



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**DIRCEU FERREIRA DA COSTA**

**UMA DISCUSSÃO SOBRE TIPOS DE PROBLEMAS NO ENSINO DA  
MATEMÁTICA**

**CAMPINA GRANDE/PB**

**2014**

**DIRCEU FERREIRA DA COSTA**

**UMA DISCUSSÃO SOBRE TIPOS DE PROBLEMAS NO ENSINO DA  
MATEMÁTICA**

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Prof.<sup>a</sup> Msc. Aluska Dias Ramos de Macedo

Campina Grande/PB

2014

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

C837d Costa, Dirceu Ferreira da.  
Uma discussão sobre tipos de problemas no Ensino da Matemática [manuscrito] / Dirceu Ferreira da Costa. - 2014.  
30 p.

Digitado.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)  
- Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.  
"Orientação: Profa. Ma. Aluska Dias Ramos de Macedo, Departamento de Matemática".

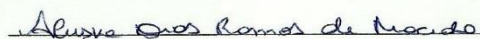
1. Resolução de problemas. 2. Ensino de matemática. 3. Estratégias didáticas. 4. Educação matemática. I. Título.  
21. ed. CDD 372.7

DIRCEU FERREIRA DA COSTA

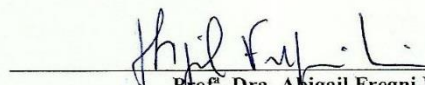
UMA DISCUSSÃO SOBRE TIPOS DE PROBLEMAS NO ENSINO DA  
MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão do Curso de  
Licenciatura Plena em Matemática da  
Universidade Estadual da Paraíba. Em  
cumprimento às exigências para obtenção  
do Título de Licenciado em Matemática.

BANCA EXAMINADORA



Prof.<sup>a</sup> Msc. Aluska Dias Ramos de Macedo  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Orientadora



Prof.<sup>a</sup> Dra. Abigail Fregni Lins  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Examinadora



Prof.<sup>a</sup> Msc. Maria da Conceição Vieira Fernandes  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Examinadora

Campina Grande

2014

## DEDICATÓRIA

Dedico, com todo carinho, este trabalho aos meus pais **Maria do Rosário Ferreira da Costa** e **Jose Wanderley da Costa** por todos esforços que ambos fizeram pra mim e o reconhecimento de todo amor dado por eles sem espera nada em troca.

Dedico também, aos meus irmãos **Soraya Ferreira da Costa** e **Diego Ferreira da Costa** que sempre me apoiaram e incentivaram em todas dificuldades.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a **DEUS** por tudo que ele proporciona em minha vida, com todas as graças de conseguir realizar todas minhas metas com muita determinação e coragem.

Aos meus pais, **Maria do Rosário Ferreira da Costa** e **Jose Wanderley da Costa**, dedico, absolutamente tudo, por ter me dado uma educação sempre de primeira qualidade, a todo esforço para sempre querer o melhor de mim, a paciência em momentos difíceis, aos conselhos, aos puxões de orelha quando era preciso e a todo amor dado.

Presto, também, toda a minha gratidão à minha orientadora **Prof.<sup>a</sup> Msc. Aluska Dias Ramos de Macedo**, por sua grande paciência e por seu apoio nesse momento de tamanha dificuldade.

Às Professoras, **Dra. Abigail Fregni Lins** e **Prof.<sup>a</sup> Msc. Maria da Conceição Vieira Fernandes**, por terem aceitado a fazer parte de nossa banca examinadora e pelas valiosas sugestões.

À minha namorada **Amanda**, a todo voto de confiança depositado em mim, sempre me guiando para os caminhos certos, por sempre está ao meu lado em momentos difíceis e principalmente por todo seu amor e carinho por minha pessoa.

À instituição UEPB (Universidade Estadual da Paraíba) por tudo que ela me proporcionou nesse período tão importante na minha vida.

À escola, E.E.E.F.M Professor Antônio Oliveira, por ter contribuído na minha vida acadêmica.

Por fim, agradeço a todos meus amigos, **Tharcio, Paulo, Eduardo, Mayne** e a todos outros que aqui não me refiro, por todo apoio dado, por estar sempre comigo como verdadeiros amigos.

Aprende-se Matemática resolvendo problema

(Callejo)

## RESUMO

O ensino da Matemática está muito tradicional. O uso de abundantes regras, enormes listas de exercícios, problemas rotineiros não desenvolvem a capacidade dos alunos de raciocinar, a criatividade e a autonomia de resolver problemas. A metodologia da Resolução de Problemas aplicada em conjunto com os problemas de Matemática proporciona ao aluno trabalhar com a realidade, tornando a Matemática mais interessante. Este trabalho objetivou o uso da metodologia da Resolução de Problemas em Matemática na sala de aula, suas concepções, os tipos de problemas, a importância da sua utilização como estratégia didática e seus benefícios. Este trabalho também visa despertar os professores sobre a utilização da Resolução de Problemas de Matemática em sala de aula, trabalho difícil, porém indispensável para os dias de hoje. A pesquisa bibliográfica foi o método utilizado para o desenvolvimento desse trabalho, tendo como finalidade pesquisar informações e opiniões que diferentes pesquisadores têm a respeito sobre a temática em questão. É fundamental aperfeiçoar o ensino da Matemática, desenvolver no aluno a criatividade, o espírito explorador e a capacidade de resolver problemas.

**Palavras-chaves:** Resolução de Problemas; Tipos de Problemas; Estratégias Didáticas; Educação Matemática.



## **ABSTRACT**

The teaching of Mathematics is very traditional. The use of abundant rules, huge lists of exercises, routine problems do not develop the ability of students to reason, creativity and autonomy to solve problems. The Problem Solving methodology applied with the problems of Mathematics provides students to work with reality, making Mathematics more interesting. This work aimed to use the Problem Solving methodology in mathematics in the classroom, their conceptions, the types of problems, the importance of its use as a teaching strategy and its benefits. This work also aims to arouse teachers on the use of math Problem Solving in the classroom, work hard, however indispensable to the present day. The bibliographical research was the method used for the development of this work, having as purpose search information and opinions that different researchers have about the subject in question. It is essential to improve the teaching of Mathematics, develop in the student the creativity, the spirit explorer and the ability to solve problems.

**Keywords:** Problem solving; Types of problems; Didactic Strategies; Mathematics Education.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>1. SITUANDO A PESQUISA</b> .....	14
1.1 OBJETIVOS.....	14
1.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS .....	14
<b>2. O ENSINO DA MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS</b> .....	16
2.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA .....	16
2.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	17
<b>3. TIPOS DE PROBLEMAS</b> .....	23
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	29
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	30

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1:</b> Passo a passo para resolver um problema.....	22
---	----

## INTRODUÇÃO

O interesse pela elaboração deste trabalho vem de experiência própria, devido à grande dificuldade que encontrava para resolver problemas matemáticos. Não que eu fosse um péssimo aluno de Matemática, pois sempre gostei da disciplina. Todavia, minha base (Ensino Fundamental) foi adquirida pelo ensino tradicional, que se resume a resolver operações, aplicar fórmula, sem saber por qual motivo se aplica tal fórmula, por qual motivo usa tal operação, não fazendo com que o aluno pense para chegar ao resultado correto e entender o porquê daquele resultado, “Um problema é uma situação que difere de um exercício pelo fato de o aluno não dispor de um procedimento ou algoritmo que conduzira com certeza a uma solução” (KANTOWSKI, 1981 apud ABRANTES, 1989, p. 3). E essa dificuldade agravou-se no Ensino Médio, no qual a exigência é muito maior na resolução de problemas, principalmente nos vestibulares.

O ensino da Matemática vem sofrendo grandes modificações nos últimos anos em todo mundo. No entanto, em que pesem os estudos e pesquisas recentes de educadores matemáticos, os resultados de avaliações internacionais e nacionais revelam que a aprendizagem matemática dos alunos do Ensino Médio é ainda insuficiente em muitos países.

A dificuldade é agravada quando abordamos situação problema, podendo ser dividida em dois pontos cruciais. Primeiro ponto, a dificuldade de compreensão e interpretação por parte do aluno; e o segundo ponto, a dificuldade do professor em abordar a situação problema, onde muitas das vezes não foi bem preparado para abordar o assunto e também teve uma base da Matemática tradicionalista.

Ensinar Matemática de forma isolada das demais áreas do conhecimento, explorar conhecimentos matemáticos apenas como pré-requisitos para depois ensinar mais Matemática não contribui muito para a formação integral do aluno. Em virtude da maneira como muitas vezes a Matemática é abordada, ela é vista por muitos alunos como uma matéria difícil, quase impossível de ser aprendida.

Ao definir os objetivos do ensino da Matemática para o Ensino Fundamental, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) explicitam e ampliam o papel da Matemática na educação básica em que se destaca a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do

conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

É fácil encontrar pessoas com poucos conhecimentos teóricos, Isso não impede o desenvolvimento de situações problemas do cotidiano que envolvam Matemática, como por exemplo, pagamento de suas despesas mensais (Somar todo saldo devedor), saber se seu salário dá para quitá-lo. Com base nisto, é fundamental que o professor mediador do processo ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos passe a utilizar situações problemas em suas salas de aula. Assim, o aluno poderá compreender de forma significativa os conceitos matemáticos, estando conectados ao seu cotidiano e servindo de apoio em geral para resoluções de outras situações. Mas, primeiramente, temos que definir o que são situações-problema, segundo Dante (2003, p. 20):

Situações-problema são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos... Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse.

Cabe ao professor ter em mente que a teoria e a prática precisam estar conectadas, no sentido de que os objetivos devem estar bem claros quando ele propuser a resolução de uma situação-problema ao aluno. Só assim, o aluno poderá tomar as suas próprias decisões e fazer uso dos dispositivos didáticos fornecidos pelo professor. O ideal seria que todas as situações-problema fossem um processo de construção entre os alunos e o professor: a formulação e escrita do problema (linguagem verbalizada versus linguagem matemática da situação), a discussão do grupo para obter a resolução e pôr fim a descoberta de novos conhecimentos matemáticos.

Outro aspecto que devemos levar em conta é que o professor faz a mediação de todo o processo, assim esses problemas devem ser elaborados de acordo com o meio social em que os alunos vivem. Cada região tem suas peculiaridades e o professor procurar compreender isso muito bem.

As limitações apresentadas pelos alunos em operações com frações envolvendo situações problemas são de extrema importância para o processo de ensino-

aprendizagem, pois o sujeito que não mostra domínio sobre o assunto, o que poderá levar muita desvantagem para o pleno exercício de cidadania.

No nosso dia a dia, estamos cercados e envolvidos com números sejam eles naturais, inteiros, frações e vários outros assuntos, quando estamos vendo televisão, lendo revistas ou mesmo um jornal. Os centavos da nossa moeda, na verdade, são frações do dinheiro que utilizamos nas nossas contas (energia, água, telefone etc.).

Recentemente vimos muitos desses números, citados acima, em pesquisas políticas, onde é abordada a porcentagem. Então, surge à necessidade de que esses alunos estejam bem preparados para enfrentar e entender esses problemas do universo numérico, pois é difícil viver sem esses conhecimentos da matemática.

A qualquer área do conhecimento é imprescindível à leitura e interpretação, visto que os alunos devem identificar os conhecimentos matemáticos, nas mais diversas situações, desenvolvendo a sua capacidade intelectual de resolver problemas, fazendo observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, relacionando e organizando informações relevantes para interpretá-los e avaliá-los criticamente, que de acordo com Pólya (1977, p.7-14), a solução de um problema é composta de quatro estágios:

Estágio 1. **Compreender o problema** – a partir da leitura do problema, o sujeito identifica e relaciona palavras e símbolos;

Estágio 2. **Estabelecimento de um plano** - o sujeito disponibiliza os procedimentos úteis para a obtenção da solução;

Estágio 3. **Execução do plano** – o sujeito seleciona o procedimento mais útil e o aplica.

Estágio 4. **Reflexão** – o sujeito verifica e interpreta a solução encontrada nos termos da situação-problema apresentada.

Esse trabalho foi estruturado da seguinte maneira, o primeiro passo se deu em uma leitura analítica, verificando os problemas encontrados para tratar destes e as dificuldades apresentadas por cada um deles. Além da reflexão de cada tipo de problema, no qual foi mostrado como se pode trabalhar cada tipo de problema com a Resolução de Problema, auxiliando assim os professores na utilização desta metodologia.

Os capítulos dois e três, que dizem respeito as resenhas trabalhadas, estão organizadas em seções.

Nas considerações finais que se encontra no final deste trabalho, é apresentada uma reflexão, sobre os capítulos anteriores, possibilitando uma temática sobre a metodologia e sua utilização. E para finalizar o trabalho, será apresentada uma reflexão ampla sobre o tema, com base no que foi visto, abrindo espaço para discussão sobre a resolução de problemas, e os benefícios para os alunos e também para os professores.

## **1. SITUANDO A PESQUISA**

### **1.1 OBJETIVOS**

Discutir sobre a metodologia Resolução de Problemas no ensino de matemática. Incentivar o professor a empregar mais a metodologia da resolução de problemas, e diminuir as dificuldades encontradas pelos professores na utilização dessa metodologia. Mostrar o passo a passo da resolução de problemas, buscando interpretar as informações do problema, compreendendo as conjunções, onde cada uma tem seu significado matemático, seja ela somar, subtrair, multiplicar ou dividir.

### **1.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS**

Um dos principais objetivos que conduzem as mudanças metodológicas em educação, e as pesquisas, é o fato de aprimorar o ensino, torna-lo mais dinâmico e prático. A metodologia envolve muito mais que a descrição do procedimento (métodos e técnicas), indica a escolha teórica realizada pelo pesquisador para focar o objeto de estudo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), “ênfaticam que o fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos — que admitem diferentes respostas em função de certas condições — evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos”

Os PCN (BRASIL, 1997) recomendam que os professores avaliem os caminhos (metodologia). A utilização da Resolução de Problemas como metodologia no ensino da matemática proporciona aos alunos situações que o façam sentir-se motivados a pensar e se superar, como afirma Dante (1999, p.11):

Um dos principais objetivos do ensino da matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações problemas que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las. Esta é uma das razões pela a qual a resolução de problemas tem sido reconhecida no mundo todo como umas metas fundamentais da matemática no primeiro grau.



A busca por tratar o ensino mais contextualizado com o cotidiano do aluno, que os mesmos utilizem na prática para resolver problemas, tem sido tema de várias pesquisas. A pesquisa possibilita uma aproximação e um entendimento da realidade a investigar, sendo ela um processo constante e que nunca acaba. Segundo Gil (2007, p. 17), define pesquisa como:

(...) procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar resposta aos problemas que são propostos. A pesquisa desenvolve-se por um processo constituído de várias fases, desde a formação do problema até a apresentação e discussão dos resultados.

Este trabalho se enquadra em uma pesquisa bibliográfica, que considera a leitura, revisão e síntese de vários artigos científicos e livros que, neste caso, abordam sobre o tema da resolução de problemas, os tipos de problemas em Matemática. No qual Fonseca (2002, p. 32) relata:

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meio escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites.

A análise desses livros, artigos e materiais eletrônicos começou na graduação, no qual eram realizados debates sobre o tema com os próprios alunos, buscando compreender o ponto de vista de cada um. A seleção do material foi feita em comum acordo com a orientadora, que me indicou alguns artigos científicos de autores sobre a Resolução de Problemas. Logo, foi feita a leitura de todos e escolhidos três deles no qual me identifiquei mais com as ideias propostas.

## 2. O ENSINO DA MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

### 2.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA

Por que ensinar matemática apresenta um alto grau de dificuldade? Aprender é a capacidade de fazer conexões entre o que já se sabe e o que se tem de aprender. Um dos problemas encontrados para isso é estabelecer conexões entre um corpo exterior de conhecimento, no caso da matemática esse corpo é abstrato, o que a torna tão difícil.

Se pensarmos na aprendizagem como o estabelecimento de conexões com um corpo de conhecimento que tem de ser adquirido, o grande objetivo dos educadores é moldar o ensino da matemática, para ajudar a diminuir esse fosso entre, por um lado, o seu conhecimento pessoal e, por outro, o conhecimento formal da matemática.

Para superar esses problemas muitos autores tentam usar materiais onde os alunos possam ter contato, ou até mesmo, visuais, a intenção principal deste método é que os alunos vejam representações externas simplificando os conceitos e a tornando mais transparente, como por exemplo, formato de prédios, medidas como comprimento, altura e largura. Um dos materiais manipuláveis mais conhecidos, temos os blocos de Dienes (Material multibásico que pretendem concretizar o sistema decimal).

Cobb et. al. (1992, apud GRAVEMEIJER, 2005, p. 2-3) afirmam que a característica problemática dos blocos de Dienes é inerente à suposição de que as representações para o ensino são a fonte primária do conhecimento matemático dos alunos. Para os professores é evidente o que estas representações significam, mas para os alunos não é assim. Professores e autores didáticos já possuem o conhecimento abstrato, eles veem o sistema decimal refletido nos blocos, onde tentam criar modelos transparentes para fácil entendimento, porém para os alunos aquilo não passa de blocos de madeiras, não podemos esperar que o aluno veja algo mais profundo do que ele já viu anteriormente, criando-se outro problema, como os alunos conseguem aprender a matemática abstrata através de representações externas concretas, este problema também é conhecido como o “paradoxo da aprendizagem” (BEREITER, 1985 apud GRAVEMEIJER, 2005, p.3), que Cobb et. al. descrevem como:

A ideia de que os alunos constroem inevitavelmente a representação interna correta a partir do material apresentado implica que a sua aprendizagem é despertada através das relações matemáticas que eles devem construir antes de eles as construírem (...). Então, se os alunos apenas conseguem fazer sentido do seu mundo em termos das suas representações internas, como é que é

possível que eles reconheçam as relações matemáticas que são mais avançadas do que suas representações internas?

Quando os alunos não conseguem absorver o que realmente era para ser entendido, o professor fica sem muitas opções, tendo que explicar detalhadamente a correspondência entre os blocos e algoritmos e essa prática acaba tornando-se uma aprendizagem de rotina e não por compreensão. Outro grande problema de trabalhar com corpo que não é acessível ao aluno, é que eles passam a tratar a matemática escolar e a vida do cotidiano como dois universos diferentes, tendo o aluno a aceitar que a matemática tem um conjunto de regras arbitrárias onde tem que ser aceitas, vindas de um professor ou de uns manuais escolares.

### **O que torna a matemática tão difícil?**

Podemos concluir que as grandes dificuldades encontradas estão primeiramente em fazer conexões com conhecimentos externos que para os alunos são corpo de conhecimento que eles não podem alcançar, relacionado a isto vem a observação de Davis e Hersh, 1986 apud GRAVEMEIJER (2005, p.8) quando descrevem:

Os matemáticos que falam de constructos matemáticos esotéricos como se fossem objetos matemáticos reais, e que são totalmente inimagináveis para não matemáticos, professores e alunos muitas das vezes falando linguagens diferentes muitas das vezes sem ao mesmo perceber.

A dependência dos alunos quanto à autoridade do professor e manuais, acaba tornando o aluno refém de conceitos em livros, onde muito desses conceitos são abstratos para ele, entrando em contradição com a própria natureza matemática, que é fazer pensar, descobrir soluções e maneiras de se fazer um problema, onde sabemos que existem várias maneiras de resolvê-lo.

## **2.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Toda descoberta poderá levar para resolução de um problema, podendo ser um problema simples até o mais complicado, quem os resolve por métodos próprios gozará o triunfo da descoberta. Tal experiência nas idades iniciais poderá gerar gosto pelo trabalho mental, marcando o indivíduo para toda sua vida.

Desafiar a curiosidade dos alunos, apresentando problemas do seu cotidiano compatíveis com seus conhecimentos, e os auxiliando-os com indagações estimulantes é uma grande oportunidade do professor de Matemática. Desta forma, é possível desenvolver o gosto dos alunos pelo raciocínio independente, levando-os a utilizarem meios próprios para alcançar seus objetivos.

A Matemática não pode ser considerada como uma matéria que só tem o propósito do aluno a obter uma nota, e que depois de uma prova final ele esqueça o mais rápido possível. O professor tem que tornar a matemática interessante, que seja divertida como uma palavra cruzada, e que esse trabalho mental intenso, seja tão agradável quanto uma partida de futebol e que possa se tornar um hobby, um instrumento de trabalho, a sua profissão ou até mesmo uma grande ambição.

## **Em Sala de Aula**

### **Assistência ao estudante**

Auxiliar seus alunos é uma das mais importantes, e também, a grande oportunidade do professor pôr em prática seus métodos e a confiança nos seus princípios, no entanto essa tarefa não é fácil, pois exige uma grande dedicação do professor.

O professor deve auxiliar seu aluno de forma eficaz, havendo um meio termo, entre ajudar demais e de menos, pois, se auxiliar excessivamente, não restará o que o aluno fazer, já ao contrário o aluno poderá não ter progresso algum. A melhor forma é o professor ajudar naturalmente se colocando no lugar do aluno, tentando entender seu ponto de vista, procurando saber o que se passar na sua cabeça, fazendo uma pergunta ou indicando um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante.

### **Raciocinar, Focalizar, Finalidade**

O professor é induzido a fazer as mesmas perguntas demasiadamente, e a indicar os mesmos caminhos, assim como em vários outros problemas, tem que indagar: *Qual é a incógnita?* Podendo variar as palavras e indagar a mesma de várias formas diferentes: O que estamos a procurar? Do que é que necessita? Sempre com a intenção de focar a concentração do aluno na incógnita.

## **Generalidade**

Em geral servem para todas as indagações, para qualquer tipo de problema (matemático ou não), os usos das mesmas auxiliam para a resolução de vários outros problemas.

## **Professor e aluno, imitação e pratica**

O grande objetivo do professor na resolução de problemas, é que seu aluno consiga resolver seus problemas com seu próprio conhecimento, antes disso ele precisa auxiliá-los, para que os torne capaz de seguir seus próprios caminhos.

A resolução de problemas é uma competência pratica, assim como qualquer outra atividade que fazemos no cotidiano, podemos não saber jogar futebol, vôlei ou qualquer outro esporte, mas observando as regras, assistir as pessoas que tem um alto nível de perícia, auxilia muito para melhoria nessas atividades.

Os professores quando estiverem em sala de aula, resolvendo um problema, devem expor suas ideias, quais as indagações que está utilizando, para que o aluno faça o uso correto dessas mesmas indagações, não apenas proporcionando um simples conhecimento matemático.

## **Os Quatros Passos**

Temos várias formas e métodos para solucionar um problema, para que tenha uma melhor compreensão dividimos em quatro passos, para se resolver um problema. Primeiro, a compreensão do problema, perceber claramente o que é necessário. Segundo verificar a inter-relação entre a incógnita e os dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecemos um plano. Terceiro é executar. E o quarto é fazer a reflexão sobre os resultados encontrados reavendo e as discutindo.

Cada passo tem sua importância, as execuções desses quatros auxiliam a evitar erros e enganos, como ele lançar a fazer cálculos e a traçar figuras sem ter compreendido o problema, executar detalhes sem perceber a conexão principal ou sem ter feito uma espécie de plano e na execução desse plano e por fim muitos dos melhores efeitos podem ser perdidos se ele deixa de reexaminar e reconsiderar a solução completa.

## **Compreender o problema**

Além de o aluno precisar compreender os problemas, ele necessita também da estima para resolvê-los, A seleção desse problema deve ser bastante cautelosa, não pode

ser excessivamente fácil ou difícil, e que faça parte do cotidiano do aluno, afim de que seja mais interessante para o aluno. Então, primeiramente, tem que ser entendido o enunciado verbal do problema, o aluno deve estar em condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados e a condicionante.

**Exemplo.** Calcular a diagonal de um paralelepípedo retângulo do qual são conhecidos o comprimento, a largura e a altura.

O professor pode tornar interessante o problema, concretizando-o. A sala de aulas é um paralelepípedo retângulo cujas dimensões podem ser medidas ou estimadas. Os alunos devem calcular “medir indiretamente”, a diagonal da sala. O professor indica o comprimento, a largura e a altura da sala e, com um gesto, mostra a diagonal. Ele anima a figura que traçou no quadro-negro por contínuas referências à sala.

O diálogo entre o professor e seus alunos pode principiar da seguinte maneira:

— Qual é a incógnita?

— O comprimento da diagonal de um paralelepípedo.

— Quais são os dados?

— O comprimento, a largura e a altura do paralelepípedo.

— Adote uma notação adequada. Qual a letra que deve denotar a incógnita?

—  $x$ .

— Quais as letras que escolheria para o comprimento, a largura e a altura?

—  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

— Qual é a condicionante que relaciona  $a$ ,  $b$  e  $c$  com  $x$ ?

—  $x$  é a diagonal do paralelepípedo no qual  $a$ ,  $b$  e  $c$  são, respectivamente, o comprimento, a largura e a altura.

— Trata-se de um problema razoável? Ou seja, a condicionante é suficiente para determinar a incógnita?

— Sim, ele é razoável. Se conhecermos  $a$ ,  $b$  e  $c$ , conheceremos o paralelepípedo. Se o paralelepípedo ficar determinado, a sua diagonal também o ficará. (PÓLYA, 1977, p. 8-9).

### **Estabelecimento de um plano**

Esse é um do passo mais importante resolução de problemas, porém é o mais complicado e longo, relacionar incógnita com os dados, saber o que é preciso para encontrar a incógnita, como encontra-la, pode ser um caminho árduo.

Ter uma ideia clara, normalmente, não é fácil, ter uma ideia sem um conhecimento prévio, é praticamente impossível, As ideias vêm normalmente de experiências passadas ou de conhecimentos já adquiridos. Onde se torna imprescindível na resolução de problemas o uso de conhecimentos matemáticos adquiridos, tais como problemas resolvidos anteriormente ou teoremas anteriormente demonstrados.

A grande dificuldade está em encontrar um problema que está relacionado com o nosso, quando não encontrado o professor tem que utilizar métodos onde possa pegar um conhecimento já visto, transformando esse problema em um problema relacionado ao já resolvido.

### **Execução de um plano**

Executar um plano talvez seja a tarefa mais fácil dos passos, Tem que observar com bastante atenção, para que tudo esteja correto, e que não reste nenhuma dúvida e que nenhum erro fique ocultado, onde se precisa ter muita paciência.

### **Reflexão**

Encontrada a solução do problema, muito das vezes, pula pro outro assunto e se perde uma fase importante e instrutiva do trabalho de resolução. A reflexão da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final, o caminho que levou ele a chegar a tal resultado poderá consolidar seu conhecimento e aperfeiçoar suas habilidades de resolver problemas.

Um problema nunca fica esgotado, podemos interpretá-los de outras formas, pedir outras informações, que façam os alunos pensar em outros resultados, até mesmo demonstrar como se chegou ao resultado final, com esse estudo aprofundado podemos melhorar qualquer resolução e aperfeiçoar a compreensão da resolução.

Os estudantes acharão realmente interessantes a reflexão se eles tiverem feito um esforço honesto e ficarem conscientes de terem resolvido bem o problema. Neste caso, ficarão ansiosos para ver o que mais poderão conseguir com aquele esforço e como poderão da próxima vez, fazer tão bem quanto desta. O professor deve encorajar os alunos a imaginar casos em que poderão utilizar outra vez o procedimento usado ou o resultado obtido.

## Como Auxiliar a resolver um problema

Tabela 1: Passo a passo para resolver um problema

<b>Primeiro passo</b>	<b>Compreensão do problema</b>
É necessário entender o problema	O que estamos procurando? Quais os dados do problema? Qual é a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Consegue separar os dados? Consegue escrever esses dados?
<b>Segundo passo</b>	<b>Estabelecer um plano</b>
Encontrar conexões entre os dados e a incógnita	Já viu algum problema relacionado ou até mesmo parecido? Tentar relacionar a incógnita com algum problema já resolvido ou conhecido. É possível obter dos dados alguma coisa útil? Utilizou todos os dados, e todas condicionantes?
<b>Terceiro passo</b>	<b>Execução do plano</b>
Executar seu plano	Verifique cada passo ao executar seu plano, veja se não tem algum erro oculto ou falta de um dado importante para o problema, é possível demonstrar que está tudo correto?
<b>Quarto passo</b>	<b>Reflexão</b>
Examinar a solução obtida	É possível verificar o resultado? É possível verificar todos os passos de como se chegou a esse resultado? É possível chegar a essa solução por outro método? É possível utilizar esse mesmo resultado para obter outro resultado, ou até mesmo utiliza-lo em outro problema?

Fonte: Próprio Autor



### 3. TIPOS DE PROBLEMAS

A tendência de colocar a resolução de problemas como principal método do ensino da matemática, tem sido apresentada e discutida por pesquisadores da área, professores e associações da Educação Matemática.

Reconhecer que essa metodologia de resolução de problemas é o alicerce para a construção do conhecimento, do desenvolvimento e da atividade matemática, é de grande importância, porém vemos que essa metodologia normalmente é aplicada como uma atividade complementar, paralela, exclusiva muita das vezes, pois se destina na maioria das vezes para detectar alunos bem dotados.

Na matemática, há diversos tipos de problemas e é de extrema importância saber o que é ou não é um bom problema. Logo abaixo, segue alguns tipos de problemas que encontramos com frequência na matemática (APM, 1988 apud ABRANTES, 1989, p.2-3).

Alguns exemplos:

- Exemplo 0 (um *exercício*): Calcular o valor de  $x^2 - 3x$  para  $x=2$ .
- Exemplo 1 (um *problema «de palavras»*): Um cliente comprou num dia 2,3 metros de fazenda. No dia seguinte, comprou mais 1.5 metros da mesma fazenda. Quantos metros de fazenda comprou no total?
- Exemplo 2 (um *problema «para equacionar»*): O João tem metade da idade do pai. Sabendo-se que a soma das duas idades é 72, quantos anos tem o João?
- Exemplo 3 (um *problema «para demonstrar»*): Usando os casos de semelhança, mostre que a altura relativa a hipotenusa divide um triângulo retângulo em dois triângulos semelhantes.
- Exemplo 4 (um *problema «para descobrir»*): Usando apenas 6 fósforos, formar quatro triângulos equiláteros geometricamente iguais.
- Exemplo 5 (um *problema da vida real*): Construir uma planta de um estádio – um campo de futebol e uma pista de atletismo.
- Exemplo 6 (uma *situação problemática*): O produto de três números inteiros consecutivos é sempre um número par múltiplo de 3. Comentar a situação se substituirmos *produto* por *soma*.
- Exemplo 7 (uma *situação*): Considera uma página cheia de números:

0 1 2 3

4 5 6 7

8 9 10 11

12 13 14 15

.....

Como vimos anteriormente existem vários tipos de problemas matemáticos, A partir de agora vamos falar um pouco sobre esses tipos, para que servem e quando o professor pode utilizá-lo em sala de aula.

Alguns exemplos.

- Exemplo 1 (Exercício): Dentre os números (-2, 0, 1, 4), quais deles são raízes da equação  $x^2 - 2x - 8 = 0$ ?

Acessado em: <http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=370>

O exemplo acima é uma questão muito comum, encontrado em muitos livros de Matemática, porém é notório que não se trata de um problema e sim de um exercício, pois o aluno dispõe de um procedimento ou um algoritmo, no qual ele chegará a um resultado final, diferenciando de um problema, no qual conteria alguma referência a um contexto concreto.

O professor pode utilizar esse tipo de exercício como reforço de uma tarefa já executada em sala de aula, para fixar o conteúdo melhor, porém esse exercício não tem um valor educativo esperado, pois é claramente limitada a aplicação de uma ou outra regra anteriormente conhecida. A resolução de muitos exercícios não auxilia em nada no raciocínio ou em estratégia para resolução de problemas.

Na aprendizagem da matemática, os problemas são fundamentais, pois permite ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio.

- Exemplo 2 (Problema de palavra): No dia de seu aniversário, Joana ganhou R\$22,00 do seu pai e R\$30,00 de sua tia. Quantos reais ela ganhou nessa ocasião? (MATSUBARA, 2006, p.25).

Esse tipo de problema é muito utilizado no Fundamental II, principalmente nas series iniciais (6º e 7º ano), é uma forma de modificar as operações matemáticas e torná-las mais concretas, porém com sua exaustiva repetição acaba se tornando um exercício oculto, onde muitas das vezes o contexto do enunciado acaba por ser irrelevante. O aluno já sabe que nesse tipo de problema ele deverá usar uma operação de adição, subtração, multiplicação ou divisão, até mesmo não sabe qual operação utilizar e acha qualquer resultado que lhe é aceitável.

A utilização desse tipo de problema por parte dos professores pode ser interessante, se ele utilizar para sair da rotina de colocar um cálculo de forma direta como vista no Exemplo 1. Cria um enunciado, no qual o aluno retire os dados e faça a escolha da operação correta, e trabalha a leitura do aluno quanto a essa interpretação que se torna importante. Sendo bem trabalhada, não só se resumindo ao que o enunciado pede, pode auxiliar em outros níveis escolares.

- Exemplo 3 (Problema de equação): (UFG – 2010 – 2ª Fase) Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a  $\frac{2}{3}$  do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R\$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio.

Esse tipo de problema talvez seja um dos mais vistos em vestibulares ou concursos, um problema relacionado à equação. Eventualmente quando encontramos esse tipo de problema, já temos em mente alguns procedimentos e o passo a passo de como resolvê-lo. Determinar a incógnita, nomeá-la de  $x$  ou qualquer outra letra e resolver a equação, o que não torna o problema mais mecânico quando trabalhada em excesso, acrescentando pouco ou quase nada no ponto de vista da aprendizagem.

A utilização deste tipo de problema pelos professores em sala de aula é bastante interessante, visto que é muito cobrado em vestibulares ou concursos. Dessa forma, se faz necessário trabalhar não apenas com equação, mas com outros conteúdos que venham valorizar e desenvolver o raciocínio matemático, abrangendo mais outros conhecimentos.

Infelizmente, reduz-se muitas vezes à prática da resolução de problemas, à tradução de enunciados em equações numéricas com uma incógnita ou em sistemas de duas equações com duas incógnitas. E, no entanto, muitos problemas – incluindo problemas algébricos – se resolvem através de estratégias diferentes que envolvem atividades como: listar, organizar e classificar dados; usar tabela, diagrama ou modelo; trabalhar do fim para o princípio; eliminar casos; experimentar e verificar; procurar um padrão; resolver um problema mais simples ou o mesmo problema para casos particulares; generalizar uma solução; encontrar um contraexemplo; resolver de várias maneiras diferentes; etc. (ABRANTES, 1988 apud ABRANTES, 1989, p. 5).

- Exemplo 4 (Demonstração): Mostre que a soma dos catetos de um triângulo retângulo ao quadrado é igual à hipotenusa ao quadrado.

Problema elaborado pelo pesquisador.

A demonstração pode se tornar uma ótima atividade de resolução de problemas. Provar que o teorema é verdadeiro obtido por regras válidas é um procedimento muito abrangente que em muitas das vezes não encontramos em outros problemas. Porém, é necessário ter um conhecimento prévio de uma regra ou de um teorema e este, talvez, seja seu maior empecilho. Nesta perspectiva, temos que diferenciar a simples apresentação formal da demonstração e a descoberta do caminho e sua argumentação, no qual corresponde à aspectos diferentes na aprendizagem matemática.

No dia a dia, somos confrontados com todo tipo de problema, no qual muitas das vezes não temos conhecimento antecipado de como resolvê-lo, e não sabendo se o mesmo tem solução, este pensamento que deve ser levado na resolução de problema.

A utilização desse método por parte dos professores é bastante interessante, principalmente na Geometria, para esclarecer ideias, formulas, facilitar a visão das Formas, Planos e outros benefícios. Além disso, as demonstrações não ficam restritas à sala de aula, onde podem ser visualizadas em computadores através de softwares específico para disciplina. Assim, tornando o conteúdo mais interessante e desenvolvendo a capacidade de observação e reflexão dos alunos.

- Exemplo 5 (Um problema para descobrir) :(FCC - Assistente Jurídico - Tribunal de Contas - PB – 2006, p.5). Usando palitos de fósforo inteiros é possível construir a seguinte sucessão de figuras compostas por triângulos.

Figura 1: Apresenta os triângulos feitos com palitos de fósforo



Seguindo o mesmo padrão de construção, então, para obter uma figura composta de 25 triângulos, o total de palito de fósforos que deverão ser usados é?

Acessado: [http://site.pciconcursos.com.br/provas/10342106/7f82bb30695b/prova\\_a01\\_tipo\\_001.pdf](http://site.pciconcursos.com.br/provas/10342106/7f82bb30695b/prova_a01_tipo_001.pdf) (questão 24).

Esse tipo de problema é encontrado com facilidade em concursos, utilizá-los desperta a curiosidade, acaba atraindo até mesmo quem não gosta da disciplina de Matemática, pois o mesmo pode ter o material manipulável na mão (fósforo) e construir os triângulos encontrando a resposta correta. Apresenta certo valor educativo, porém esse tipo de problemas geralmente tem enunciados completos, já contendo toda a informação relevante, o contexto ocasionalmente precisa de ser explorado.

O professor pode utilizar-se desse tipo de problema na busca de sair um pouco da rotina de sala de aula, oferecer ao aluno um passatempo divertido e criativo tornando-se bastante interessante para mostrar conceitos matemáticos através da construção, com auxílio de materiais manipuláveis, tais como noções de áreas, progressões e outros.

- Exemplo 6 (Um Problema da vida real): Verificar o comprimento da sala de aula, identificar quais figuras planas são mais encontradas no dia a dia.

Problema elaborado pelo pesquisador.

Problema vinculado ao cotidiano se torna mais atrativo e mais interessante para o aluno, porém não é uma das tarefas mais fáceis, e principalmente na matemática que é uma disciplina mais teórica, Aborda problemas desse tipo implica criar ou adaptar um modelo matemático, aplicar inúmeros métodos matemáticos a esse modelo, e verificar se realmente é válido para uma situação concreta.

A denominação desse problema da vida real, não necessariamente significa dizer que trate de situações do cotidiano, deve haver um critério, visando o tipo de problema, os exercícios que se propõem a esse aluno e as aptidões que esses poderão desenvolver.

Os professores podem utilizar esse tipo de problemas reais com muita facilidade, podem surgir de um simples anúncio de venda de um imóvel que contenha a planta do apartamento e sua localização. A partir dele, pode-se trabalhar com escala, área, orientação espacial, perímetro, custo de materiais, confecção de maquetes, sólidos geométricos, custo e tudo o que a criatividade e a motivação permitirem. Também pesquisas de opinião são fontes valiosas para este tipo de trabalho, permitindo a discussão de como uma pesquisa é realizada, como se realiza a coleta de dados, a tabulação, a análise e a interpretação dos dados estatísticos, porcentagem, tabelas, gráficos, e o porquê de se fazer pesquisa estatística.

- Exemplo 7 (Uma situação problemática): A soma de dois números pares é sempre par? A diferença entre dois números pares é sempre um número par? A soma de dois números ímpares é sempre par?

Problema elaborado pelo pesquisador.

É notório que nesse exemplo que a matemática faz parte de todo contexto, esse tipo de problema não se resume a abordar um problema e sim vários problemas que estão contidos nesse contexto. Destarte, esses problemas acabam se tornando uma situação problemática, pois não existe uma única solução, ela incentiva o aluno a gerar questões, fazer conjecturas e, conseqüentemente, prová-las.

A geração de problema, na resolução de problemas é essencial, faz com que o aluno abra um leque de possibilidades para encontrar uma solução, verificar que pode tomar vários outros caminhos para chegar ao mesmo resultado, a prova do resultado é de extrema importância.

- Exemplo 8 (Uma situação): O triângulo de Pascal.

```

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
.....
.....

```

Problema elaborado pelo pesquisador.

Esse tipo de problema aparenta não ser problema algum, porém nele encontramos diversos tipos, cabendo uma reflexão, e a curiosidade de como explorá-lo,

Investigar, procurar, descobrir talvez seja o maior benefício desse tipo de problema. Abrir a mente do aluno para o conhecimento, detectar operações nessas sequências de números, descobrir por que o próximo número tem tal valor, o que está acontecendo a cada linha, se pode achar os números da linha anterior tendo os números da linha seguinte e, várias outras possibilidades. O que eram apenas números se tornou um grande problema matemático.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi abordado o incentivo à metodologia da resolução de problemas em sala de aula, a sua importância para a formação do aluno socialmente e profissionalmente e as consequências de sua aplicação. Abordou-se também alguns tipos de problemas que podem ser trabalhados no processo de ensino-aprendizagem da Matemática auxiliando os professores. A grande limitação encontrada, que não podemos deixar de mencionar, é que a realidade nas escolas ainda é bem diferente, a maioria dos professores ainda prefere utilizar uma metodologia tradicionalista, no qual utilizam cansativas listas de exercícios para fixação de conteúdo, com pouco valor educativo.

Trabalhar com a resolução de problemas não é uma das tarefas mais fáceis, pois exige força de vontade, dedicação e planejamento, o professor tem que confiar na sua crença e saber que é um trabalho árduo, que sempre vão existir obstáculos pelo caminho e às vezes o resultado não vai ser o esperado. Resgatar o interesse do aluno, despertar a curiosidade, mostrar a matemática utilizada no cotidiano, diminuir esta visão da matemática abstrata, talvez seja o maior desafio do professor nos dias atuais:

As rápidas mudanças sociais e o aprimoramento cada vez mais rápido da tecnologia impedem que se faça uma previsão exata de quais habilidades, conceitos e algoritmos matemáticos seriam úteis hoje para preparar um aluno para sua vida futura. Ensinar apenas conceitos e algoritmos que atualmente são relevantes parece não ser o caminho, pois eles poderão tornar-se obsoletos daqui a quinze ou vinte anos (...). Assim, um caminho bastante razoável é preparar o aluno para lidar com situações novas, quaisquer que sejam elas. E, para isso, é fundamental desenvolver nele a iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência através da resolução de problemas (DANTE, 1999, p.13).

Vivemos em um mundo de mudanças constantes, onde são recebidas informações a todo o momento, de todos os lugares do mundo. Como diz a citação acima, não podemos “encher a cabeça” dos alunos de teorias e fórmulas, no qual muitos não sabem o por que está aplicando tal conceito ou fórmula, temos que buscar aprimorar e aperfeiçoar o ensino da matemática. Torná-la interessante, preparar esses alunos para a vida, e uma alternativa para essa mudança seja a resolução de problemas.

Esperamos que este trabalho possa auxiliar aos professores, que eles busquem viver essa experiência em sala de aula, e que em médio prazo relatem os resultados alcançados.

## REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. (1989). **Um (bom) problema (não) é (só)...** Educação e Matemática, 8, 7-10 e 35.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12 ed. São Paulo: Editora Ática, 1999

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de problemas de matemática**. 1ª a 5ª séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau. 12ª ed. São Paulo: Ática, 2003.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GRAVEMEIJER, K. P. E. (2005). **What makes mathematics so difficult, and what can we do about it?** In L.SANTOS, A. P. CANAVARRO, & J. BROCARDO (Eds.), **Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas** (pp. 83-101). Lisboa: APM

MATSUBARA, Juliane Barroso. **Projeto Araribá Matemática**. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2006.

(BRASIL, 1997) **Parâmetros curriculares nacionais: Em matemática: terceiro e quarto ciclos**. Secretaria de Educação Fundamental, Ministério da Educação e do Desporto, Brasília, DF.

NOÉ, M. P. da S. **Exercícios sobre Equações do 1º Grau com uma Incógnita**. Disponível em: <http://exercicios.brasilecola.com/exercicios-matematica/exercicios-sobre-equacao-1-o-grau-com-uma-incognita.htm>. Acesso em: 20/11/2014.

PAIVA, A. A. **Questões Ensino Fundamental**. 2010. Disponível em: <http://www.matematicas.com.br/conteudo.php?id=370>. Acesso em: 19/11/2014.

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro: Interciência, 1977.