma reta definida por dois pontos no Geogebra	34
Figura 18 - Demonstração de retas paralelas.....	35
Figura 19 - Demonstração de retas concorrentes no Geogebra.....	35
Figura 20 - Demonstração de uma semirreta no Geogebra	36
Figura 21 - Demonstração de um segmento de reta no Geogebra.....	37
Figura 22 - Distância entre dois pontos	38
Figura 23 - Reta	39
Figura 24 - Retas Paralelas	40
Figura 25 - Retas Perpendiculares	41

RESUMO

São diversas as mudanças metodológicas apontadas como tendências de ensino que buscam, cada vez mais, a participação do aluno em sala de aula, considerando a construção do conhecimento como uma forma de aprendizagem. Porém, para ser o agente de tais mudanças, os educadores devem estar realmente preparados, principalmente se tratando de algo novo, como por exemplo, utilizar *softwares* de Geometria dinâmica em suas aulas de matemática, pois assim como escolher um bom livro não é garantia de um bom aprendizado, escolher um *software* de boa qualidade não é garantia de sucesso e aprendizado em suas aulas. Nessa perspectiva, o software Geogebra surge como um método inovador para auxílio na aprendizagem dos discentes, pois tende a auxiliar o ensino da geometria. Assim, esse trabalho, tem como objetivo geral propor atividades, através do software Geogebra, que auxiliem o aluno na compreensão de propriedades e conceitos da Geometria Analítica no Ensino Fundamental II. Os objetivos específicos são: apresentar o software Geogebra mostrando sua interface e as funções de seus ícones, auxiliar os alunos na manipulação do mesmo, fazer construções geométricas utilizando o software e analisar as potencialidades do Geogebra no ensino da Geometria Analítica. Todo o trabalho, foi desenvolvido com o auxílio do *software* GeoGebra (versão 4.4) e principalmente a partir de resumos e resenhas de trabalhos acadêmicos e artigos científicos referentes ao tema da pesquisa. A presente investigação se trata de um estudo bibliográfico onde se utiliza uma abordagem qualitativa de caráter interpretativo. De um modo geral, o trabalho busca novos métodos de ensino e aprendizagem a serem inseridos no ensino de Geometria Analítica, com o propósito de melhorar o nível de aprendizagem dos alunos.

Palavras-Chave: Geometria Dinâmica; Software Geogebra; Ensino da Geometria Analítica.

ABSTRACT

There are several methodological changes identified as educational tendencies that are increasingly, student participation in the classroom, considering the construction of knowledge as a form of learning. But to be the agent of such changes, educators must be really prepared, especially when dealing with something new, such as using dynamic geometry software in their math classes, as well as choose a good book is no guarantee of a good learning, choose good quality software is no guarantee of success and learning in their classes. In this perspective, the Geogebra software emerges as an innovative method to aid in the learning of students; it tends to complement the teaching of geometry. Thus, this work has as main objective to propose activities through Geogebra software, to assist the student in understanding properties and concepts of analytic geometry in elementary school 2. The specific objectives are to present the Geogebra software showing its interface and functions of their icons, assist students in the handling of it, do geometric constructions using the software and analyze the Geogebra potential in teaching of analytic geometry. All work was developed with the help of GeoGebra software (version 4.4) and mainly from summaries and reviews of Monographs, Scientific articles, dissertations and theses on the subject of the research. This research it is a bibliographic study which uses a qualitative approach of interpretative character. In general, the work seeks new methods of teaching and learning to be inserted in the teaching of analytic geometry, in order to improve the level of student learning.

Key-words: Dynamic Geometry; Geogebra software; Analytical Geometry Teaching.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	7
2. METODOLOGIA	9
3. ENSINO DA GEOMETRIA E AS TICS	12
3.1 BREVE HISTÓRICO DA GEOMETRIA	12
3.2 A GEOMETRIA APRESENTADA NO LIVRO DIDÁTICO	13
3.3 O USO DE NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE GEOMETRIA.....	14
4. CONHECENDO O GEOGEBRA	17
4.1 ORIGEM DO GEOGEBRA.....	17
4.2 INSTALAÇÃO DO SOFTWARE	17
4.3 INTERFACE DO PROGRAMA.....	18
4.3.1 Caixa de Ferramentas do Geogebra.....	18
4.3.1.1 Ferramentas de Seleção	19
4.3.1.2 Ferramentas de Ponto	19
4.3.1.3 Ferramentas de Retas.....	20
4.3.1.4 Ferramentas de Retas Específicas.....	22
4.3.1.5 Ferramentas de Polígonos.....	23
4.3.1.6 Ferramentas de Curvas	23
4.3.1.7 Ferramentas de Cônicas.....	25
4.3.1.8 Ferramentas de Medidas.....	25
4.3.1.9 Ferramentas de Translação	26
4.3.1.10 Ferramentas Extras	28
4.3.1.11 Ferramentas de Visualização	28
4.3.1.12 Ferramentas de Exibição	29
5. AS REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS NO ENSINO DA GEOMETRIA	31
6. A UTILIZAÇÃO E A APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NA SALA DE AULA	32

6.1 PONTO, RETA, RETAS PARALELAS, RETAS CONCORRENTES, SEMIRRETA E SEGMENTO DE RETA.....	32
6.2 SUGESTÕES DE ATIVIDADES	37
6.2.1 Determinação da distancia entre dois pontos quaisquer A e B, com usando o GeoGebra.....	37
6.2.2 Estudo da reta definida por dois pontos A e B.	38
6.2.3 Estudo Sobre retas paralelas.	39
6.2.4 Estudo sobre retas perpendiculares.....	40
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
REFERÊNCIAS	43

1. INTRODUÇÃO

A matemática sempre foi vista como uma ciência de difícil compreensão pela maioria das pessoas. Para tentar mudar essa concepção, os educadores, nos dias atuais, buscam a inserção de novas ferramentas para complementar suas metodologias em sala de aula, uma dessas ferramentas é o computador com sua variedade de softwares educativos. O computador é uma ferramenta que pode ser utilizada para o desenvolvimento de habilidade dos educandos possibilitando aos mesmos uma forma de aprendizado mais prazerosa, criativa e dinâmica.

A associação entre a matemática e a informática pode tornar alguns conceitos mais claros e atrativos para o aprendizado, sabemos que é vasta a variedade de assuntos do ensino fundamental e médio que podem ser trabalhados com através de softwares educativos, principalmente os que envolvem geometria.

O uso de softwares de Geometria Dinâmica é um recurso didático que pode e deve ser utilizado como ferramenta complementar pelo professor. Se utilizado de forma coerente, ajuda a motivar o aluno, auxiliando no entendimento do conteúdo. Entende-se por Geometria Dinâmica um ambiente que permite simular construções geométricas partindo de entes matemáticos chamados de objetos-base, que atualizam automaticamente as construções sempre que houver alteração num desses objetos.

Nessa perspectiva, um software interessante a ser incorporado nas aulas seria o Geogebra já que este é um software de geometria dinâmica que pode facilitar a compreensão de alguns conceitos matemáticos.

O Geogebra é um software de matemática dinâmica que relaciona Geometria e Álgebra, foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, para Educação Matemática nas escolas. Este Software, totalmente gratuito, é caracterizado por sua fácil utilização, disponível em <<http://www.geogebra.org/about>>.

O objetivo geral deste trabalho é propor atividades, através do software Geogebra, que auxiliem o aluno na compreensão de propriedades e conceitos matemáticos. Os objetivos específicos são apresentar o software Geogebra mostrando sua interface e as funções de seus ícones, auxiliar os alunos na manipulação do mesmo, fazer construções geométricas utilizando o software e analisar as potencialidades do Geogebra no ensino da Geometria analítica.

A escolha do Geogebra para o desenvolvimento deste trabalho deve-se ao fato deste

software ser uma ferramenta que pode contribuir bastante para o aprendizado nas aulas de matemática. Possibilitando ao aluno aprender Geometria de uma forma mais dinâmica e prazerosa, tendo em vista que a geometria dinâmica permite ao aluno construir, pois se sabe que na maioria dos casos o aluno só compreende quando faz. Além disso, o uso deste software possibilita ao professor levar a seus alunos uma maneira atrativa de aprendizado, já que, hoje em dia, os jovens estão, cada vez mais, acostumados com a informatização, isso pode facilitar muito o uso de computadores nas escolas, permitindo que aprendam num ambiente que tenham certa familiaridade.

No decorrer deste trabalho irá se apresentar relatos sobre o ensino de geometria analítica, no ensino fundamental, vinculado às novas tecnologias. Em seguida irá se apresentar o software Geogebra, será feita uma apresentação geral do software mostrando o seu funcionamento, suas funções e meios para a sua utilização. Além disso, se aplica a utilização do software para ensinar os principais conceitos de geometria, tais como ponto, reta, semirreta e segmentos de reta. Irá se abordar também o estudo sobre distância entre dois pontos, retas paralelas, retas perpendiculares, retas concorrentes.

2. METODOLOGIA

Para Martins (2008, p. 40) a metodologia consiste no modo de captação dos dados para sua posterior análise e avaliação, isto é, todos os caminhos percorridos para se chegar aos objetivos pretendidos. “Método vem da palavra grega *méthodos*, que significa chegar ao fim, e metodologia são as etapas da produção de conhecimento a partir de experiências adquiridas no decorrer da busca por informações”.

Segundo Abrantes (1995, p. 205) a escolha da metodologia a ser utilizada numa investigação depende de vários fatores: “dos objetivos do estudo, do tipo de questão que se pretende responder, do fenómeno estudado e das condições em que esse fenómeno decorre”. É provável que o passo mais importante a dar numa investigação é a definição das questões de pesquisa. Este autor aponta três fatores que considera como essenciais para a escolha de uma metodologia de investigação são eles: “A natureza das principais questões que se colocam, o tipo de controle que se pode ter sobre as variáveis e o fato de se tratar ou não de um fenómeno que se desenvolve no momento do estudo”.

Moliner et al. (2002,p.29) destaca ainda a importância de uma fase prévia de diagnóstico, referindo que a primeira etapa deste diagnóstico consiste em definir o principal objetivo da investigação que se pretende levar a cabo. A definição da metodologia a utilizar numa investigação deve estar baseada numa fundamentação teórica e epistemológica consistente, no sentido de uma melhor fundamentação das opções metodológicas a tomar.

Dessa forma, o seguinte trabalho trata-se de um estudo bibliográfico, deixando claro que não foi realizada nenhuma pesquisa com professores ou estudantes de matemática atuantes, visando que este trabalho apresenta um tema que poderá ser desenvolvido posteriormente com aplicações práticas, de forma a estimular futuros formandos a desenvolver um estudo de campo nessa linha de pesquisa.

Segundo com Amaral (2007), p.1:

A pesquisa bibliográfica é uma etapa fundamental em todo trabalho científico que influenciará todas as etapas de uma pesquisa, na medida em que der o embasamento teórico em que se baseará o trabalho. Consistem no levantamento, seleção, fichamento e arquivamento de informações relacionadas à pesquisa. É imprescindível, portanto, antes de todo e qualquer trabalho científico fazer uma pesquisa bibliográfica exaustiva sobre o tema em questão, e não começar a coleta de dados e depois fazer a revisão de literatura.

Sendo Geogebra: uma ferramenta auxiliar para o ensino da geometria plana, o objeto de estudo da presente investigação, levando em conta o quadro de referencial teórico relativo

aos domínios do ensino da geometria com auxílio de softwares educacionais de Matemática, e, considerando, ainda, as questões e o enquadramento da investigação deste trabalho, se mostrou adequado utilizar nesta investigação uma abordagem qualitativa com caráter interpretativo.

De um modo geral, a pesquisa diz respeito à preocupação com o ensino da Geometria. Onde se procura incorporar, às aulas de matemática, uma nova ferramenta auxiliar no ensino da geometria (*O software Geogebra*), com intuito de tornar as aulas mais dinâmicas e atrativas aos olhos dos alunos.

Não há dúvida de que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação. Vídeos, programas educativos na televisão e no computador, *sites* educacionais, *softwares* diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, onde, anteriormente, predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor (KENSKI, 2007, p.46).

A seguinte pesquisa foi realizada entre Junho de 2013 e Novembro de 2014. Foram recolhidos diversos dados, oriundos de diversas fontes o que possibilita a triangulação das informações (Yin, 1993, apud PINTO & CANAVARRO, 2012, p. 7). Para recolha de dados, utilizou-se da observação e da análise de documentos referentes ao ensino da Geometria plana, uso tecnologias no ensino, assim como o uso do software Geogebra.

A análise do material utilizado na composição da monografia se deu em quatro etapas (GIL, 2002, apud MACEDO, 2009, p. 13):

- 1º) Leitura exploratória: Esse momento serviu para o conhecimento de toda bibliografia catalogada referente ao tema do trabalho.
- 2º) Leitura seletiva: Permitiu a seleção, de maneira criteriosa, das teses, dissertações, monografias e dos artigos científicos referentes à linha de pesquisa.
- 3º) Leitura analítica: esta etapa, considerada como uma das mais importantes da pesquisa, onde foi feita a análise e avaliação das informações coletadas, foram observados os pontos mais importantes voltados à temática.
- 4º) Leitura interpretativa: Nesse momento, foi realizada uma leitura com maior foco, fazendo devidos ajustes, ampliando os resultados obtidos na etapa anterior.

Na primeira etapa, leitura exploratória, se deu a partir da leitura dos resumos de todos os artigos, dissertações, teses e monografias. Em seguida, na segunda etapa, foram selecionados os trabalhos mais pertinentes ao tema. Na terceira etapa, leitura analítica, foi realizada uma análise dos mesmos, procurando sempre que possível relacionar os pontos comuns entre eles. As análises do cruzamento das informações obtidas nos diversos resumos

vieram a compor os títulos dos capítulos desta monografia. Por último, leitura interpretativa, em busca de se obter sugestões a aprimorar a pesquisa, foi feita uma reflexão geral com relação ao discutido na terceira etapa.

Os títulos três, quatro e cinco dizem respeito aos resumos e resenhas trabalhadas, que estão organizados em sequência. No título seis são expostas atividades realizadas no Geogebra e em seguida apresentam-se sugestões de atividades. No final, são feitas as considerações finais que foram baseadas em todo o trabalho e são apresentadas as referências utilizadas para realização do mesmo.

3. ENSINO DA GEOMETRIA E AS TICS

3.1 BREVE HISTÓRICO DA GEOMETRIA

Ao refletirmos sobre geometria, logo nos vêm ao pensamento, figuras, conceitos e definições. Sabe-se que a Geometria, de acordo com Ferreira (1999, apud ROGENSKI & PEDROSO, p. 3) é a ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos ou ainda uma seção da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras (geometria plana) e dos sólidos (geometria espacial).

De acordo com Boyer (1996, apud ROGENSKI & PEDROSO, p.3) o desenvolvimento da geometria possivelmente foi estimulado pelas necessidades práticas de construção e demarcação de terras.

Em sua etimologia a palavra geometria (geo+metria) significa “medição da terra”. Partindo dessa definição, é de grande importância reconhecer o que está presente no mundo físico e também visualizar aquilo que é apresentado na forma tridimensional, avançando assim na construção de conceitos geométricos e na cognição dessas informações visuais. (ROGENSKI & PEDROSO, p.3)

O uso de materiais manipuláveis, um desenho ou outro modelo, servem para representar uma imagem na mente, permitindo evocar um objeto que esteja ausente, dessa forma inicia-se um processo de raciocínio visual, tornando mais fácil a representação de um esboço gráfico ou de um modelo manipulável.

O aluno utiliza à capacidade de visualização para executar processos mentais diferenciados. Entretanto, a utilização de materiais concretos permite ver o objeto em estudo, mas não garante a capacidade de visualização, já que esta não é uma característica inerente a todas as pessoas.

Assim, encontramos indivíduos que visualizam mais que outros e alguns que nem chegam a visualizar. Dessa forma, a exploração de diferentes materiais manuseáveis instiga a curiosidade e dá oportunidade para desenvolvimento da percepção sensorial.

É importante que o professor trabalhe os conteúdos em sala de aula, percebendo onde cada um deles se encaixa dentro da realidade, pois dessa forma torna-se mais fácil o entendimento do “espaço como referência, de modo que seja possível situá-lo, analisá-lo e perceber seus objetos para então ser representado”, no momento seguinte, devem-se explorar as diversas propriedades apresentadas pelos objetos. Para geometria é interessante partir de “objetos que tenham relação com as formas geométricas usuais”, aqueles que recordam os sólidos geométricos que podem ser manipulados em nosso cotidiano. (DCE's, p.30-31)

De acordo com Dienes (1974, apud ROGENSKI & PEDROSO, p. 5) os conceitos não podem ser ensinados, o que se pode fazer é criar e apresentar situações mostrando cenários que ajudarão a formar cada conceito. Dessa forma, é de fundamental importância permitir aos alunos a realização de atividades experimentais criando situações diferenciadas para que os mesmos consigam formar os conceitos a serem utilizados durante o constante processo de aprendizagem.

3.2 A GEOMETRIA APRESENTADA NO LIVRO DIDÁTICO

A geometria se faz presente na física, na natureza, em obras de arte, no artesanato, nas esculturas, nas pinturas, nas artes em geral, portanto é essencial sua interação às demais disciplinas. Desta forma, corrobora as Diretrizes Curriculares (DCE, 2006 p.37) ao dizer que “A geometria é rica em elementos que favorecem a percepção espacial e a visualização; constitui, portanto, conhecimentos relevantes, inclusive para outras disciplinas escolares”.

Ainda cita que a geometria é elemento de considerável conexão, pois conecta a álgebra e a aritmética, citando Lorenzato (2006, apud ROGENSKI & PEDROSO, p. 7) onde o mesmo esclarece que “conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz”.

Algumas pesquisas mostram que devido a sua formação, boa parte dos professores de matemática tende a pensar que a geometria é um assunto secundário, tendo como prioridade ensinar os assuntos de álgebra e de cálculo, pois os consideram mais importantes. Nessa perspectiva Lindquist (1994, apud ROGENSKI & PEDROSO, p. 7) diz que os professores devem ensinar geometria com tal qual importância que ensinam à álgebra e o cálculo. Nessa linha de pensamento afirma Lorenzato (2006, apud ROGENSKI & PEDROSO, p. 6), “pode-se adquirir um grande conhecimento em outros ramos da matemática e mesmo assim esses conhecimentos não serão suficientes para resolver questões que exigirem noção e raciocínio geométrico”. Dessa forma, vê-se que a matemática detém questões que demandam um raciocínio específico que só se desenvolve estudando a geometria.

Além disso, pesquisas comprovam que o entendimento de diferentes conteúdos matemáticos advém da geometria, assim faz-se necessário que a mesma seja trabalhada em conjunto com outros conteúdos, fazendo com que os alunos venham a entender, de forma mais clara, até mesmo conteúdos como o cálculo algébrico, que é visto pelos alunos como algo extremamente abstrato e de difícil compreensão.

O estudo de conceitos e construções geométricas, durante o ensino fundamental, é de suprema importância para compreensão de conteúdos do ensino médio, seja na geometria espacial e analítica ou em qualquer outro assunto da área de ensino.

A Geometria tem uma importância considerável nos currículos da Educação Matemática, já que a partir dela os estudantes podem desenvolver capacidades tais como: compreensão, desenvolvimento da percepção na investigação, em representações e na resolução de problemas, competências citada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 2006, p. 32).

Entre os vários ramos da matemática, um que se destaca é o ramo da Geometria Analítica, já que esta relaciona Álgebra e Geometria. Permitindo que problemas geométricos possam ser resolvidos através de métodos puramente algébricos ou verificar propriedades algébricas a partir de métodos geométricos.

A essência da Geometria Analítica segundo Eves (2004, apud VENTURINI 2009, p.8), consiste “em estabelecer equivalência entre pontos do plano e suas coordenadas reais (pares ordenados), em um sistema de eixos, viabilizando correspondência entre equação e curvas no plano e suas respectivas propriedades algébricas e geométricas”.

3.3 O USO DE NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE GEOMETRIA

No mundo avançado em que vivemos hoje, a necessidade de utilização da tecnologia cresce a cada dia, pois a informação e o conhecimento possuem muitas formas de transmissão. As novas tecnologias vêm tomando, cada vez mais, espaço no ambiente escolar. Dessa forma, não podemos deixar de promover uma interação entre a Educação Matemática e a Informática, objetivando o aprimoramento do ensino de Matemática através dos mais variados recursos tecnológicos.

Os Planos Curriculares Nacionais (2006, p. 26) propõem para a Educação Matemática e os recursos tecnológicos uma relação mútua, onde a matemática deve servir para o entendimento e aprimoramento das tecnologias digitais assim como estas devem ser ferramentas para o entendimento da matemática.

De acordo com Valério & Souza (2013, p. 16) Não podemos deixar de usar potenciais ferramentas de ensino, já que há uma grande disponibilidade de recursos como Internet, editores de textos, planilhas e software educacionais. Ou seja, essas ferramentas fazem lançarmos para os alunos uma nova didática, tornando o ensino mais interessante e colaborando para a mudança de relação entre aluno e professor.

De acordo com Hasche (2008 apud SILVA, 2012, p. 2), o uso de novas metodologias de ensino pode contribuir no aspecto da motivação dos alunos ao construírem conhecimento a partir de situações inovadoras. Entretanto, a manipulação de entidades matemáticas em representações virtuais não pode substituir o desenvolvimento teórico da aprendizagem. Pelo contrário, a atividade presente deve conter situações que levem o aluno a rever a teoria e se motive na busca de novos desenvolvimentos teóricos, onde o mesmo passe a sentir-se confrontado diante das dificuldades existentes.

Assim, o uso de softwares no ensino da matemática está associado, em grande parte, a aspectos motivacionais, principalmente para os alunos. Contudo, é preciso que o professor esteja bem preparado para desenvolver aulas com este recurso. De acordo com Saint (1995, p. 38):

Assim como um bom livro-texto não é, por si só, garantia de um bom curso, também um bom software precisa ser bem explorado por mestre e alunos para dar bons resultados. Ao contrário do que esperam muitos administradores educacionais, o computador não faz milagres.

Segundo D' Ambrósio (2002 apud SILVA, 2012, p.2), o auxílio da informática e o crescente ramo da programação nos fornecem diversos softwares que objetivam aprender, ensinar e trabalhar com a matemática. A educação futura será dominada pela informática e pelas comunicações. Por isso, o professor tem que se aprimorar constantemente para que possa superar os desafios do uso de metodologias inovadoras na área de ensino, e também para que se adapte, o quanto antes, aos novos conhecimentos tecnológicos como os diversos softwares matemáticos.

Nesse sentido, recomenda-se o uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções. A escolha do software, a concepção de conhecimento e de aprendizagem assumida pelo professor compõem características importantes para o uso do computador em sala de aula. PCNs (2006, 28).

Sabe-se que a tecnologia informática oferece para a sala de aula possibilidades para o ensino e aprendizagem de matemática e que a opção por um software de geometria dinâmica transforma este ambiente, no qual todo o dinamismo oferecido facilita a exploração de conjecturas e manipulações de construções geométricas.

Começamos pela utilização de programas de Geometria Dinâmica, uma opção curricular atualmente bastante enfatizada. Esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal. Vários estudos empíricos destacam também que, na realização de investigações, a utilização dessas ferramentas facilita a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo, explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos do processo. (PONTE ET AL, 2006, p 83).

De acordo com Zulatto (2002 apud PEREIRA, 2012, p. 29), os softwares de geometria dinâmica possuem ferramentas que permitem aos alunos a realização de construções geométricas, promovendo o desenvolvimento de atividades de livre exploração, assim como, um momento de interação com o computador. Assim o aluno constrói suas próprias conjecturas e tenta verificar sua veracidade. Isso é possível devido aos recursos disponíveis nos softwares, como o comando “arrastar”, que possibilita a visualização de diferentes situações para figura, como se o aluno estivesse verificando as situações e casos possíveis para determinada atividade.

De acordo com Pereira (2012) “Os softwares de geometria dinâmica favorecem a agilidade na investigação, pois construções geométricas que tomariam certo tempo para serem realizadas no papel são obtidas em segundos na tela do computador”.

Kopke (2011 apud PEREIRA, 2012, p. 29), “destaca a importância de atividades gráficas e dos desenhos, frisando que estas antecedem as investigações centradas no uso de softwares no trabalho com a geometria dinâmica”.

Nesse contexto, o Geogebra surge como um software essencial para ser trabalhado nas aulas de matemática, pois este é um software livre, que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo, é considerado como uma ferramenta eficaz no trabalho geométrico de forma interativa.

O Geogebra apresenta ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica e possui uma vantagem didática, pois é composto por duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: a *janela geométrica* e a *janela algébrica*. A *janela de geometria* é o local destinado à construção objetos. Onde é possível modificar os objetos, fazendo diversas alterações, como: construir retas, medir ângulos, medir distâncias, exibir cálculos, etc. Já a *janela de álgebra* exibe toda representação algébrica dos objetos construídos. O software apresenta ainda um *campo de entrada* de texto, que serve para escrever coordenadas, equações, comandos e funções que são exibidos na janela geométrica e algébrica assim que for pressionada a tecla *enter* (PEREIRA, 2012, p. 31).

4 CONHECENDO O GEOGEBRA

4.1 ORIGEM DO GEOGEBRA

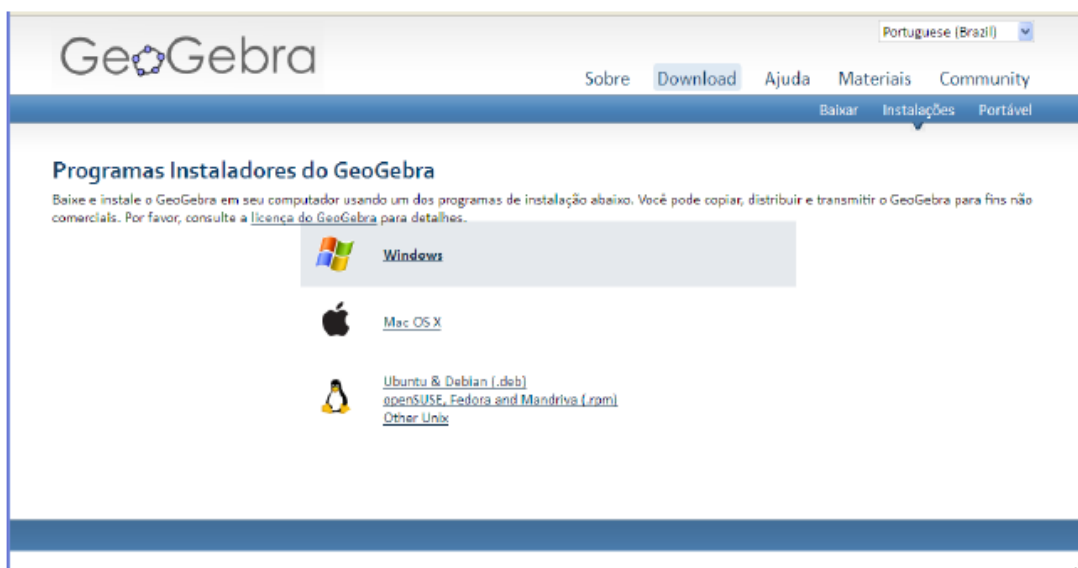
O Geogebra é um software de Matemática desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, para Educação Matemática nas escolas. Este software apresenta um sistema de Geometria Dinâmica que permite realizar construções como pontos, segmentos, retas, entre outras. Além disso, as equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do Geogebra. O Geogebra, portanto, permite associar uma expressão em Álgebra a uma representação de um objeto da Geometria e vice-versa. (SILVA, 2012, p. 3)

O Geogebra é um software livre que pode ser adquirido na Internet. Em <http://www.geogebra.org/download> encontra-se disponível o Geogebra para instalação em tablets e desktops nos diversos sistemas operacionais. Qualquer usuário pode fazer a instalação do programa, pois é fácil e rápida.

4.2 INSTALAÇÃO DO SOFTWARE

Para baixar e instalar gratuitamente o Software Geogebra no idioma português, basta ir ao sítio eletrônico <http://www.geogebra.org/download> e proceder aos comandos indicados na página, esta página disponibiliza o software para vários sistemas operacionais, conforme mostra a figura abaixo, que representa a interface de instalação do programa.

Figura 1- Página para download



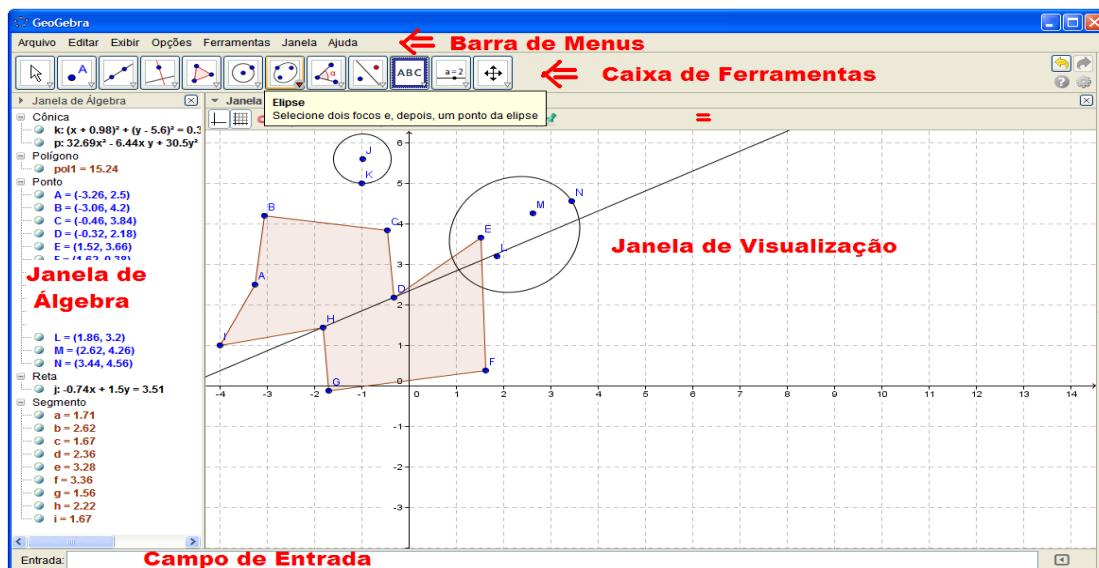
Fonte: Pimenta, 2013, p. 8.

4.3 INTERFACE DO PROGRAMA

Depois de terminada a instalação do software é aconselhável fazer a análise da janela inicial do Geogebra, que é composta por: barra de menus, barra de ferramentas, janela de visualização, janela de álgebra, campo para entrada de fórmulas, conforme se visualiza na figura 2.

A janela de visualização possui um sistema de eixos cartesianos onde o usuário faz as construções geométricas. Ao mesmo tempo as coordenadas e equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra (ver figura 2). O campo de entrada de comandos é usado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções diretamente, que são mostrados na janela de visualização de imediato após pressionar a tecla “Enter”.

Figura 2 - Interface do Geogebra



Fonte: Pimenta, 2013, p. 9.

A importância da análise de cada um desses componentes da interface inicial se faz necessária a fim de conhecer cada um dos ícones assim como suas possíveis utilizações, desse modo, os subtópicos seguintes abordarão o estudo dos ícones e suas funcionalidades.

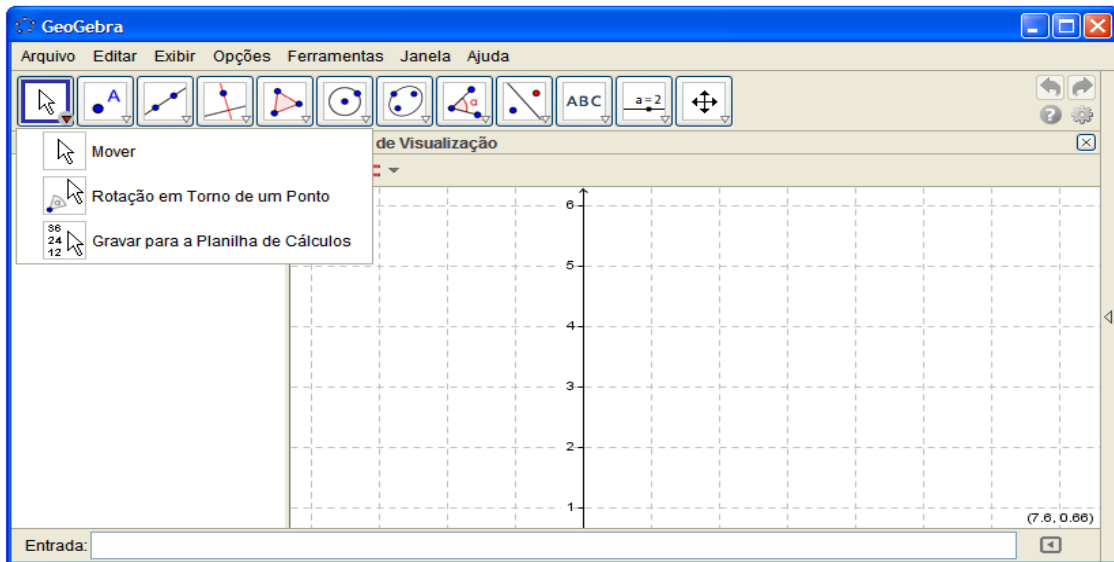
4.3.1 Caixa de Ferramentas do Geogebra

A caixa de ferramentas apresenta os principais ícones para a utilização das funcionalidades do software Geogebra. Para acessá-los basta clicar em cada um dos ícones e selecionar a opção desejada. Abaixo os ícones serão apresentados um a um, assim como suas funções. A explicação de todos os ícones foi baseada em: (Pimenta, 2013, p. 9-20).

4.3.1.1 Ferramentas de Seleção

Este ícone apresenta três opções de ferramentas: “Mover”, “Rotação em Torno de um Ponto” e “Gravar para Planilha de Cálculos”, para exibir as opções, basta clicar no canto inferior direito do botão, conforme mostra a figura abaixo:

Figura 3 - Ferramentas de Seleção



Fonte: Pimenta, 2013, p. 10.



Mover: Permite arrastar ou selecionar um ou mais objetos.



Rotação em torno de um ponto: Permite selecionar primeiro o centro de rotação e, depois, rotacionar o objeto.

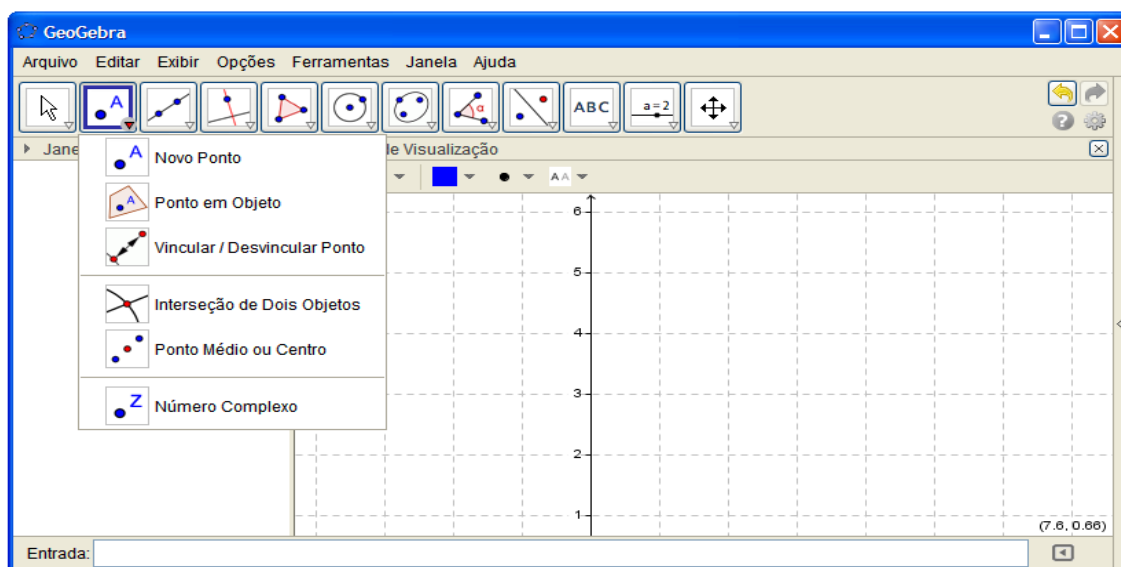


Gravar para planilha de cálculos: Permite selecionar primeiro o objeto que será rastreado e, depois, alterar a construção.

4.3.1.2 Ferramentas de Ponto

A ferramenta ponto apresenta seis funções, são elas: “Novo Ponto”, “Ponto em Objeto”, “Vincular/Desvincular Ponto”, “Inserção de Dois Objetos”, “Ponto Médio ou Centro” e “Número Complexo”, que podem ser selecionadas após clicar no canto inferior direito do ícone, conforme mostra a figura abaixo.

Figura 4 - Ferramentas de Ponto



Fonte: Pimenta, 2013, p. 11.



Novo ponto: Permite inserir pontos através do clique na janela de visualização ou sobre um objeto.



Ponto em Objeto: Permite inserir pontos através do clique no interior de um objeto ou em sua fronteira.



Vincular / Desvincular ponto: Para vincular os itens, clique em um ponto e em um objeto.



Interseção de dois objetos: Selecione dois objetos ou clique diretamente na interseção.



Ponto médio ou centro: Selecione dois pontos, um segmento, um círculo ou uma cônica.

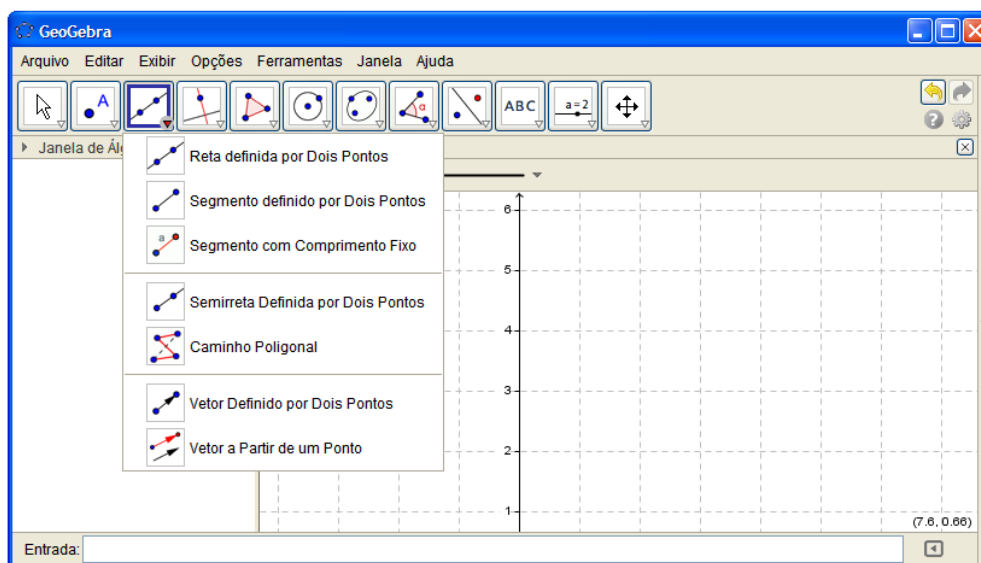


Número Complexo: Clique na janela de visualização para criar um número complexo.

4.3.1.3 Ferramentas de Retas

A ferramenta de reta apresenta sete alternativas: “Reta definida por Dois Pontos”, “Segmento definido por Dois Pontos”, “Segmento com Comprimento Fixo”, “Semirreta Definida por Dois Pontos”, “Caminho Poligonal”, “Vetor Definido por Dois Pontos” e “Vetor a Partir de um Ponto”, ver figura abaixo:

Figura 5 - Ferramentas de Reta



Fonte: Pimenta, 2013, p.12.



Reta definida por dois pontos: Selecionam-se dois pontos para defini a reta.



Segmento definido por dois pontos: Selecione dois pontos para ser a extremidade do seguimento.



Segmento com comprimento fixo: Selecione primeiro um ponto e, depois, digite o comprimento do segmento, esse segmento ficará paralelo ao eixo-x.



Semirreta definida por dois pontos: Selecione primeiro a origem e, depois, outro ponto ao qual a semirreta passará.



Caminho poligonal: Selecione todos os vértices e, então, clique novamente no vértice inicial.



Vetor definido por dois pontos: Selecione primeiro a origem e, depois, a outra extremidade.

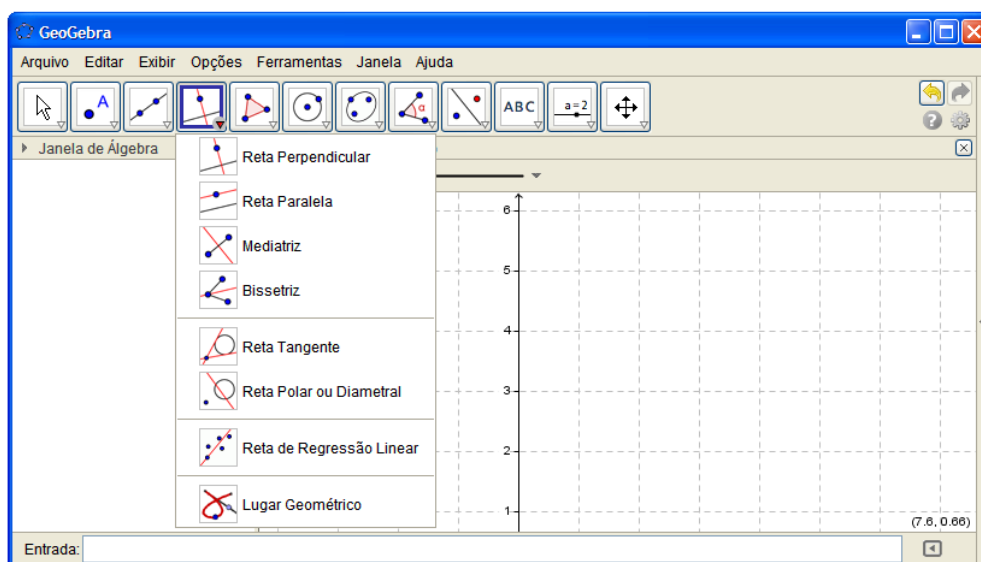


Vetor a partir de um ponto: Selecione primeiro o ponto de origem e, depois, um vetor.

4.3.1.4 Ferramentas de Retas Específicas

A ferramenta de retas específicas apresenta oito ramificações: “Reta Perpendicular”, “Reta Paralela”, “Mediatriz”, “Bissetriz”, “Reta Tangente”, “Reta Polar ou Diametral”, “Reta de Regressão Linear” e “Lugar Geométrico”, representadas na figura abaixo.

Figura 6 - Ferramentas de Retas Específicas



Fonte: Pimenta, 2013, p. 13.



Reta perpendicular: Selecione primeiro o ponto em que a reta irá passar, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor) ao qual deseja que a reta criada seja perpendicular.



Reta paralela: Selecione primeiro o ponto em que a reta irá passar, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor) ao qual deseja que a reta criada se paralela.



Mediatriz: Selecione dois pontos ou um segmento.



Bissetriz: Selecione três pontos ou duas retas.



Reta tangente: Selecione primeiro um ponto e, depois, um círculo, uma cônica ou uma função.



Reta polar ou diametral: Selecione primeiro um ponto ou uma reta e, depois, um círculo ou uma cônica.



Reta ou regressão linear: Selecione pontos usando o retângulo de seleção ou selecione uma lista de pontos.

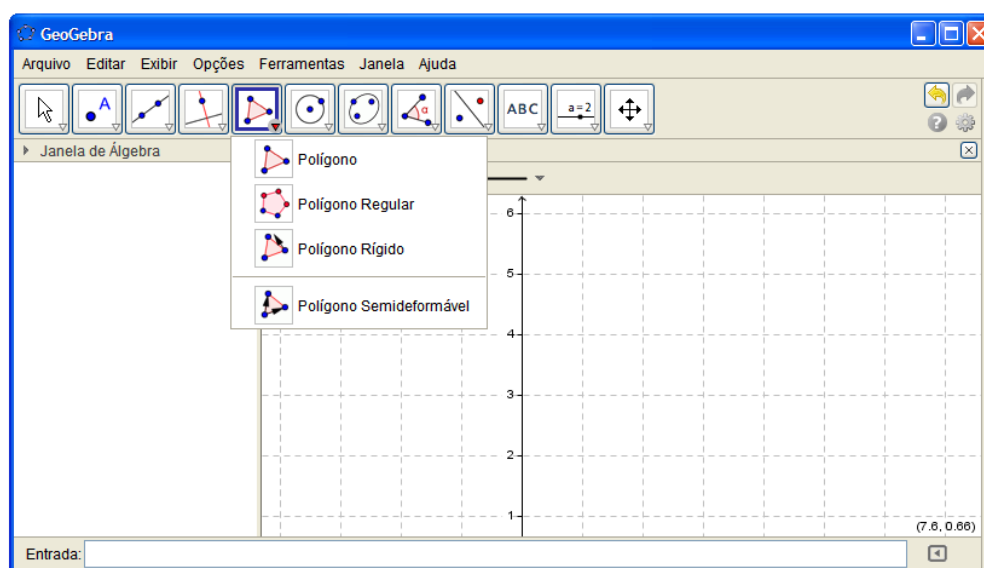


Lugar geométrico: Selecione o ponto do lugar geométrico e, depois, o ponto sobre o objeto ou o controle deslizante.

4.3.1.5 Ferramentas de Polígonos

A opção ferramenta de polígonos permite o uso de quatro ícones: “Polígonos”, “Polígono Regular”, “Polígono rígido” e “Polígono semideformável”, conforme demonstrado na figura abaixo colacionada:

Figura 7 - Ferramentas de polígonos



Fonte: Pimenta, 2013, p. 14.



Polígono: Selecione todos os vértices e, então, clique novamente no vértice inicial.



Polígono regular: Selecione primeiro dois pontos e, depois, digite o número de vértices.



Polígono rígido: Selecione todos os vértices e, então clique no primeiro vértice novamente (ou apenas clique sobre um polígono para fazer uma cópia rígida).



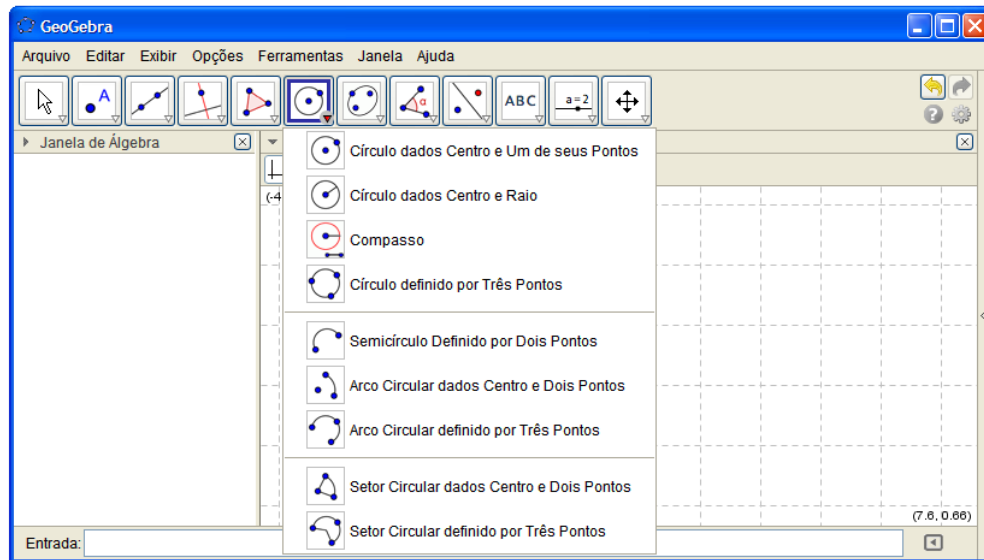
Polígono semideformável: Selecione todos os vértices e, então, clique novamente no vértice inicial.

4.3.1.6 Ferramentas de Curvas

A ferramenta de curvas permite a seleção de sete funcionalidades: “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos”, “Círculo dados Centro e Raio”, “Compasso”, “Círculo definido

por Três Pontos”, “Semicírculo Definido por Três Pontos”, “Arco Circular dados Centro e Dois Pontos”, “Arco Circular definido por Três Pontos”, “Setor Circular dados Centro e dois Pontos” e “Setor Circular Definido por Três Pontos”, conforme se vê adiante:

Figura 8 - Ferramentas de Curvas



Fonte: Pimenta, 2013, p. 15.



Círculo dados o centro e um de seus pontos: Selecione o centro e, depois, um ponto do círculo.



Círculo dados o centro e o raio: Selecione o centro e, depois, digite a medida do raio.



Compasso: Selecione um segmento ou dois pontos para definir o raio e, depois, o centro.



Círculo definido por três pontos: Selecione três pontos do círculo.



Semicírculo definido por dois pontos: Selecione dois pontos.



Arco circular dados o centro e dois pontos: Selecione o centro e, depois, dois pontos.



Arco circular definido por três pontos: Selecione três pontos.



Setor circular dados o centro e dois pontos: Selecione o centro e, depois, dois pontos.

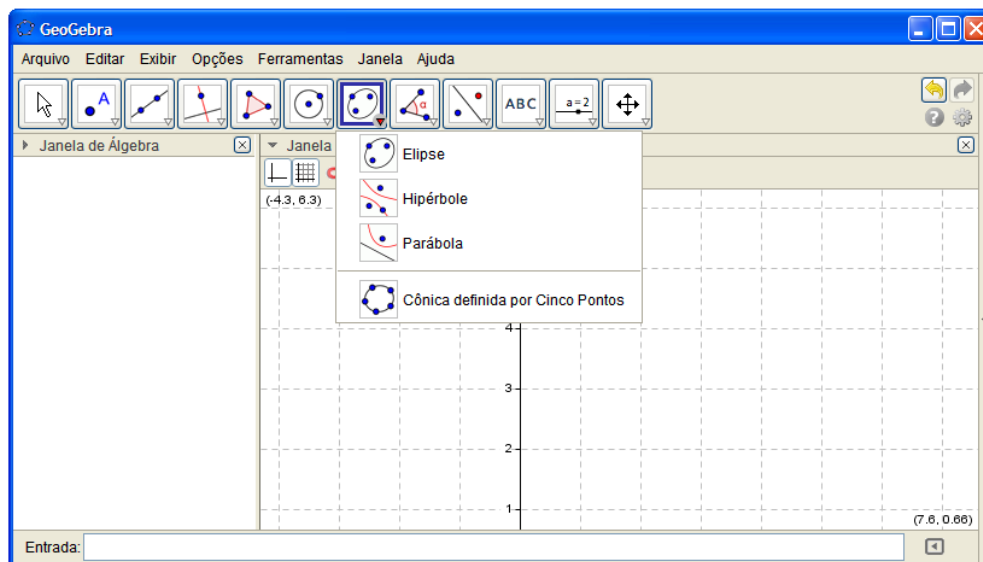


Setor circular definido por três pontos: Selecione três pontos.

4.3.1.7 Ferramentas de Cônicas

A funcionalidade de cônicas apresenta quatro opções: “Elipse”, “Hipérbole”, “Parábola” e “Cônica definida por Cinco Pontos”, de acordo com a figura baixo:

Figura 9 - Ferramentas de Cônicas



Fonte: Pimenta, 2013, p. 16.



Elipse: Selecione dois focos e, depois, um ponto da elipse.



Hipérbole: Selecione dois focos e, depois, um ponto da hipérbole.



Parábola: Selecione primeiro o foco e, depois, a diretriz.

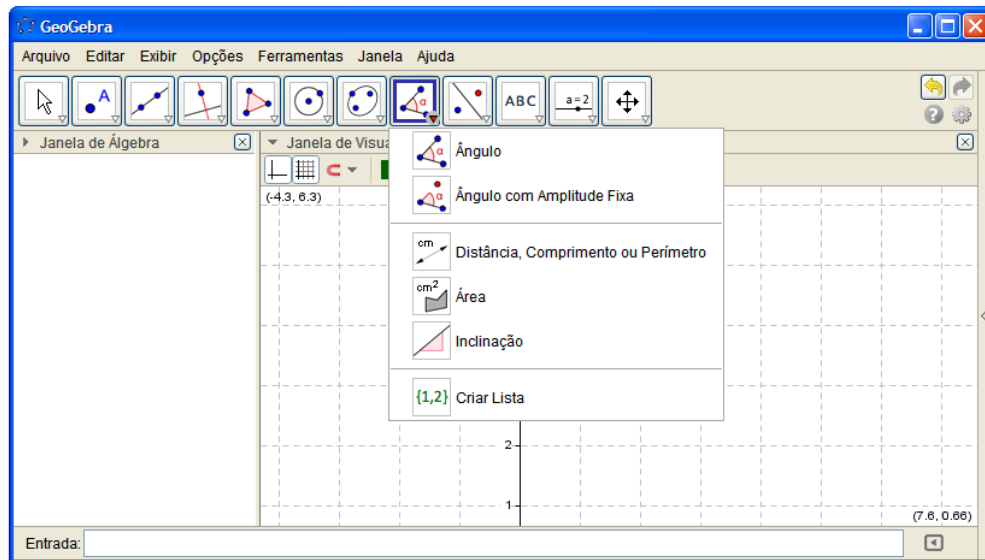


Cônica definida por cinco pontos: Selecione cinco pontos da cônica.

4.3.1.8 Ferramentas de Medidas

As ferramentas de medidas são divididas em seis opções de ícones: “Ângulo”, “Ângulo com Amplitude Fixa”, “Distância, Comprimento ou Perímetro”, “Área”, “Inclinação” e “Criar Lista”, de acordo com a seguinte figura:

Figura 10 - Ferramentas de Medidas



Fonte: Pimenta, 2013, p. 16.



Ângulo: Selecione três pontos ou duas retas.



Ângulo com amplitude fixa: Selecione um ponto, um vértice e uma amplitude para o ângulo.



Distância, comprimento ou perímetro: Selecione dois pontos, um segmento, um polígono ou círculo.



Área: Selecione um polígono, um círculo ou uma elipse.



Inclinação: Selecione uma reta (ou semirreta ou um segmento).

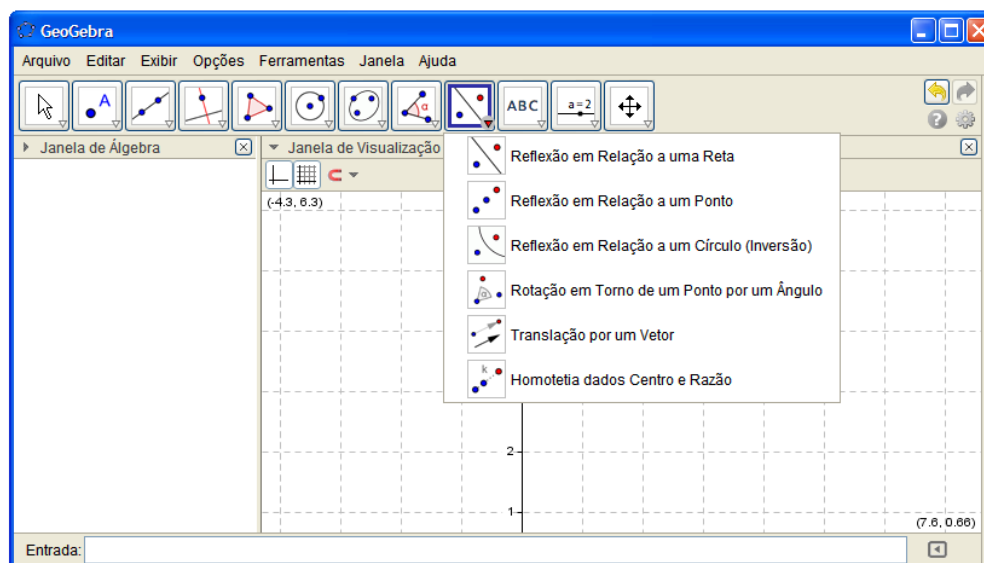


Criar listar: Arraste e marque um retângulo em torno dos objetos.

4.3.1.9 Ferramentas de Translação

A ferramenta de translação apresenta seis possibilidades de utilização: “Reflexão em Relação a uma Reta”, “Reflexão em Relação a um Ponto”, “Reflexão em Relação a um Círculo (Inversão)”, “Rotação em Torno de um Ponto por um Ângulo”, “Translação por um Vetor” e “Homotetia dados Centro e Razão”, de acordo com a figura a seguir:

Figura 11 - Ferramentas de Translação



Fonte: Pimenta, 2013, p. 17.



Reflexão em relação a uma reta: Selecione primeiro o objeto e, depois, a reta de reflexão.



Reflexão com relação a um ponto: Selecione primeiro o objeto e, depois, o centro da reflexão.



Reflexão em relação a um círculo (inversão): Selecione primeiro o objeto e, depois, o círculo.



Rotação em torno de um ponto por um ângulo: Selecione primeiro o objeto, depois o centro e, então, o ângulo de rotação.



Translação por um vetor: Selecione primeiro o objeto a ser transladado e, depois, um vetor.

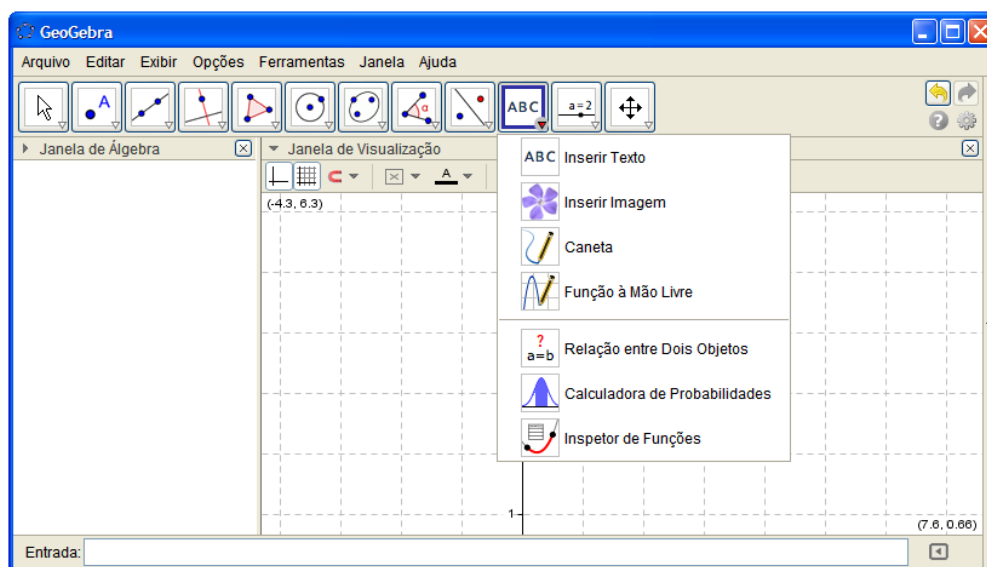


Homotetia dados centro e razão: Selecione o objeto, depois o centro e, a razão da homotetia.

4.3.1.10 Ferramentas Extras

O ícone de ferramenta extra, apresenta conforme figura abaixo, sete opções de ícones variados: “Inserir Texto”, “Inserir Imagem”, “Caneta”, “Função à Mão Livre”, “Relação entre Dois Objetos”, “Calculadora de Probabilidades” e “Inspetor de Funções”.

Figura 12 - Ferramentas Extras



Fonte: Pimenta, 2013, p. 18.



Inserir texto: Clique na área de trabalho ou em um ponto para criar um texto.



Inserir imagem: Clique na janela de visualização para inserir a da imagem.



Caneta: Escreva na janela de visualização. Mude a cor usando a barra de estilo.



Função à mão livre: Desenha uma função ou um objeto arrastando-se o mouse.



Relação entre dois objetos: Selecione dois objetos.



Calculadora de probabilidades: Cálculo de probabilidades.

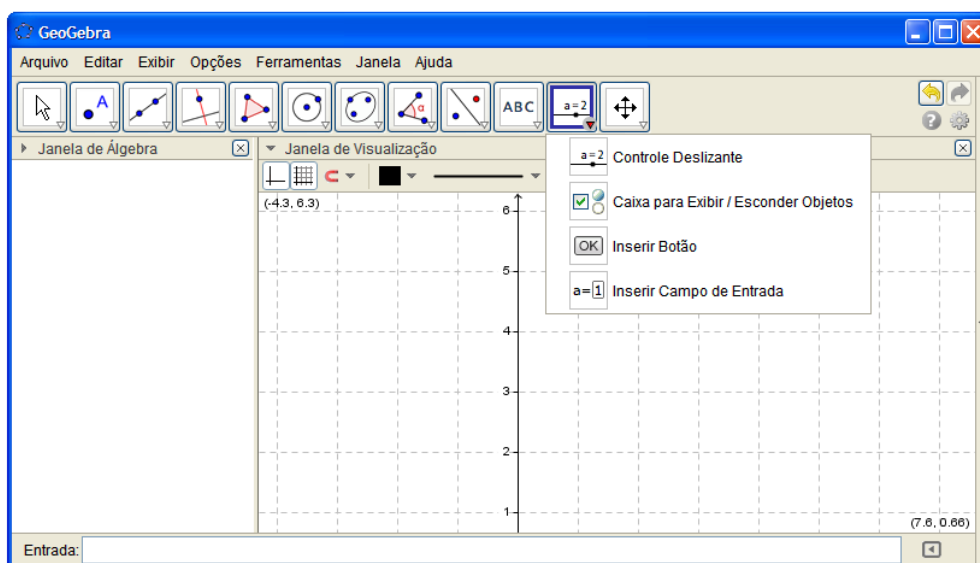


Inspetor de funções: Selecione uma função.

4.3.1.11 Ferramentas de Visualização

A opção de visualização apresenta quatro ferramentas, como se vê a seguir: “Controle Deslizante”, “Caixa para Exibir/Esconder Objetos”, “Inserir Botão” e “Inserir Campo de Entrada”.

Figura 13 - Ferramentas de Visualização



Fonte: Pimenta, 2013, p. 19.



Controle deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante.



Caixa para exibir / Esconder objetos: Clique na área de trabalho para criar uma caixa.



Inserir botão: Clique na janela de visualização para inserir um botão.

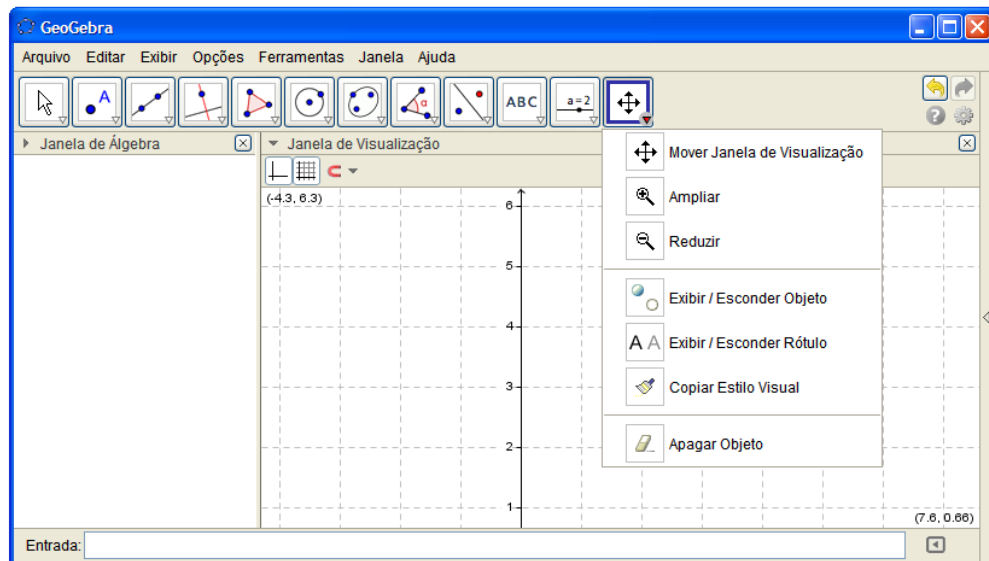


Inserir campo de entrada: Clique na janela de visualização para inserir um campo de texto.

4.3.1.12 Ferramentas de Exibição

A opção ferramentas de exibição apresenta sete ícones de funcionalidades, conforme a figura seguinte. São elas: “Mover Janela de Visualização”, “Ampliar”, “Reduzir”, “Exibir/Esconder Objeto”, “Exibir/Esconder Rótulo”, “Copiar Estilo Visual” e “Apagar Objeto”.

Figura 14 - Ferramentas de Exibição



Fonte: Pimenta, 2013, p. 20.



Mover janela de visualização: Arraste a janela de visualização ou um eixo (shift + arrastar).



Ampliar: Clique na área de trabalho para ampliá-la (ou movimente a roda do mouse)



Reduzir: Clique na área de trabalho para reduzi-la (ou movimente a roda do mouse)



Exibir / Esconder objetos: Selecione os objetos e, em seguida, ative uma ou outra ferramenta.



Exibir / Esconder rótulos: Selecione o objeto para exibir / esconder o seu rótulo.



Copiar estilo visual: Clique no objeto modelo e, em seguida, naquele(s) cujo estilo pretende alterar.



Apagar objeto: Selecione o objeto para apagá-lo.

5 AS REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS NO ENSINO DA GEOMETRIA

A sala de aula é um ambiente no qual o professor convive frequentemente com imprevistos, tornando suas propostas de ensino incertas e complexas. São muitos os fenômenos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Um fenômeno que merece destaque, em especial, é a prática profissional do professor em sala de aula que é composta por vários elementos, dentre os quais estão às representações matemáticas utilizadas e aplicadas durante toda prática de ensino.

Um dos autores que mais tem se dedicado ao estudo das representações matemáticas é Gerard Goldin. O mesmo caracteriza uma representação como “uma configuração que representa algo, de alguma forma. Por exemplo, uma palavra pode representar um objeto real, um numeral pode representar o número de elementos num conjunto, ou a posição de um número numa reta numérica” (Goldin, 2008, p. 180).

Muitos países em suas orientações curriculares destacam a importância das representações, entre esses países estão Portugal (ME, 2007) e Brasil (MEC/SEF, 1997), os quais indicam que os alunos devem ser capazes de representar ideias ou processos matemáticos, assim como analisar e interpretar as representações.

Segundo Durval (2006apud MACEDO, 2013, p. 11), não se compreende um conceito matemático apenas com uma representação, pois “uma representação apresenta apenas um aspecto desse objeto.” Vê-se, dessa forma, a real necessidade do trabalho com várias representações de um mesmo objeto matemático. Ainda assim, para que professores e alunos compreendam e aceitem uma representação é necessário que os mesmos pratiquem o uso e se familiarizem com tal.

Diante de uma variedade de alunos de uma turma podemos constatar que as diversas interpretações sobre representações, feitas por cada aluno, podem até ser parecidas, mas jamais serão idênticas. Esta situação dá oportunidade ao professor para simplificar tais representações, dando motivação para seus alunos pensarem e representarem seus pensamentos. Dessa forma, o professor pode adequar seu método de ensino de maneira correspondente às experiências de raciocínio e compreensão, de seus alunos, sobre o significado de cada representação matemática. (Stein & Smith, 1998, apud MACEDO, 2013, p. 12).

De acordo com Bishop e Goffree (1986 apud MACEDO, 2013, p. 13) “existem quatro tipos principais de representações utilizadas nas aulas de Matemática: *símbolos matemáticos, linguagem, figuras e objetos*.” Tais representações possuem vocabulários

próprios que os alunos precisam aprender para daí compreender as ideias matemáticas. Ainda que estejam diante de várias representações de um mesmo objeto, os alunos só entenderão as múltiplas representações de um objeto quando atribuírem um significado real para cada representação. Uma representação terá significado para os alunos a partir do momento que os mesmos passam a relacioná-las com seus conhecimentos já adquiridos.

Goldin (2008 apud PONTE, 2006, p. 9) enfatiza que estes tipos de representações têm “uma estrutura complexa e elaborada” que sofre constante mudança, tendo em vista, que as regras e normas que definem um sistema de representação, permitindo que através da “manipulação de símbolos, regras de álgebra ou cálculo já existentes nos seja possível obter novas fórmulas, ou transformar e resolver equações”. Não se compreendem as representações mais complexas se essas não forem relacionadas com outras representações mais simples, de modo que o indivíduo consiga atribuir um significado.

Segundo Goldin (2000 apud PONTE, 2006, p. 12) é preciso distinguir dois tipos de representações: externas e internas. “As representações externas têm existência física, seja em papel, seja num ecrã de computador, seja num outro suporte qualquer (símbolos que representam os números e suas operações, notação algébrica, símbolos da linguagem Logo, sistemas geométricos como as retas numéricas e os gráficos cartesianos, diagramas diversos e outros)”.

Em seu artigo Valério (2005 apud PONTE, 2006, p. 14) destaca o modo como os alunos do 3.º ano, das escolas de Portugal, trabalham com diferentes representações matemáticas; evidenciando a capacidade destes alunos para gerarem as suas próprias representações, constituindo um importante suporte para a sua aprendizagem. No entanto, no Brasil, “o estudo do papel das representações no currículo, na aprendizagem dos alunos e nas práticas profissionais dos professores deste nível de ensino está ainda largamente por explorar”.

6 A UTILIZAÇÃO E A APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NA SALA DE AULA

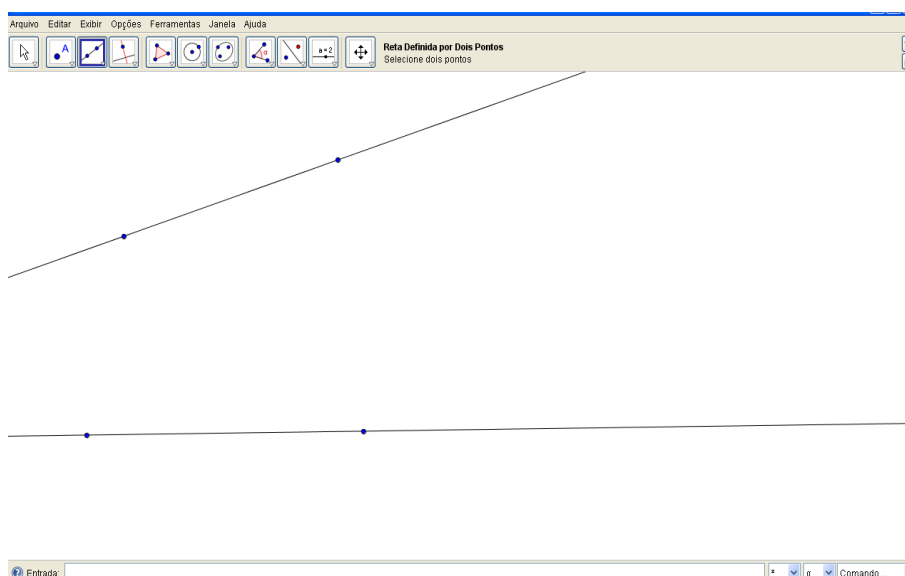
6.1 PONTO, RETA, RETAS PARALELAS, RETAS CONCORRENTES, SEMIRRETA E SEGMENTO DE RETA.

“Os conceitos básicos da geometria podem facilitar o entendimento do conteúdo pelos alunos, além de auxiliar o trabalho do professor e chamar atenção dos discentes para a disciplina. Dois difíceis conceitos geométricos são os de ponto e reta” (Silva, 2005 apud

ANDRADE, 2012, p.35). “Em Geometria, o ponto não possui dimensões. Para representá-lo, basta fazer uma marca no papel ou na lousa. A sua indicação é feita, por letras maiúsculas.” (GIOVANNI, CASTRUCCI, JUNIOR, 1998, p. 187).

É complicado para os alunos entenderem que o ponto não tem dimensão, pois não corresponde ao que visualizam. Em relação à reta, tem-se um conceito ainda mais complicado, já que todos podem vê-la. Os alunos podem verificar de um modo mais simples, que a reta é infinita com o auxílio do Geogebra, pois na tela do software os alunos percebem que a reta não possui fim, por mais que aproximarmos ou afastarmos o zoom da tela inicial. Dessa forma, “os alunos começam a entender melhor esses conceitos e depois disso os professores podem começar a induzir os alunos a perceberem determinadas propriedades da geometria”. (GOTZINGER, BEAN, 2008 apud ANDRADE, 2012, p. 36).

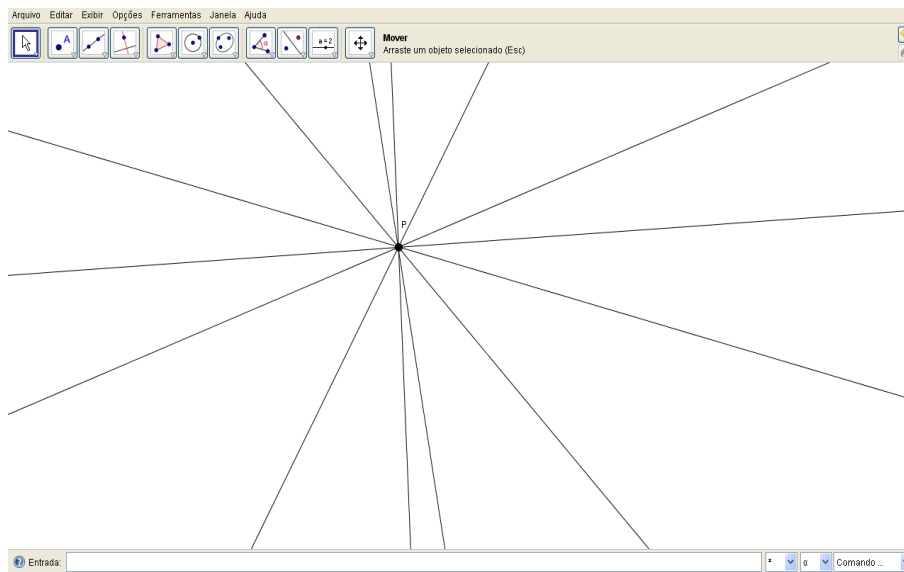
Figura 15 - Demonstração de ponto e reta no Geogebra



Fonte: Autoria própria

“Uma propriedade que pode ser facilmente verificada é a seguinte: por um ponto P qualquer é possível traçar infinitas retas”. (HASCHE, 2002 apud ANDRADE, 2012, p. 36).

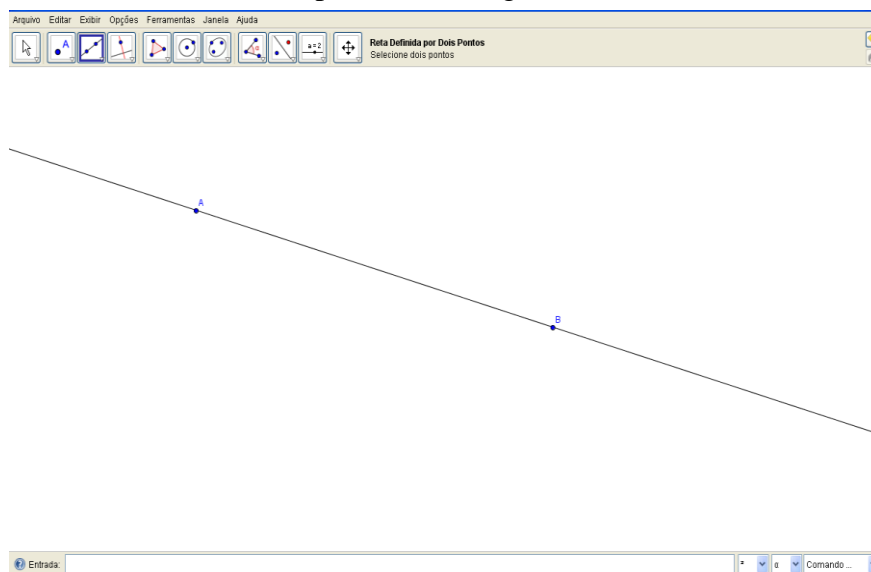
Figura 16 - Demonstração de retas traçadas a partir de um ponto no Geogebra



Fonte: Autoria Própria

Outra verificação bem simples é a de que por dois pontos, A e B , distintos de um plano α , passa uma e só uma reta. Essa propriedade pode ser vista até mesmo em um dos comandos da barra de ferramentas, reta definida por dois pontos. O professor pode também desenhar dois pontos distintos, no Geogebra, e depois pedir aos alunos que façam retas diferentes passando por esses pontos, eles irão verificar que não podem construir mais de uma reta passando por esses pontos. (PROCÓPIO,2011 apud ANDRADE, 2012, p. 37).

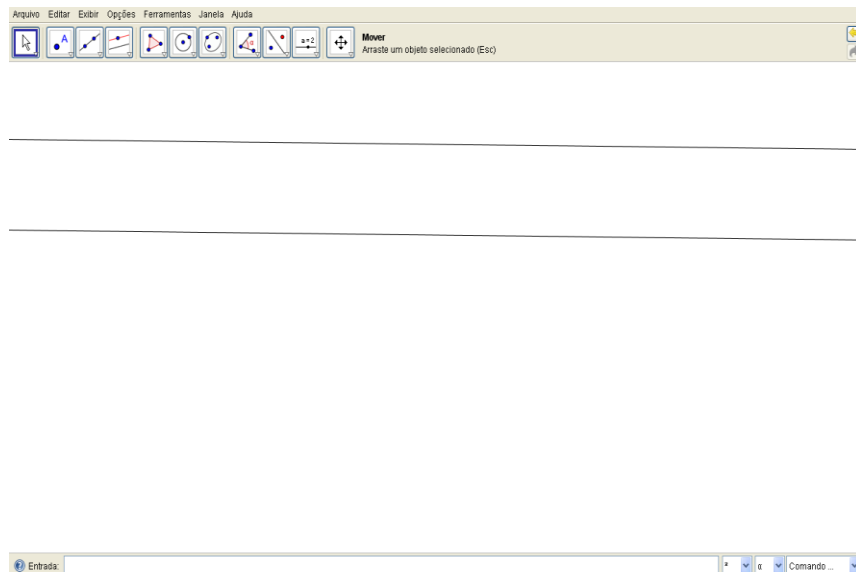
Figura 17 - Demonstração de uma reta definida por dois pontos no Geogebra



Fonte: Autoria Própria

De acordo com GIOVANNI, CASTRUCCI, JUNIOR (1998) “retas paralelas não possuem nenhum ponto em comum”. Para alunos do 6º ano isso fica bem visível com o auxílio do Geogebra, pois por mais que eles tentem visualizar a maior parte da reta, através do zoom, eles perceberão que não haverá nenhum ponto em comum entre as duas retas.

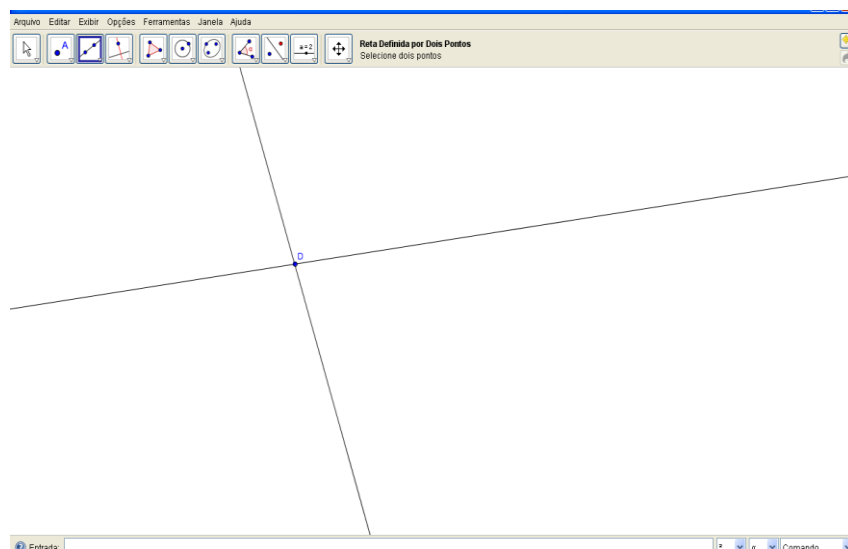
Figura 18 - Demonstração de retas paralelas



Fonte: Autoria Própria.

Outro conceito que pode - se introduzir é o de “retas concorrentes, que possuem apenas um ponto em comum”. (SANTANA, et al, 2011 Apud ANDRADE, 2012).

Figura 19 - Demonstração de retas concorrentes no Geogebra



Fonte: Autoria Própria

Segundo Santos (2010 apud ANDRADE, 2012, p. 36), os alunos vão construindo esses conceitos ao longo da explicação do professor, a partir dessas atividades os alunos vão se familiarizando com o software para poderem construir outros conceitos da geometria.


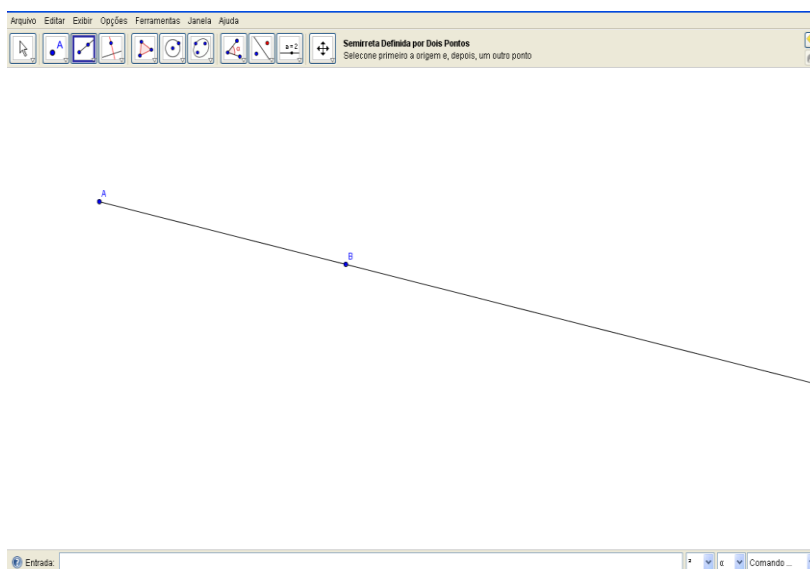
“O professor pode induzir os alunos a construírem os conceitos de semirreta e de segmento de reta”. (Ferreira apud ANDRADE, 2012, p. 36). No terceiro botão da barra de ferramentas existe esse  comando, e para que os próprios alunos definam o que é uma semirreta o educador deve perguntar qual a diferença entre uma reta e uma semirreta para que os alunos percebam tal diferença. (BRITO, et al, 2010 apud ANDRADE, 2012, p. 38).

Figura 20 - Demonstração de uma semirreta no Geogebra



Fonte: Autoria própria


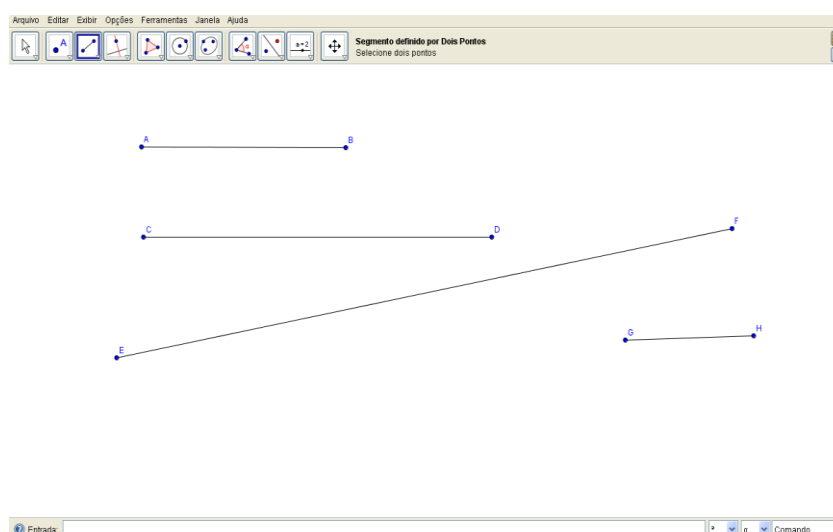
O conceito de segmento de reta pode ser definido pelos alunos de forma semelhante ao da semirreta. Através do terceiro botão da barra de ferramentas existe a função de segmento de  reta, “o professor pode solicitar que os alunos façam vários segmentos distintos e indagar aos alunos as diferenças existentes entre reta, semirreta e segmento de reta”. Ainda podem diferenciar os segmentos de reta da reta e da semirreta, já que os primeiros possuem medida, ao contrário dos demais. (CATTAL, 2007).

Figura 21 - Demonstração de um segmento de reta no Geogebra



Fonte: Autoria própria

“Dessa forma, podem-se introduzir determinados conceitos de geometria para os alunos que ainda não tem essa noção e o resultado pode ser bastante satisfatório”. (JUNIOR, 2011 apud ANDRADE, 2012).

6.2 SUGESTÕES DE ATIVIDADES

Aqui serão expostas algumas atividades que servirão de sugestões para serem desenvolvidas em sala de aula. As atividades a seguir foram estão de acordo com Venturini (2009).

6.2.1 Determinação da distancia entre dois pontos quaisquer A e B, com usando o GeoGebra.

Essa atividade começa com pontos sobre a malha para facilitar a introdução desse conceito no ensino básico, trabalhando primeiramente com exemplos simplificados. Seguiremos os seguintes passos:

1º: Comece clicando em exibir, ”Malha”.

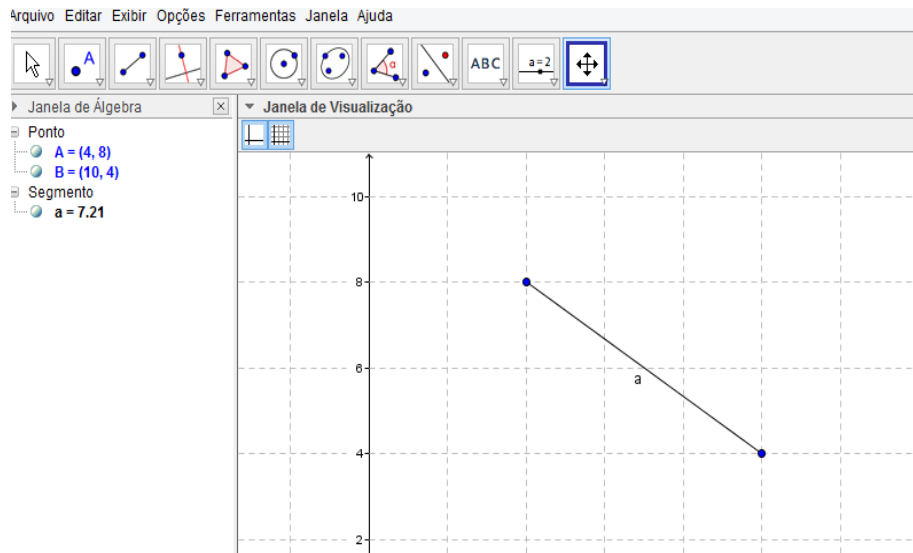
2º: Para construir pontos sobre a malha clique no ícone 2 e selecione a opção “Novo Ponto”.

Clique em dois pontos quaisquer da malha. Aparecera automaticamente à esquerda da tela, o nome do ponto e as respectivas coordenadas.

3º: Para determinar a distancia entre A e B basta clicar ícone 3 e selecionar a opção “segmento definido por dois pontos”. O Geogebra automaticamente daránome ao segmento e a respectiva medida descrevendo na pasta de objetos dependentes.

Outra possibilidade é clicar ícone 8, selecionando “distancia, comprimento ou perímetro”. Clique em A depois em B e terá a distancia de AB. A figura a seguir ilustra a realização da tarefa no Geogebra:

Figura 22 - Distância entre dois pontos



Fonte: Autoria própria

6.2.2 Estudo da reta definida por dois pontos A e B.

Para realizar essa atividade, seguiremos os seguintes passos:

1º: Comece clicando em exibir “Eixos”.

2º: Construção da reta r dados dois pontos distintos A e B.

3º: Construa dois pontos distintos A e B. Somente para facilitar a análise e visualizações futuras, sugiro construir os pontos no 1o quadrante de maneira que A esteja mais próximo dos eixos que B.

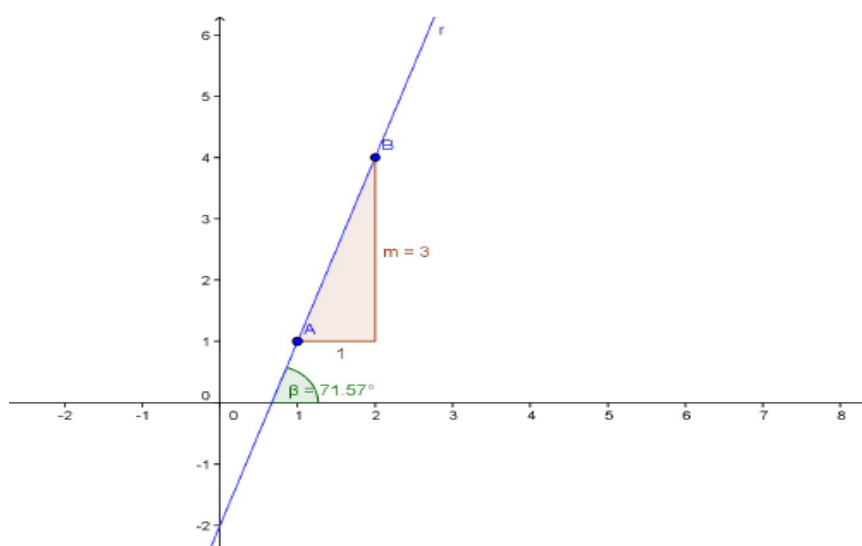
4º: Logo em seguida, clique no ícone3 e selecione a opção “reta definida por dois pontos”, clique em A depois em B e terá a reta que passa por A e contem B.

5º: Calculo do coeficiente angular da reta: Clique no ícone8 e selecione a opção “declive”. O Geogebra automaticamente dará o valor de m na pasta dos objetos dependentes.

6º: Calculo do angulo b criado entre a reta e o eixo x.

7º: Clique no ícone8 e selecione a opção “Angulo”. Após clique na reta e no eixo x, e obterá o valor do angulo.

Figura 23 - Reta



Fonte: Autoria própria

Sob o ponto de vista algébrico, sabemos que por dois pontos distintos passa uma única reta. Da mesma forma, um ponto $A(x_1, y_1)$ e a declividade m determinam uma reta r . Considerando $A(x, y)$ um ponto genérico dessa reta, e possível determinar sua equação a partir dos números x_1, y_1 e m que é chamada equação da reta r , a qual o GeoGebra nos fornece automaticamente. Uma equação do tipo: $y - y_1 = m(x - x_1)$, aparece então na pasta de objetos dependentes.

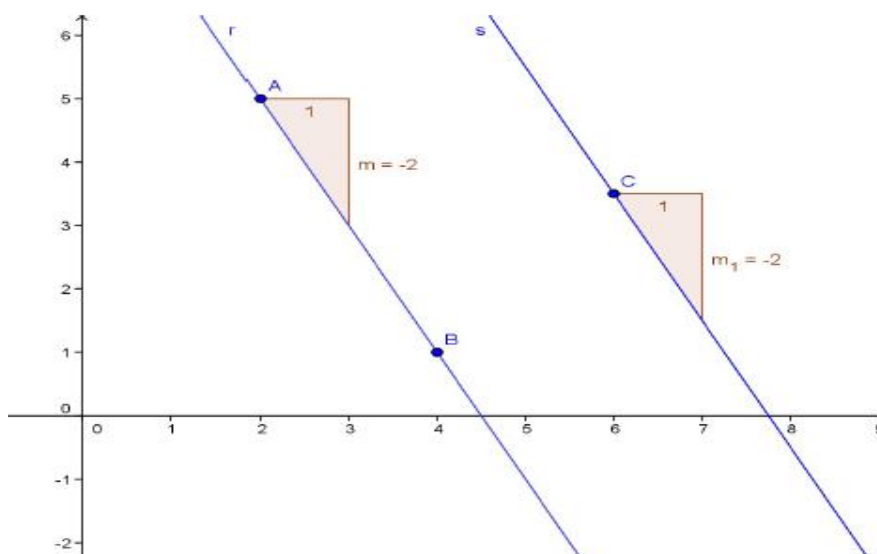
6.2.3 Estudo Sobre retas paralelas.

Para fazer o estudo sobre retas paralelas, vamos começar com os seguintes passos:

- 1º: Comece com exibir “eixos”.
- 2º: Selecione dois pontos quaisquer do plano.
- 3º: Clique no ícone 3 e selecione a opção “Reta definida por dois pontos”.
- 4º: Construa um ponto C, fora de r . Clique no ícone 4 e selecione a opção “Reta Paralela”. Clique com o mouse sobre C e depois sobre a reta r e o *Geogebra* construirá reta paralela s .
- 5º: Propriedade de Invariância da inclinação.
- 6º: Clique no ícone 8 e selecione a opção “inclinação”.

Clicando sobre as retas r e s , o *GeoGebra* fornecerá automaticamente os coeficientes angulares das retas. Compare com a leitura desses coeficientes nas respectivas equações. Manipule o ponto c e observe a invariância dos coeficientes angulares das retas paralelas. Manipule a reta r e observe o mesmo fenômeno.

Figura 24 - Retas Paralelas



Fonte: Autoria própria

6.2.4 Estudo sobre retas perpendiculares.

A fim de realizar essa atividade, vamos seguir os passos descritos abaixo:

1º: Clique na janela 2, selecione “novo ponto” e marque dois pontos quaisquer.

2º: Construa uma reta “r” clicando na janela 3 e selecione “Reta definida por dois pontos”.

3º: Construa um ponto C, sobre ou fora de r.

4º: Clique na janela 4 e selecione a opção “Reta Perpendicular” clicando com o mouse sobre a reta *a* e depois sobre o ponto C, o Geogebra construirá automaticamente a reta “s” perpendicular a “r” passando por C.

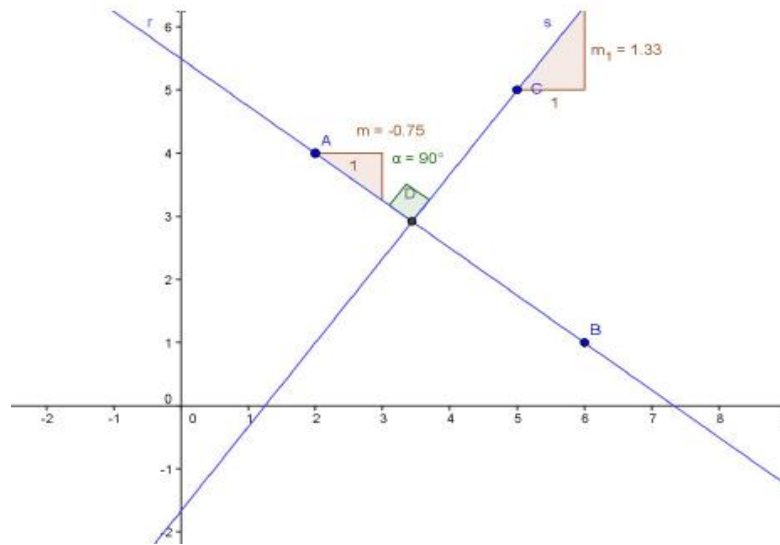
5º: Construa o ponto D de interseção das retas r e s. Se o ponto C for construído sobre r ele será o ponto de interseção. Caso contrário, vá ao ícone 2 e selecione “interseção de dois objetos. Clique na reta r após em s e terá o ponto D.

6º: Clique no ícone 8 e selecione a opção “ângulo”. Clique sucessivamente sobre um ponto da reta r (pode ser o ponto A), sobre o ponto D e sobre um ponto qualquer da reta s. O GeoGebra fornece a medida do ângulo. Verifique que as retas são de fato perpendiculares.

7º: Relação entre os coeficientes angulares: Clique no ícone 8 e selecione “inclinação”; clique na reta *r* e depois em *s*. É possível verificar a propriedade dos coeficientes angulares de retas perpendiculares:

$$mm_1 = -1 \text{ ou } m = -\frac{1}{m_1}$$

Figura 25 - Retas Perpendiculares



Fonte: Autoria própria

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A principal intenção desse trabalho é disseminar a utilização de uma nova tecnologia, que tem caráter educativo o (software Geogebra), para Professores que lecionam Matemática. Considerando que as dificuldades apresentadas no domínio de conceitos geométricos pelos alunos do ensino básico é uma preocupação dos sistemas de ensino em nosso cotidiano e partindo da premissa que os professores necessitam melhorar a aprendizagem de seus alunos, foi feito um trabalho que envolvesse um recurso novo, a qual se possa utilizar em sala de aula. Tal recurso trata-se de um software educativo, que se chama Geogebra, ou seja, um software de Geometria Dinâmica. Esse software possui um recurso que possibilita a transformação contínua em tempo real, ocasionado pelo “arrastar”.

Acredita-se que o uso de novas tecnologias no ensino é uma das formas de modernizar e aprimorar a educação básica, de nosso país, e até mesmo a superior, partindo do constante uso do computador por parte dos alunos. Atualmente o uso da informática é uma atividade trivial no cotidiano da maioria dos indivíduos, principalmente das crianças, as quais estão habituadas com a era digital, o que contribui para a percepção e as estimula durante as aulas.

Desta forma, cabe a nós educadores saber aproveitar esta excelente ferramenta que e o computador, sabendo que se tratando de educação existe uma grande tradição a ser preservada que pode ser enriquecida de diferentes formas.

O Geogebra se trata de apenas um dos instrumentos que podem ser utilizados pelos docentes e vem a estimular o interesse dos profissionais de educação pela utilização de novas técnicas, como da tecnologia a favor da educação em âmbito escolar. Tal software surge como método inovador e dinâmico, de fácil utilização que auxilia no entendimento dos conteúdos pelos discentes.

Nesse sentido, vale concluir que são necessárias mais políticas públicas, de modo a corroborar com a inserção de novos instrumentos que facilitem o ato de lecionar nesse contexto, para que o ensino-aprendizagem de Geometria se torne mais prazeroso para docentes e discentes.

REFERÊNCIAS

- AMARAL, João. J. F. **Como Fazer uma Pesquisa Bibliográfica**. 2007. Disponível em: <http://200.17.137.109:8081/xiscanoe/courses1/mentoring/tutoring/Como%20fazer%20pesquisa%20bibliografica.pdf>. Acesso em 05/12/2014.
- ABRANTES, P. (1995). **O Trabalho de Projecto e a Relação dos alunos com a Matemática**: a Experiência do Projecto MAT789. Tese de doutoramento. Lisboa: APM.
- GOLDIN, G. (2008). **Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving**. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*(pp. 178-203). New York, NY: Routledge.
- KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. 6ª edição, Campinas: Papirus, 2007.
- MACEDO, A. D. R. (2009) **Um olhar voltado à docência, às práticas em sala de aula e à formação inicial dos professores de matemática**(Trabalho Acadêmico Orientado) Finalização do curso de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Estadual da Paraíba, 97 f.
- MARTINS, L. F. **Motivando o Ensino de Geometria**. [S.l.]: Virtual Books, 2008. Disponível em:<http://www.unesc.com.br>. Acesso em 23/09/2014.
- MOLINER, P., Rateau, P., Cohen-Scali, V. (2002). **Les représentations sociales : pratiques des études de terrain**. Rennes: PUR.
- Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática para a Educação Básica**. Curitiba: 2006.
- PEREIRA, Thales de Lélis Martins. **O Uso do Software Geogebra em uma Escola Pública: Interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, 2012.
- PIMENTA, Marcel Romualdo Guimarães. **Aplicação do software Geogebra no ensino da geometria plana**. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.
- PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais). **Ciências da natureza Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação Básica, 2006. (Orientações Curriculares para o Ensino Médio; Volume 2).
- PINTO, E. & CANAVARRO, A. P. **O papel das representações na resolução de problemas da Matemática**: Um estudo no 1.º ano de escolaridade. Évora: Portugal, 2012.
- PONTE, J. P.; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P.; VELEZ, I. **Representações em tarefas algébricas no 2º ano de escolaridade**. Lisboa: ILMNA, 2006.

ROGENSKI, M. L. C; PEDROSO, S. M. D. **O ensino da geometria na educação básica: Realidade e possibilidades**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em 11/09/2014.

SAINT, J.O. “**Cabri Geomètre**”, RPM 29 (1995), p.36 – 40.

Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Curitiba: 2006.

SILVA, Jonas Weverson de Araújo. et al. **O uso do Geogebra no estudo de alguns resultados da Geometria Plana e de Funções**. In: 1º CONFERÊNCIA LATINO AMERICANA DE GEOGEBRA, Campina Grande, p. 13, 2012.

VALÉRIO, Alex; SOUZA, Luciane. **Ensino da Geometria Analítica com uso do Software Geogebra**. Revista Eletrônica de Educação e Ciência, vol. 03, Avaré-SP: nº7, p. 7 - 14, Jun/2013.

VENTURINI, Daniel Moro. **Geometria Analítica e Geogebra: Uma combinação perfeita na exploração de conceitos e propriedades**. 2009. Disponível em: <http://www.unifra.br>. Acesso em: 10. Nov. 2014, 18:34:25