UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: O EXEMPLO DO PAPIRO DE RHIND

GUTEMBERGUE CAMPOS

CAMPINA GRANDE – PB

2014

GUTEMBERGUE CAMPOS

A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: O EXEMPLO DO PAPIRO DE RHIND

Trabalho de Conclusão de Curso – TCC, apresentado à Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: **Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa**

CAMPINA GRANDE – PB

2014

A447i Almeida, Gutembergue Campos de.
A importância da História da Matemática no ensino e aprendizagem da Matemática [manuscrito] : O exemplo do papiro de RHIND / Gutembergue Campos de Almeida. - 2014.
51 p.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.
"Orientação: Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa, Departamento de Matemática".

1. Historia da Matemática. 2. Método da Falsa Posição. 3. Ensino de Álgebra. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

GUTEMBERGUE CAMPOS

A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: O EXEMPLO DO PAPIRO DE RHIND

TCC apresentado em: 10 / 12 / 2014

BANCA EXAMINADORA

José Lamartine da Costa Barbosa

Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa – Orientador

Departamento de Matemática - UEPB

Fernando Luiz Tavares da Silva

Prof. Msc. Fernando Luiz Tavares da Silva

Departamento de Matemática – UEPB

Castor da Paz Filho

Prof. Msc. Castor da Paz Filho

Departamento de Matemática - UEPB

O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o algo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.

A Deus que se mostrou criador, que foi criativo. Seu fôlego de vida em mim me foi sustento e nos deu coragem para questionar realidades e propor sempre um novo mundo. Também a todos os professores do curso, que foram tão importantes na minha vida acadêmica e no desenvolvimento deste meu Trabalho de Conclusão de Curso e em especial ao professor Dr. José Lamartine da Costa Barbosa pela realização deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo.

Aos professores, funcionários e colegas de turma nessa longa caminhada.

A todos que fazem parte direta e indiretamente da minha vida, muito obrigado!

RESUMO

O trabalho estruturalmente se apresenta na forma de artigo, buscando uma reflexão sobre a possibilidade do uso da História da Matemática como recurso pedagógico no processo de ensino-aprendizagem da disciplina com alunos do oitavo ano. Ao mesmo tempo apresenta uma proposta que discute historicamente as formas do fazer matemático do mundo antigo comparando com o mundo atual. Metodologicamente, escolhemos a História da Álgebra, em especial o Papiro de Rhind como cenário. Além do mais, escolhemos o método da falsa posição, como elementos exemplares, para comparação e a aplicação dos métodos discutidos. Concluímos que esse processo comparativo, de diferentes formas, interagindo com seu viés históricos antigos e atuais podem despertar e propiciar o interesse dos alunos.

Palavras-chave: História da Matemática. Método da Falsa Posição. Álgebra. Ensino-aprendizagem da Matemática.

ABSTRACT

The work structurally is in the form of article, seeking a reflection on the possibility of using history of mathematics as a teaching resource in the teaching- learning process of discipline with eighth graders . At the same time presents a proposal that historically discusses the ways of mathematical make the ancient world compared to the current world. Methodologically , we chose the Algebra of history , especially the Papyrus Rhind like setting. Furthermore, the chosen method of false position , as exemplary components for the comparison and the application of the methods discussed . We conclude that this comparative process , in different ways , interacting with your past and current historical bias can awaken and encourage student interest .

Keywords: History of Mathematics. The False Position method. Algebra . Teaching and learning of mathematics.

SUMÁRIO

A Importância da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Matemática: o exemplo do Papiro de Rhind

Gutenmbergue Campos
Universidade Estadual da Paraíba

RESUMO

O nosso trabalho estruturalmente se apresenta na forma de **artigo**, *paper*, buscando uma reflexão sobre a possibilidade do uso da História da Matemática como recurso pedagógico no processo de ensino-aprendizagem da disciplina com alunos do oitavo ano. Ao mesmo tempo apresenta uma proposta que discute historicamente as formas do fazer matemático do mundo antigo comparando com o mundo atual. Metodologicamente, escolhemos a História da Álgebra, em especial o Papiro de Rhind, como fonte. Além do mais, escolhemos o método da falsa posição, como elementos exemplares, para comparação e a aplicação dos métodos discutidos. Concluímos que esse processo comparado, de diferentes formas, interagindo com seu viés históricos antigos e atuais podem despertar e propiciar o interesse dos alunos e auxiliar no processo ensino e aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Método da Falsa Posição. Álgebra. Ensino-aprendizagem da Matemática.

1. Introdução

Se nossos currículos e estratégias de ensino parecem tantas vezes ineficazes no ensino da matemática, nada é mais justo que propor novas abordagens e estratégias. Antes de tudo, porém, parece prudente desenvolver a descrição de um quadro empírico e teórico (especulativo) das condições gerais de ensino-aprendizagem no nosso contexto, para que as propostas sejam justificadas e apropriadas.

Nos últimos anos, a identidade profissional do professor – além da sua didática – tem sido intensamente debatida. Pesam sobre o docente de hoje exigências outrora inimagináveis:

a promoção de um ensino crítico e interdisciplinar adaptado para as realidades específicas de cada turma, uma certa consideração e adaptação na apresentação dos conteúdos de acordo com diferenças cognitivas, afetivas e de contexto social dos discentes e muito mais. A essas exigências está somada a necessidade perene de estimular e despertar interesse, já que a escola tem dificuldades em manter a atenção e consideração de uma juventude habituada a ritmos de transferência de informação e tipos de sociabilidade muito diferentes do tradicionalmente associado ao ambiente escolar.

Como em qualquer análise – também em uma conjuntural –, é preciso "atacar" primeiro os elementos mais visíveis e imediatos do "problema". Em termos de ensino, e o presente trabalho versa, sobretudo sobre o ensino de alunos do oitavo e nono anos, devemos observar o que há de mais tradicional e característico na prática pedagógica da disciplina da matemática. Quem é o professor de matemática? Reconhecemos a sua figura nos corredores de uma escola? E no seu ambiente de trabalho por excelência, a sala de aula, o que é que faz esse profissional?

O professor ou a professora de matemática não é quase sempre a mesma figura, aquela que, de pé ou sentado (a), fala e se move a fim de ser ouvido partilhando um pouco dos seus conhecimentos de maneira condescendente? Esse docente não usa o quadro negro ou seus análogos tecnologicamente mais sofisticados (o quadro digital ou o projetor) do mesmo jeito, exibindo demonstrações ou trechos do conteúdo do qual é portador de credenciais? Ele ou ela não depende tão completamente do livro didático que é difícil imaginá-lo (a) sem a possibilidade de recomendar os exercícios "da página 'x' até a página 'y'"?

No cumprimento das suas atribuições, o professor normalmente reproduz rotinas tradicionalíssimas, que não correspondem aos ideais contemporâneos de ensino-aprendizagem. Suas aulas ficam confinadas ao horário "da matemática", o momento de aprender algo difícil e entediante, sem qualquer relação com a vida. A estrutura escolar incentiva à dissociação dos conteúdos estudados com a realidade quando realiza essa decisão, mas não pode ser inteiramente responsável por isso, já que sabemos que a maior parte dos profissionais não está preparada para um trabalho verdadeiramente interdisciplinar.

Ao ensinar, continua prevalecendo a exposição direta ou "transmissão", que tem por objetivo uma absorção acrítica e unilateral dos conteúdos. A autonomia latente do discente é esquecida em benefício de uma relação simplificada com o conhecimento. Ao invés de senso crítico, prática e construção orientada do conhecimento, condicionamento e falta de diálogo. O professor que não se conscientiza do fato de que, em sua atividade profissional, deve representar bem mais do que mero instrumento de reprodução e repetição dos conteúdos age de modo a reforçar a primazia do tradicionalismo e da unilateralidade do pensamento.

Eis outro ponto essencial: o livro didático e a maneira como ele apresenta os conteúdos aos alunos. A maioria dos livros didáticos, apesar das tentativas de captar atenção e criar interesse através de exemplos do uso da matemática em situações cotidianas, ainda apresenta o conteúdo de maneira fragmentária, incompleta, excessivamente linear. No livro, uma coisa se segue da outra como que por uma necessidade imperativa – também como se tudo sempre tivesse sido sabido daquela maneira. A lógica expositiva do livro didático reflete uma expectativa de linearidade no aprendizado, mas representa de maneira imperfeita a construção daqueles conhecimentos, não permitindo ao aluno uma visão das dificuldades pelas quais outras pessoas de outros tempos também passaram. A ciência do raciocínio lógico e abstrato, da organização formal do pensamento, que todos os dias recebem um acréscimo significativo e que está em constante construção, toma para o jovem estudante a forma de monólito acabado e, pior, indecifrável, acessível apenas aos iniciados – os de uma inteligência diferenciada ou treino cansativo, alguma obsessão pessoal.

É sabedoria comum entre as pessoas com alguma experiência de ensino que o livro didático é uma das ferramentas mais importantes (e dos recursos àquele que tem mais confiança entre os profissionais do ensino). Uma mudança geral no ensino-aprendizagem deve ser necessariamente, acompanhada por uma problematização e propostas de mudança no livro. Reestruturação na ordem dos conteúdos, na sua apresentação e abordagem, enfim, em toda a concepção do instrumento didático.

Sabemos que a matemática, assim como todo corpo de conhecimentos, se desenvolve no tempo e tem em um determinado momento antes a forma de processo e de construção que de coisa acabada. Também como outros conhecimentos, a matemática é produto da resposta inteligente e humana a problemas reais do cotidiano ou de contextos específicos. Nunca escapa de um quadro geral de possibilidades de uma época, sendo a expressão de esforços coletivos – de uma associação, escola, grupo de estudos, círculo de estudiosos – ou da reelaboração pessoal de uma série de informações recebidas por um indivíduo por qualquer razão interessado na área. A matemática já existiu com significados intelectuais e sociais bastante diferentes: de sabedoria hierática, religiosa, e porta de acesso aos mistérios essenciais do universo à linguagem mesma da ciência e da natureza, sem mistificações ou pretensões de entendimento de arcanos. Em todos os casos, porém, o que vemos é uma atividade humana que busca aplacar angústias permanentes, resolver complicações teóricas e concretas que surgem em todo canto, colaborar para o entendimento geral da vida e disciplinar a capacidade de raciocínio e elaboração.

Feita de conceitos, modelos e proposições criticados e perenemente criticáveis, passíveis de elaboração continuada ou de refutação e execração, a matemática toma como princípio uma razão comum humana. Como outras áreas, a matemática tem uma linguagem própria que procura representar e permitir a comunicação eficiente das suas abstrações. De uma maneira diversa de outras áreas, porém, muitos professores de matemática tomam a linguagem da sua disciplina como algo sabido, deixando de inserir em seu ensino lembretes e revisões ou então fornecendo auxílio. Além das atividades que buscam facilitar a apreensão dos conceitos mais básicos, das operações, da dedução e da indução, das hipóteses e da concatenação, as aulas teriam muito a se beneficiar de esclarescimentos constantes da linguagem matemática. É claro que não falamos aqui apenas de signos, abreviações, símbolos e nomenclatura, mas de semântica e sintaxe gerais, de transmitir a capacidade de entender e apreciar expressões clássicas, acompanhar demonstrações e, o mais importante, poder expressar de maneira adequada seus próprios entendimentos.

Além da sua importância em si mesma, a matemática presta incomensurável auxílio a outros campos do conhecimento, da música às artes plásticas, passando por todas as disciplinas sociais, que ganharam em poder e precisão com o incremento da estatística, da engenharia à modelagem computacional, que sugere a efetiva previsibilidade e melhor compreensão de um sem número de eventos. A história da matemática pode ser o meio pelo qual será demonstrado que tantos campos de conhecimento são interdependentes. Exibir casos concretos em que problemas reais foram solucionados pela matemática e por suas ferramentas, da decifração de códigos de guerra à construção de pirâmides, deve ser extremamente útil para o professor que deseja captar atenção e fazer do aprendizado bom e agradável. Mas não só: a maneira como os conceitos e os padrões matemáticos permeiam praticamente todos os cantos da cultura.

Podemos nos aproximar da história da matemática por meio de diversas abordagens, sendo as mais populares a leitura e a exposição de fatos curiosos, anedóticos, interessantes para qualquer pessoa. Sugeriríamos, contudo, que o professor tentasse realizar uma espécie de reconstrução didática do desenvolvimento histórico da disciplina. Para a compreensão da evolução de um tópico ou de vários assuntos, nada seria melhor que a reconstrução de contribuições específicas, etapa a etapa, cada uma das fases relacionada aos seus personagens, cada um dos desenvolvimentos sendo explicados em relação ao estado de conhecimento anterior à contribuição e posterior a ela.

Acompanhando a reconstrução didática dos conteúdos, pode vir um esclarecimento a respeito da história social da matemática. Sabendo o que foi sabido e como esse conhecimento foi construído, é possível tentar entender o que significava saber determinada coisa em determinado momento da história, de que serviram algumas descobertas a curto e longo prazo, de que maneira a exclusividade de alguma informação foi um fator decisivo em um conflito. Informação é e continua a ser fator de privilégios – o foi para Sir Isaac Newton e também para os cientistas da computação que fundaram as empresas multibilionárias de maior destaque no mundo contemporâneo. O aluno pode aprender que saber matemática não o faz portador de uma série de deduções inúteis, mas de um poder efetivo, essencial para a construção de softwares, pontes e reatores nucleares, além da avaliação de argumentos, a dinâmica de fatos sociais, etc.

Pareceria um lugar comum dizer que o estudo da história da matemática fornece ao professor uma visão ampla, socialmente responsável, contextualizada e profunda da disciplina em que é especialista, mas isso talvez precise ser observado também. Nem todos os currículos de nível superior preparam os professores para os diagnósticos e sugestões que faremos aqui, por isso é importante discutir não somente essa perspectiva do estado geral do ensino e as sugestões para melhorá-lo, mas também alternativas ao professor que não tenha tido essa preparação prévia. Achamos justo, portanto, ultrapassar a idéia de diagnóstico e sugestões de prática didática, e acrescentar aqui também sugestões de atividade que una como pretendemos sugerir, história e matemática.

Postas essas, poucas, discussões teóricas, introduzo a minha proposta de artigo levando em consideração: revisão e literatura sobre a temática, a preocupação da inserção da comparação do cenário antigo com o cenário atual, e um pouco da história da Álgebra e o método da falsa da posição como parâmetro comparativo de resolução dos problemas existentes.

2. Revisão de literatura

Extensa é a literatura teórica disponível de autores que relacionaram o processo didático com a história da matemática, entre os quais podemos citar, por exemplo, Davis e Hersh (1989) e Mendes (2009), que muito nos servirão para o desenvolvimento deste trabalho.

É preciso notar, em princípio, em que consiste o nosso objeto de estudo, de modo que possamos então vincular sua história à possibilidade teórica de sua utilização como recurso pedagógico. Conforme Davis e Hersh (op. cit.), a matemática consiste basicamente na ciência da quantidade (aritmética) e na ciência do espaço (geometria), sendo estudados no ensino básico em princípio os números e seus manejos (adição, subtração, multiplicação, divisão e outras operações mais complexas). Este programa curricular já pressupõe por si só um profundo vínculo com a vida cotidiana do aluno, nas situações e contextos em que o uso da matemática básica será absolutamente imprescindível, o que pode servir como fundamento para a proposta de uso da história da matemática como instrumento didático, uma vez que suscita o seguinte problema: qual a fronteira entre realidade, percepção, ciência e ensino?

Parece evidente que a ciência não surgiu do nada: é fruto empírico da observação, do estudo e do labor técnico da descoberta. Mas isto, especialmente na matemática elementar, está quase que indissociavelmente ligado à vida cotidiana. E é neste sentido que a vinculação da história da matemática como uma estratégia de ensino encontra as suas primeiras bases. Afinal, uma aproximação da realidade do aluno, do uso corrente que ele fará dos conteúdos aprendidos, com a história mesma da formulação destes conteúdos consiste certamente em um recurso que não apenas facilitará o aprendizado como dessacralizará os tópicos desta disciplina que é costumeiramente tida como difícil ou desagradável.

O processo de ensino-aprendizagem é, conforme entende a pedagogia contemporânea, multilateral. É preciso que os dois atores do processo (professor/aluno) estejam em consonância em relação ao seu intermediário (a disciplina/o conteúdo) e que haja das duas partes um caráter ativo de participação neste relacionamento didático. Para tanto, o professor precisa, em primeiro lugar, estar plenamente ciente do seu programa de ensino e do conteúdo específico que ele se pretende a ensinar. Como história da matemática, entendemos não apenas a história do conteúdo matemático em sua forma pronta – sincrônica -, mas em sua evolução desde os seus primórdios e etapas de desenvolvimento por que passou até chegar à forma como hoje entendemos/ensinamos. Nem sempre, é claro, este processo é análogo, porém é importante que o docente, primeiramente, detenha estes conhecimentos e os separe em conformidade ao interesse didático.

Esta estratégia pode ser implantada através de diversas metodologias orais, escritas ou multimídia, em diversas situações dentro do ambiente de ensino: através do próprio material didático, do plano de aula do professor, de sua fala, de intervenções ao longo da explicação técnica do conteúdo específico, inclusive como recurso para quebrar o teor expositivo da aula. Tendo sempre em mente o lugar social, cultural e histórico da matemática tanto na vida do aluno como nas potencialidades que se objetiva desenvolver, é possível criar diversas estratégias para tornar o processo mais agradável.

Isto é fundamental para solucionar problemas levantados por autores como D’Ambrósio (1998), que consideram o estado da matemática nas escolas atuais como fossilizada, estanque, justamente por não haver nenhum tipo de proposta eficaz de melhoria do ensino, não apenas em recursos pontuais (como o que aqui desenvolveremos: a história da matemática), mas em toda uma modificação ideológica acerca do processo de ensino. É neste sentido que o autor sugere que haja uma vinculação entre o tópico tratado com o que de mais evidente houver na realidade cotidiana do aluno, emergindo o que parecer mais imediato. Neste sentido, o autor enquadra-se numa corrente que propõe a vinculação de ensino e história com propostas sociais e culturais que se coadunem ao cotidiano discente fora do espaço escolar.

Brito e Miorim (1999), por outro lado, focam sua análise mais no lado do professor, considerando que este precisa ampliar seus conhecimentos históricos acerca da matéria que leciona de modo a usufruir de um leque mais amplo de possibilidades didáticas de uso de recursos, mais dinâmico e criativo, objetivando o interesse do aluno.

Esta discussão acerca do uso da história da matemática não reuniu apenas literatura especializada no sentido de propor e estudar os benefícios/malefícios da técnica, mas também literatura que analisasse o que já foi produzido no sentido desta utilização: é o caso, por exemplo, de Vianna (1998), que nos traz as seguintes categorias de usos do recurso: “lógica da justificação”, “princípio genético” e “história social”. A primeira visa a interligar a lógica por trás das produções da matemática com a construção de significado para seu conteúdo; a segunda, traçar uma evolução histórica dos conteúdos; a terceira, por fim, trabalha com parâmetros dentro e fora do universo matemático, ligados ao contexto, ao cotidiano etc.

Outra proposta de classificações dos usos e benefícios da história da matemática é dada por Tzanakis e Arcavi (2000), enfatizando, entre outros, o caráter motivacional da utilização didática da história da matemática, ou seja, em um âmbito de incentivo. Não apenas a cronologia do desenvolvimento dos conceitos técnicos matemáticos, mas também as histórias de vida de grandes cientistas, problemas por eles levantados e situações conhecidas mundialmente relativas à matemática são utilizados com o objetivo de incentivar o aluno no gosto pelo estudo e pelo aprendizado da matemática.

Grande parte dos livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) faz uso do caráter histórico como um instrumento motivador, facilitando a assimilação do conteúdo por meio do estímulo à atenção e ao interesse do discente, indicando até mesmo o aprofundamento teórico na matéria, muitas vezes sugerindo que o aluno vá buscar por conta própria novas fontes de conhecimento na bibliografia sugerida pelos autores.

O recurso histórico também pode ser usado no sentido de transcender a exatidão tradicional da matemática de modo a promover no aluno uma consciência reflexiva, uma análise crítica de fundo até mesmo filosófico para o estudo. Isto se dá através do reconhecimento e do estudo dos problemas, das dúvidas, do panorama histórico, social, econômico, político e cultural que levaram a tais ou quais descobertas e avanço matemáticos. Muitas se fundam em aspectos abstrativos, não exatos e, portanto não aparentemente matemáticos stricto sensu, e justamente por isto podem promover um caminho no sentido de facilitar o entendimento da disciplina, assim como promovendo também a interdisciplinariedade. Este viés dessacralizante põe a matemática em pé de igualdade com disciplinas como história, sociologia e filosofia, pois não se trata mais de um conhecimento totalmente pronto que se dá apenas por meio de uma aula expositiva de fórmulas, mas por meio de uma progressão lógica e contextual de idéias, de pensamentos de homens que, ao longo dos séculos e dos milênios, foram trazendo a matemática ao estado em que hoje se encontra.

Autores como Davis e Hersh (1998), adeptos da lógica matemática como mola fundamental da prática científica, defendem que o único meio para validar uma descoberta ou teoria é provando-a matematicamente, ou seja, utilizando o conjunto de códigos matemáticos disponíveis. Sem isto, não se pode considerar que se trata de ciência. E, segundo os autores, valem inclusive para as ciências humanas, tradicionalmente tidas como não usufruidoras da matemática como linguagem de descrição ou mesmo técnica de pesquisa, uma realidade que vem se modificando ao longo do tempo.

Desta forma, emerge um novo parâmetro de entendimento da matemática, pois esta não é somente uma disciplina que já é dada pronta com teorias a serem absorvidas pelos alunos, mas uma construção social, histórica e cultural que deve ser, portanto como tal analisada, entendida e, é claro, ensinada. Destarte é senhor que o professor passe ao aluno a história da evolução do conceito matemático além do próprio conceito em si, bem como sua vinculação com o dia a dia do aluno.

O cartesianismo, profundamente presente na didática da matemática até os dias de hoje, precisa ser conforme o pensamento destes autores progressivamente substituído por um processo de ensino mais engajado. Os tópicos, passados de maneira fragmentada, pouco pragmática, excessivamente teórica, lógica e formal, devem ser, portanto, estreitamente concatenados com as demais variáveis sócio-históricas com que se relacionam inevitavelmente.

Desta forma, considerando todas relevantes contribuições supramencionadas, apresentaremos a seguir alguns fundamentos que nortearão a pesquisa no sentido de prover, no ensino básico, horizontes históricos para os conteúdos de Álgebra, tão relevante para a educação da infância e da juventude.

3. A inserção no panorama escolar

Ademais, como anteriormente sugerido, o ensino da história da matemática também pode ter um uso inspirador ou motivacional. Os problemas, dilemas, peculiaridades e descobertas das figuras que construíram as partes dos conceitos, relações e métodos específicos estudados em uma determinada aula podem ser um fator de manutenção e criação de interesse.

Contra uma tendência comum dos livros didáticos, contudo, o docente deve resistir à tentação de despejar curiosidades sobre as vidas dos matemáticos, atribuindo-lhes um prestígio de autoridade que nada tem a acrescentar no ensino dos conteúdos. O profissional do ensino básico é aconselhado a se concentrar na história intelectual, nunca desconsiderando, obviamente, a história social, cultural e política. Por história intelectual, queremos dizer os relatos concernentes aos processos mesmos de descoberta, os passos que formaram a condição possível para os desencadeamentos posteriores, os avanços individuais e as contribuições de cada um dos estudiosos envolvidos com a construção do conhecimento.

A ideia precisa ser bastante clara: assim como os homens e mulheres do passado construíram esse saber – como aqui estamos vendo o processo explicado, não apenas ouvindo referência indireta ou sugestão dos acontecimentos –, também podem os alunos reconstruí-lo retroativamente, superando suas próprias dificuldades cognitivas em conjunto. Apesar de o agente individual ser quem dá testemunho da adequação das expressões e veracidade dos resultados (dadas às premissas), é imprescindível tornar fácil a compreensão de que todo saber é construção coletiva, refinado e elevado pela colaboração de incontáveis inteligências. Assim, parece interessante lançar mão de atividades que façam todos os alunos participarem, ajudando-se mutuamente.

Em muitos casos, é possível encontrar exercícios que farão os alunos entenderem um tipo de abstração. Bem trabalhado, explicado de diversas maneiras, essa atividade pode ser plataforma para a explicação de como um raciocínio semelhante possibilitou a resolução de um problema matemático clássico, de uma querela ou dificuldade historicamente definida. Tendo resolvido um problema cuja resolução depende de um processo de raciocínio semelhante aos que foram necessários para o avanço do saber matemático, os alunos poderão entender que não são apenas os receptores passivos de um saber concluído, mas que têm em si a capacidade para participar de um movimento intelectual contínuo, antiquíssimo, rigoroso, impressionante e admirável.

As muitas aplicações da matemática devem ajudar o docente a cativar a atenção dos alunos de maneira bastante eficiente também. Os estudiosos envolvidos com a produção matemática não foram sempre indivíduos com os mais puros interesses intelectuais. Muitos desses estudiosos possuíam motivações econômicas, políticas, muitos passos foram dados para ultrapassar o inimigo, decifrar suas mensagens, superá-los em excelência tecnológica ou estratégica. É frutuoso ensinar que como um conhecimento que permite muitas aplicações, a matemática é um poder.

Afasta a inteligência comum a ideia de gasto de energia e atenção em uma curiosidade interessante. Por isso a ponte entre qualquer conhecimento e o mundo real das aplicações – ou mesmo das teorizações que permitem aplicações novas, a explicação dos paradigmas como cenário de transformações – precisa ser feita. A história da matemárica pode ser utilizada para que o aluno tenha uma imagem bastante clara de como esses conhecimentos contribuíram para a construção do mundo ao seu redor.

As mais diversas tecnologias podem ser relacionadas a avanços específicos da matemática. A técnica que traz a todo o conforto, mas também as mais terríveis armas. Faz parte do mundo das aplicações essa ambiguidade moral, ou melhor, essa amoralidade, a noção de que um conhecimento operativo por si só não aponta para qualquer direção. Esse aspecto não precisa ser destacado com uma intenção moralizante, mas deve estar sempre presente.

É importante que se compreenda que as sociedades têm códigos de valores, orientações axiológicas diferentes, e que as nossas preferências e contradições são essas entre muitas anteriormente dominantes. A que nossa tecnologia serve então? Nosso conhecimento matemático, o dos alunos e os dos grandes estudiosos de institutos e centros de pesquisa são empregados em quais aplicações? Muito pode ser dito sobre essas perguntas que podem ser respondidas pelos alunos mesmos através de trabalhos em colaboração.

E se a matemática é uma ciência construída socialmente, vale também ensinar os diferentes tipos de organização social em que esse saber pode surgir. A matemática, precisamos ensinar, veio tanto de membros da Real Sociedade de Londres quanto dos contextos mais improváveis, como a biografia de Ramanujan pode provar. Esse saber foi instrumento para a construção de empreendimentos de intenções mais variadas, sendo diferentemente tratado por organizações sociais diversas.

Da decifração de mensagens de guerra à produção de modelos financeiros de incrível complexidade, a matemática se demonstrou essencial, estando por trás da estrutura lógica, de planejamento e concretização de um sem número de ambições humanas. Sua história serve não apenas de ilustração para que o docente alcance o que deseja, mas de **meio efetivo** de compreensão de lugares comuns: a matemática nos circula, todo artesão, arquiteto e engenheiro precisa de matemática, não seria possível ter o que temos sem a matemática etc.

Na prática docente, deve-se buscar uma estratégia para aproximar a imperatividade do aprendizado das técnicas matemáticas, conforme o currículo escolar, da contextualização, da realidade do aluno, da aplicabilidade prática e, por fim, de uma abstração ou relativização do que é apredido, tendo como finalidade a quebra da mitificação generalizada que é erguida em torno do aprendizado matemático para aqueles que, supostamente, não possuem "talento" ou inclinação natural para a prática.

Uma destas, que neste trabalho propomos, é a utilização do viés histórico como maneira de fomentar o interesse e também de dessacralizar o processo de ensino-aprendizagem. Desta forma, é útil que o professor referencie, por exemplo, durante o ensinamento de equações básicas de primeiro grau, o fato de que tais técnicas de manipulação dos números e suas variáveis substitutivas vêm sendo utilizadas há milênios, desde os babilônios, egípcios, gregos e chineses. É viável e indicado trabalhar com ilustrações, cópias de papiros e representações pictóricas relacionadas ao tema em questão, de modo a fomentar a curiosidade do aluno.

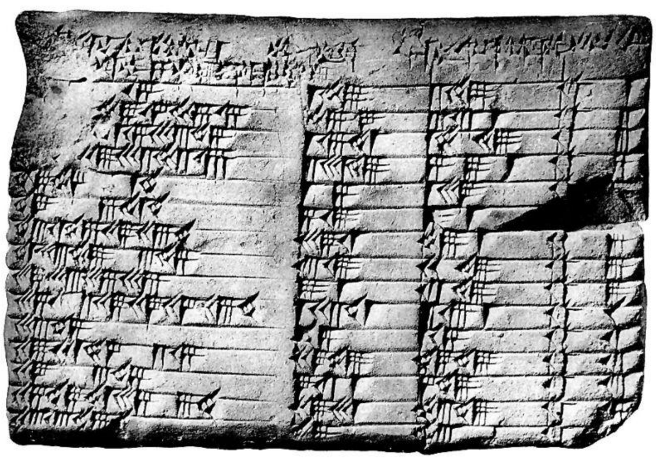

Figura 1: Plimpton 322 – tableta babilônica de argila, em escrita cuneiforme.

São muito comuns, nas definições e teorizações científicas, que os patronos daquela em especial sejam homenageados pela posteridade com seus nomes atrelados à vocabularização da mesma. É o caso, por exemplo, do Teorema de Pitágoras, do Teorema de Fermat-Wiles, do Binômio de Newton, do Triângulo de Pascal etc. Em casos como este, a aproximação histórica torna-se ainda mais viável e auto-evidente, pelo entrelaçamento inquestionável e inseparável do próprio aspecto histórico da nomeação da teoria com a teoria mesma.

Torna-se, portanto, muito mais simples para o docente realizar uma aproximação com o aluno, buscando despertar seu interesse através de demonstrações superficiais sobre o surgimento e o desenvolvimento da teoria, da leitura de uma pequena biografia do estudioso que a cunhou, bem como do momento histórico em que viveu, que importância tem este aspecto para a matemática atual e, se possível, para o pensamento de modo geral. A interdisciplinaridade torna tarefa mais simples o ensino da matemática, pois também corrobora com a desmistificação da matéria, pondo-a no mesmo plano das demais.

É importante lembrar que didática é muitas vezes uma questão de organização expositiva, de colocar conscientemente uma estrutura na transmissão e contato do conteúdo. Didática é técnica de ensino, mas também ciência do ensino-aprendizagem e, como professores, podem e devem ser capazes de fazer e responder, pelo menos parcialmente, a perguntas como "qual é a melhor maneira de ensinar equações ou frações para alunos do quarto ano? E do nono?".

Fazer perguntas nunca se afigura como atividade tão difícil quanto respondê-las, apesar da essencialidade das duas atividades ser indubitável? Fato é que devemos estar preparados com o máximo de recursos para enfrentar todas as situações didáticas e não pretendemos de qualquer forma afirmar que a abordagem histórica mesclada à exposição comum dos conteúdos matemáticos é a melhor ou mais completa maneira de ensinar qualquer coisa. O que queremos sugerir é que o docente, vendo ser este um recurso possível e disponível por meio de algum esforço e estudo, deve pensar em adquirí-lo.

Como pretendemos tratar especialmente da história da matemática e do seu valor para o ensino-aprendizagem da disciplina especialmente para alunos do oitavo e nono ano, pareceu-nos interessante recorrer à Álgebra, à sua história e ao método da falsa posição, como os problemas algébricos foram tratados por tanto tempo – antes que tivéssemos os recursos simbólicos e as convenções que nos poupam tanto tempo e nos permitem tantos *insights* sobre o processo algébrico. A apresentação histórica de cada assunto serve tanto para que compreendamos o peso da dimensão histórica no ensino do assunto, quanto como recurso para o docente interessado na proposta.

4. História geral da álgebra

Sendo a álgebra elementar estudada na escola caracterizada especialmente pela utilização de variáveis indefinidas para representar números, é interessante notar, de início, como estímulo ao aspecto histórico do processo de ensino-aprendizagem, que o próprio código do qual a ciência faz uso (os números) não são um atributo naturalmente existente na estrutura cognitiva da espécie humana (DAVIS & HERSH, 1989).

O conteúdo e a significação de tal afirmativa, quão óbvio pareçam em princípio, são frequentemente negligenciados no dia a dia atual, uma vez que, tal como os códigos linguísticos, os códigos numéricos estão de tal modo atrelados à experiência de viver do homem moderno que parece ao mesmo tempo óbvio e sem propósito esta separação descritiva. Entretanto, o procedimento histórico é justamente o que nos leva a refletir acerca de questões basilares do desenvolvimento sociocultural e, desta forma, é imprescindível recorrermos a uma aplicação detalhada do método não apenas aos conteúdos do *curriculum* escolar, mas aos fundamentos que fazem da disciplina matemática o que ela hoje é, e para tanto precisamos de início discorrer sobre a origem, a formação e o desenvolvimento da álgebra e da manipulação dos números.

Configurando algumas abstrações em que a aritmética eventualmente desembocou, a Álgebra tem esta nomenclatura remontando ao século IX da era cristã, quando Abū ‘Abd Allāh Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī, polímata persa, escreve a obra *Al-Kitab al-muhtasar fi hisab al-gabr wa-l-muqabala*, e justamente do termo *al-gabr* origina-se a futuramente tão conhecida e difundida Álgebra.

A obra versava sobre reduzir e restaurar as equações de modo a atingirmos as suas raízes, sendo este processo o ato de transpor variáveis e termos para o lado oposto da equação, e aquele o ato de unificar termos que apresentassem semelhança. Inicialmente, al-ǧ abr era a atividade de remoção de números negativos, raízes e números elevados ao quadrado através da adição de quantidade idêntica em ambos os lados da equação, destarte que $x^2 = 40x - 4x^2$ é reduzida para $5x^2 = 40x$; e al-muqābala era a atividade de mover os termos com quantidades da mesma natureza para o mesmo lado da equação, destarte que $x^2 + 10 = x + 2$ se reduziria em $x^2 + 8 = x$. Futuramente, como vimos, o primeiro tipo de procedimento, por metonímia, passou a designar toda a nomenclatura da ciência.

Assim, embora inicialmente tratasse do estudo de problemas que mais tarde seriam expressos em forma de equações, hoje em dia o ramo da álgebra engloba outras subáreas, de modo que, antigamente, estudava-se exclusivamente o processo de resolução das equações e, atualmente, diversas estruturas como anéis, corpos etc. Interessante notar que os primeiros passos no desenvolvimento algébrico remontam ao segundo milênio A.C., e por “álgebra antiga” entendemos todo o período desde o surgimento de sua forma embrionária até meados do século XVIII, quando foram percebidos e descritos sistemas de utilização das operações aritméticas – subtração, adição, divisão, multiplicação, radiciação. Da mesma forma, nem sempre os números foram descritos por símbolos especiais como hoje o são, de modo que tivemos fases exclusivamente verbais – com palavras e posteriormente abreviações de palavras, como na Babilônia, na Grécia e no Egito – e depois com os códigos numéricos que foram sofrendo inúmeras mutações até a forma como hoje são universalmente conhecidos.

Na Babilônia, tábuas de argila de diversos tamanhos, das quais quinhentas mil já foram descobertas até a atualidade, eram utilizadas para realizar a notação de conhecimento, na escrita cuneiforme. Centenas destas tábuas tratavam exclusivamente da ciência matemática, e através deste legado hoje podemos concluir que o povo babilônico era muito versado no cálculo e no seu estilo de proto-álgebra, desenvolvendo inclusive verbalmente um método para realizar o cálculo da radiciação dos números, bem como as equações quadráticas e cúbicas puras e mistas.

No Antigo Egito, onde a matemática era utilizada por um viés basicamente pragmático, os papiros e as inscrições revelam descrições dos procedimentos aritméticos da multiplicação e também da divisão, assim como das frações unitárias, do cálculo da área do círculo entre outros. A dificuldade em lidar com frações era, contudo, severa, o que alguns historiadores sugerem ter impedido o desenvolvimento geral da matemática egípcia de maneira significativa.

A Grécia tem um papel importantíssimo na evolução histórica da álgebra e da matemática de maneira geral. Sua contribuição intelectual é, em verdade, inegável em praticamente qualquer campo imaginável do conhecimento humano. Donos de uma cultura especialmente afeita ao diálogo e com uma longa tradição de discurso público e do treino na retórica, os gregos desenvolveram um senso de confrontação de impressões e assertivas cujo nome é dialética. Seus grandes pensadores buscaram respostas para indagações comuns em fontes outras além das religiões tradicionais. Preocupados antes de tudo em realizar distinções abrangentes para conceitos usados sem muita precisão e imprimir uma razão comum a noções básicas (O que é a justiça? O que é a virtude? E a existência?), os gregos também desenvolveram sobremaneira o método dedutivo, com o qual podemos obter, de maneira controlada, mais conhecimentos por meio daquilo que já conhecemos.

A matemática, que entre eles já teve até *status* de conhecimento místico, privilégio de iniciados (entre os pitagóricos e os platônicos), era o campo por excelência da separação entre a execução prática e as relações abstratas. Através de proporções e aplicações de áreas, no que revelavam uma inclinação ou aptidão especiais para a geometria, e de fato isso ficou conhecido como álgebra geométrica grega, os gregos resolviam equações que tinham uma forma descritiva frasal ou verbal.

A ocupação romana é possível causa – mas talvez apenas representativa – de um período de relativa estagnação do desenvolvimento da álgebra entre os gregos. Com Diofanto de Alexandria, no século III, a álgebra revive com o acréscimo do estilo sincopado – o uso de abreviações na escrita das equações que antes apereciam em forma descritiva. Em sua obra, Diofanto descreve equações indeterminadas, que ficaram conhecidas como diofantinas, e introduz aquilo que seria um marco no caminho até a notação algébrica propriamente dita.

É consenso entre os historiadores a influência sofrida pela Índia por parte da cultura helênica. A matemática hindu deve em muito às matemáticas hindu e grega, que se utilizaram do estilo sincopado e o desenvolveram. Uma das grandes contribuições da álgebra por parte dos indianos é o método de solução das equações de 2.º grau. Bhaskara, um matemático do século XII, tem seu nome repetido por estudantes de todos os cantos do mundo até hoje.

A lógica expansionista do Islã levou muitos dos povos árabes à influência direta ou indireta sobre a Pérsia, a Índia, a Mesopotâmia, o Norte da África e parte da Europa, sobretudo a Espanha. Foi por meio de estudiosos islâmicos que muitos europeus medievais puderam encontrar as riquezas da matemática grega e hindu, graças à dedicação e resiliência na maior parte das vezes anônima de copistas e tradutores árabes. A axiomática moderna que chamamos de álgebra perdeu muito das suas características indissociavelmente árabes e islâmicas. A ciência da partilha e da herança era também a ciência das proporções divinas e do estudo das constantes da criação, das inferências que confirmam a abundante glória e a absoluta transcendência do Criador. Mas é essa ciência, carregada de significados paralelos e de pressupostos religiosos, que é a base do que chamamos de álgebra de maneira indistinta em todo o mundo hoje.

Apenas no século XVI, a álgebra como conhecemos passou a se desenvolver, introduzindo alguns símbolos primordiais que foram sendo lapidados ao longo de dois séculos. Só no século XVIII, a notação algébrica foi padronizada e aperfeiçoada, de modo que não apenas servisse como metodologia de resolução de equações para adentrar nas suas profundidades teóricas, descrevendo-as.

Os fundamentos algébricos como os conhecemos hoje são fruto do trabalho de, entre outros, estudiosos como o norueguês Niels Abel (1802-1829) e o francês Evariste Galois (1811-1832), com o desenvolvimento de números complexos, viabilizando o estudo das relações entre as raízes e os coeficientes das equações polinomiais.

Graças aos avanços da algébra e do seu simbolismo, diversos outros ramos da matemática puderam evoluir, aplicando-se a outras vertentes de estudo dele derivadas ou a ele relacionadas. A própria álgebra passou por um processo evolutivo bastante considerável, uma vez que, desde a Antiguidade até o início da Era Moderna, limitava-se a uma aplicabilidade concreta, trabalhando com variáveis representativas de números inteiros, reais, racionais ou complexos, com um manejo das propriedades e da lógica do funcionamento interno bastante intuitivo.

No século XIX, entretanto, ocorre uma formalização de todos estes conceitos e aplicações, de modo que os componentes das operações não mais precisam ser numéricos, mas constituir-se até mesmo de elementos, cuja natureza já não é mais tão importante. Surge, assim, a álgebra abstrata, que não apenas modifica o paradigma do que a álgebra consiste, mas da própria definição de matemática.

Esta foi uma época de profundas modificações para o mundo da ciência e particularmente para as ciências exatas foi um momento de grandes passos para reestruturar toda a forma de pensar e teorizar. Lobachevsky, na década de 1820, separaria a geometria, finalmente, do mundo sensorial, difundindo a geometria não euclidiana; Peacock, após 1830, faria o mesmo com a álgebra, libertando-a da aritmética.

Fundada a Analytical Society, Herschel e Babbage, juntamente com Peacock, buscavam reformular completamente o ensino do cálculo, numa tentativa de reaproximação entre os ingleses newtonianos dos demais europeus, seguidores de Leibniz. Os debates sobre o pioneirismo da descoberta do cálculo são das mais notáveis discussões científicas da época, e acabou por gerar uma separação, em grande parte maléfica, dos ingleses em relação ao resto da comunidade científica. Com uma notação newtoniana mais pesada e uma evidente maior dificuldade na transmissão do conhecimento aos novos aprendizes, os britânicos acabaram por se isolar e demonstrar menor viabilidade de criação e renovação científica, se comparados aos demais estudiosos da época. Entretanto, os matemáticos de Cambridge supramencionados acabaram por, em meio a toda esta excitação intelectual, delinear novos rumos para o estudo da álgebra.

Peacock, no seu tratado de 1830, mostrou que a álgebra poderia concatenar uma série de variáveis de elementos abstratos de modo a desenvolver as suas consequências lógicas. Os símbolos utilizados pela álgebra não precisam estar pré-determinados, e por serem arbitrárias suas combinações também se dão por uma regulamentação arbitrária, de modo que não são mais as operações que definem quais são as leis, como na aritmética, mas exatamente o contrário.

De Morgan (1830), matemático que segue a mesma linha de raciocínio, também propõe pensamentos semelhantes:

> Nenhuma palavra ou sinal em aritmética tem um átomo de significado neste capítulo, cujo assunto são símbolos e suas leis de combinação, dando uma álgebra simbólica que pode tornar-se a gramática de cem álgebras diferentes e significativas.

Desta forma, as variáveis de que a álgebra costuma tratar (x, y, A, B etc.) podem significar não necessariamente números, mas até mesmo valorações abstrativas como virtudes, vícios etc.

Entretanto, no processo de ensino-aprendizagem, ainda constitui um grande empecilho ao aprendizado do corpo discente que, embora consiga apreender a lógica por trás da simbologia matemática, muitos alunos não consigam transformar este conhecimento técnico numa linguagem plenamente dominada, que pode ser utilizada para melhorar o raciocínio matemático, sua capacidade abstrativa e relacional.

Diversos autores procuraram promover uma teorização acerca das dificuldades do ensino da matemática, em especial a álgebra. Lins e Gimenez (2006), por exemplo, categorizaram três pontos de vista principais através dos quais esta área da matemática é ensinada nas escolas: a primeira, que é intitulada pelos autores letrista, promove uma identificação muito grande entre a lógica formal algébrica e sua notação, o que consistiria num reducionismo operacional e funcional, fundamentado apenas no manejo simbólico sem sentido pleno; demonstração e representação da generalidade, advindo da reflexão acerca das operações algébricas, sendo as notações e os símbolos meios para demonstrar as idéias; por fim, a ótica estruturalista, cujo enfoque reside nas propriedades das operações algébricas, suas estruturas, incluindo, ainda, as implicações que podem gerar no campo da geometria.

Fiorentini ET al. (1993) promovem outras três categorizações para as propostas pedagógicas por trás do ensino da matemática: na primeira, de fundo linguístico e pragmático, a álgebra é reduzida a um instrumento solucionador de problemas e equações, sendo ensinado aos alunos métodos e técnicas para resolver estes impasses; na segunda, de cunho fundamentalista e estrutural, busca-se trabalhar com as propriedades e estruturas operacionais; na terceira, fundamentalista e analógica, busca-se uma espécie de equilíbrio entre as duas primeiras, mantendo-se tanto a visão da álgebra como instrumento técnico e prático, que é quanto o estudo das propriedades das operações, de modo que a lógica não seja perdida.

Os autores supramencionados concordam que, em nenhuma das concepções já utilizadas no ensino da matemática, conforme suas diferentes categorias se promove um desenvolvimento do pensamento abstrato, da reflexão ou da lógica analítica, de modo que, inevitavelmente, o aluno estará prejudicado durante o processo de ensino-aprendizagem, seja qual for o viés pedagógico que a escola (ou o mestre) adotar.

É nítido que um dos maiores obstáculos para o ensino da álgebra seja justamente a quantidade de regras existentes por trás das técnicas ensinadas pelo viés pedagógico instrumental. É certo que é inevitável fugir desta ótica, pois evidentemente parte da relevância da álgebra, não apenas no campo teórico, mas no dia-a-dia, reside justamente em sua aplicabilidade prática, em seu viés pragmático, entretanto não é, como já vimos, possível reduzi-la apenas a isto, muito menos derivar desta dificuldade imediata e superficial dos alunos um pano de fundo teórico que se auto-justifique. Garcia (1997) aponta que pode haver interpretações derivadas que sentenciem, por exemplo, que a configuração da dificuldade do ensino e apreensão da álgebra existe devido à abstração a ela inerente. Sabemos, porém, que a abstração é uma conjunção de conceitos, e que conceitos são descritíveis por meio de símbolos (palavras, números etc.), portanto a concretude superficial e denotativa destes símbolos é desenvolvida e elevada para se tornar um conceito. Estes conceitos precisam ser ensinados no processo de ensino-aprendizagem na escola e, como todo conceito possui uma história, uma evolução, um princípio e um progresso de desenvolvimento que vai tomando diferentes configurações com o passar do tempo, uma das estratégias para ultrapassar essa aparente dificuldade seria justamente uma abordagem histórica do ensino.

Desta forma, os alunos não mais estariam expostos a um instrumental técnico com uma série de regras complexas e de difícil assimilação, nem somente também às justificativas para a configuração deste instrumental sincronicamente, mas poderiam construir, junto com o professor, a configuração do conceito científico tal como ele está hoje, através de um estudo diacrônico desde o surgimento e durante o desenvolvimento deste conceito.

É preciso, contudo, que o trabalho do professor não se limite apenas à exposição oral/escrita de aspectos históricos da matemática concernentes às atividades promovidas conforme exige o currículo escolar; mais que isto, é tarefa do professor buscar aproximar os aspectos históricos da lógica algébrica da matéria específica tratada, procurando promover a conversão de seus ensinamentos em exercícios iniciais que se mesclarão também à abordagem pragmática da álgebra, que é seu fim mais imediato, e também ao estudo da lógica das operações. Isso faremos com o método da posição falsa, que terá seu fundo histórico exposto a seguir, e com o papiro de Rhind, exemplo clássico da proto-álgebra Antiga.

Estas atividades, combinadas, poderão trazer ao aluno, finalmente, a possibilidade de apreender o pensamento analítico, a lógica algébrica e, é claro, aniquilar o mito do medo da matemática historicamente construído. Vejamos o método da falsa posição, a seguir.

4.1. O Método da falsa posição

Até ainda o século XIX, o método da posição falsa era utilizado para resolução de equações de primeiro grau. No livro de 1843 Elementi di matematica, de V. Buonsanto, da Società Filomatica, encontramos a passagem:

> Devemos procurar por um número que resolva o problema: mas você só o encontrará por meio do 'número falso', que não resolve o problema. Essa é a 'regra da posição falsa'. Disseram-lhe: um terço e um quarto do meu dinheiro são 24 ducados. Quanto dinheiro eu tenho? Como você não sabe o número certo de ducados, você supõe que quem está falando tem 12 ducados. 'Esse número, suposto de maneira tão arbitrária, se chama posição'. Mas é fácil ver que essa 'suposição é falsa', porque um terço e um quarto de 12 são 4 + 3 = 7, então seu amigo não deveria ter 24 ducados por um terço e um quarto, mas 7. Todavia, você pode continuar da seguinte maneira: se 7 é o resultado da posição falsa 12, de que número 24 vem? Você fará 7: 12 = 24 : 288/7 e 288/7 = 41 e 1/7. Seu amigos tem 41 e 1/7 ducados. Para resolver esses problemas, você pode supor qualquer número, mas é melhor escolher de modo a evitar frações. Também é melhor escolher um número pequeno.

Em outras partes o método da falsa posição também foi bastante popular. Podemos encontrá-lo descrito e recomendado como metodologia padrão de resolução de equações de primeiro grau em muitos livros brasileiros e americanos de álgebra até o século XIX.

No que consiste de fato o método? É um método porque consiste em um conjunto de atos por meio dos quais podemos resolver certos tipos de problema. Que tipos de problema? Normalmente, de aritmética, cálculo e álgebra, este último tipo consistindo no mais importante para nós. Como referido no trecho de Buosanto, acima, o método inicia a sua rotina de resolução de um problema por meio de testes dos valores de uma variável. Feito o primeiro palpite, a pessoa que ambiciona resolver o problema deve fazer adaptações adequadas para chegar ao resultado.

Há dois tipos básicos no método da falsa posição, o *simples* e o *duplo*. O primeiro serve para resolver problemas de proporção direta, como "determine x tal que

$$ax = b$$

sendo a e b conhecidos". Com o método *duplo,* podemos resolver problemas que podem ser algebricamente descritos da seguinte maneira: "determine x tal que

$$f(x) = b,$$

Sendo sabido que

$$f(x_1) = b_1, \qquad f(x_2) = b_2.$$

Antes de resolver problemas com o método, porém, tentemos buscar as suas origens.

Hoje sabemos que o método tem origens antiquíssimas e não-européis, mas nem sempre foi assim. Por muito se acreditou que sua origem era Leonardo Fibonacci (também conhecido como Leonardo de Pisa), o grande matemático italiano do século XIII, talvez o maior estudioso da matemática de toda a Idade Média. A origem exata do método é incerta, mas o caráter eurocêntrico da atribuição pode ser descartada por meio da comprovação histórica em fontes orientais e asiáticas muito anteriores ao século XIII (MENDES, 2009).

Há evidências do método em vários pontos da História Antiga, do antigo Egito até a China. Nestes dois casos, encontramos manuscritos que se referem ao procedimento como algo há muito sabido, razoavelmente estabelecido entre as classes letradas em aritmética, com alguma numeracia. O anteriormente referido papiro de Rhind, preenchido com considerações do escriba Ahmes, é dos documentos o mais antigo sobre o tema, mas ele não é em nenhuma parte apresentado em detalhes, como um advento metodológico. Conclui-se, por isso, que o método era já conhecido quando da confecção do papiro.

Falamos anteriormente da matemática como parte da retórica ou pelo menos desenvolvimento da arte dialética grega. Certos historiadores da ciência, considerando que a matemática egípcia tinha também essa característica, consideram que o método da falsa posição não se enfileira na série de conquistas da formação da álgebra: é antes um exemplo de aritmética aplicada, já que não se utiliza de formas simbólicas para a operação do racioncínio (MENDES, *opus cit.*). Outros historiadores, mais flexíveis em sua consideração de gênero a que pertence o método, colocam-no como a marca distinta de um período pré-simbólico da álgebra, entre o retórico e o sincopado, no qual há uso de abreviações na escrita e se compreendem o problema por meio de intuições descritivas.

Melhor definido por sua forma de prosa explicativa e especulativa, o método da falsa posição pode ser encarado como um dos melhores representantes da álgebra retórica, que poderia até se utilizar de símbolos, porém não era primariamente desenvolvida com operações convencionadas entre eles. A álgebra só passou dessa fase à simbólica graças a desenvolvimentos paralelos ao seu próprio: o sistema numérico posicional, que permite a escrita do número e das suas operações de maneira concisa e o desenvolvimento histórico, este um fator mais social que matemático, do comércio e das práticas administrativas a ele necessariamente associadas, nas quais é preciso representar os operadores também de maneira simbólica para que os registros possam ser compreendidos posterioremente.

A álgebra egípcia existia então, ao menos de forma rudimentar: isso temos estabelecido. Seu tipo ou forma pode ser diferente do que conhecemos hoje, mas o objetivo central da atividade parecia exatamente o mesmo, ainda que por métodos não mais utilizados. Mas essa questão merece mais destaque, pois precisamos compreender como as coisas se colocavam para os egípcios. Apesar da imensa semelhança com nossas equações lineares, os problemas colocados no papiro de Rhind parecem um repertório de tipos que poderiam ser resolvidos por meio do método da falsa posição. As soluções são procedimentais, exemplares – o método não é explicado em nenhum momento e também parece claro que a razão do seu funcionamento poderia ser desconhecida por todos os egípcios. O método seguia uma direção inteiramente diferente da nossa matemática, que busca, por meio da razão especulativa, o motivo de funcionamento de soluções; era, portanto, indicação prática de resolução em primeiro lugar.

Uma exigência de rigor classificativo nos obriga a dizer, pelas razões apresentadas acima, que a álgebra podia existir de algum modo entre os egípcios, mas o método da falsa posição não pode ele mesmo ser considerado álgebra, pois é apenas um procedimento, um "macete" ou rotina. Esclarescemos que o estado do uso de símbolos nada tem a ver com essa definição: falta ao método a generalidade dos métodos algébricos completos, a compreensão que o faria universal e utilizável de maneira adaptável a diversos problemas. Sabemos que nem mesmo os escribas egípcios compreendiam que o método da falsa posição podia fornecer solução para qualquer equação linear – vemos sua sugestão de utilização de outras e mais complexas rotinas para resolver problemas que poderiam ser resolvido da mesma maneira que os problemas mais famosos do papiro de Rhind. Isso significa dizer que o objeto algébrico não fora captado, mesmo que a dimensão problemática tivesse sido de maneira prática (STRUIK, 1989). O conceito de equação linear, se existia, existia de maneira muitíssimo rudimentar.

Destacamos que mais importante que o fato facilmente perceptível do desenvolvimento, disseminação e da implementação de um sistema simbólico, é a compreensão da generalidade, da universalidade das soluções, das quais podemos deduzir fatos matemáticos importantíssimos. A generalidade só pode ser entendida quando compreendemos o porquê do funcionamento de uma determinada rotina, quando sua desconstrução pode ser ferramenta de intelecção de estruturas matemáticas. Podemos dizer que os egípcios tinham *um método*, mas não *tinham método*. Não foram capazes de transformar um hábito intelectual em uma possibilidade geral de intelecção. É possível especular que foi impossível resolver equações lineares por falta de um alfabeto com caracteres diferenciados. Sabemos que a escrita egípcia era bastante sintética, e que o hábito de uso de caracteres que possuem em si grandes significados podem não ter fornecido base imaginativa suficiente para a associação de quantidades definidas a símbolos de maneira eficiente.

A álgebra escolar tem muito a se beneficiar do estudo da matemática egípcia, mesmo considerados esses problemas da generalidade e da justificativa das soluções dos problemas. Contemplando esse momento específico da história da mtemática, percebemos que é possível ao ser humano criar rotinas de resolução que não abrangem o entendimento verdadeiro daquele procedimento, fato que parece ser muito comum em sala de aula. Não raros são os alunos que para a obtenção de grau passam a vida escolar praticamente inteira sem entender direito os conteúdos da matemática, crendo bastar a memorização dos passos de resolução dos problemas mais comuns. O professor que compactua com esse tipo de ensino, que permite que os seus alunos passem por suas aulas tendo aparente sucesso enquanto não compreendem bem o que estão realizando nas avaliações, coloca-lhes como escribas de um período proto-algébrico, por assim dizer.

Os chineses também produziram extensos registros que demonstram a utilização do método da falsa posição, e pareciam utilizá-lo com muito mais frequência que os egípcios. Como no caso dos registros egípcios, também encontramos dificuldades em datar a origem primeira desses escritos, indefinidamente copiados e retransmitidos. Em “Nove Capítulos sobre a Arte Matemática”, de autoria anônima ou desconhecida, temos uma coletânea atribuída a Chang Tsang, vários registros matemáticos que compõe o livro que se sugere ser de cerca de 213 a. C. Também é considerado por alguns como uma obra feita a mando de Chou-Kung, morto em 1105 a. C. Partes da coletânea remontam a pelo menos 1000 a. C., mas há chances de que o documento seja constituído de pedaços ainda mais antigos. No seu sétimo capítulo temos uma descrição do *método do excesso e da deficiência*, forma como os chineses tratavam o método da falsa posição. Diferente dos egípcios, os matemáticos chineses colocavam a ênfase da sua exposição nos cálculos realizados, tecendo explicações que, apesar de também carecerem dos símbolos algébricos, se assemelha muito mais ao nosso modo de raciocínio. O nome mesmo que os chineses conferiram ao método sugere uma riqueza de compreensão maior. Excesso e deficiência são termos que expressam uma aproximação conscientemente buscada por meio de um processo inteligido (BOYER, 1996).

Também na Grécia encontramos marcas do método da falsa posição. Entre os gregos encontramos vasta necessidade de generalização e tentativas de encontrar justificativas para todas as resoluções mais comuns de problemas. O método aparece relacionado a problemas na *Antologia Grega* de Metrodorus no ano 500, mas já tinha sido referido por Diofanto de Alexandria em 250, em esforços que se utilizavam ainda da álgebra retórica, mas com acréscimos da álgrebra sincopada.

O método também figura em exposições de ilustres matemáticos hindus, como Bhāskara. Não é de espantar que uma civilização tão antiga quanto a hindu também tenha uma matemática tão antiga quanto a chinesa. As transmissões helênicas da Era Alexandrina colocaram um paradigma diferente para a matemática hindu, que passou então a ganhar muito da atitude generalizante e especulativa. Sarvesh Srivasta já realizava cálculos decimais por volta do século IV, no que se diferenciava radicalmente da matemática egípcia, que sempre deu um tratamento rudimentar ao problema das frações. Em seu *Vayshali Ganit*, que basicamente significa Aritmética de Vayshali, vemos descrito o método da falsa posição e a sua aplicação em problemas comerciais. A mudança radical, porém, veio com Bhāskara e o seu desenvolvimento de uma matemática cheia de símbolos, capaz de resolver problemas com algumas equações cúbicas e quadráticas, além de, obviamente, todas as equações lineares. Bhāskara foi um estudioso proeminente e conhecedor de outros campos da matemática além da álgebra, que fazia basicamente em estilo sincopado, nada retórico. Lecionou astronomia e escreveu também sobre a trigonometria esférica e a aritmética. Seu estilo sincopado beira o inteiramente simbólico, nunca chegando ao termo do estado básico atual da disciplina. Nos seus escritos, faz referência ao método da falsa posição, mas incorpora a ele muitos avanços árabes, que mais tarde seriam tomados em separado na Europa, em uma transmissão que ignorava conquistas mais avançadas, um exemplo claro de que a história intelectual humana não tem curso linear – ela pode se desenvolver paralelamente em diversos locais e, sabemos em retrospectiva, até sofrer perdas e retrocessos locais ou globais (BOYER, *opus cit.*).

As ciências árabes passam por um esplendor que duraria pelo menos cem anos a partir do início do século VII. Tanto para os doutores das leis e das ciências sagradas, quanto para os "cientistas" árabes, aqueles responsáveis por sistematizar um sistema cosmológico, foi um período de trocas rápidas e descobertas impressionantes. O nome mesmo "álgebra" veio da matemática árabe, mais especificamente do texto *Hisab al-jabr wál-muqabala*, ou *Cálculos por completamento e balanceamento*, do grande estudioso Abū 'Abd Allāh Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī. Nele, al-Khwārizmī compara técnicas de resolução de problemas e mescla o método da falsa posição com outros. Mais relevante que isso, porém, é o fato de que al-Khwārizmī passa a expressar as equações em termos de equações lineares, ainda que a sua descrição e resolução tenham componentes retóricos. Até então o que tínhamos eram resoluções de um problema que não adquiria uma forma concisa e concreta, uma expressão com a qual era possível visualizar o processo de maneira razoável. Paradoxalmente, o trabalho de al-Khwārizmī é mais retórico que o de Bhāskara ou de Diofanto: ele não lidava com sistemas simbólicos e por isso não foi capaz de ligar sua clara descrição das equações lineares a um esquema simples de expressão. A tentativa de aplicação desses métodos aos problemas geométricos, já sugerida até no Papiro de Rhind, seria melhor desenvolvida por um sucessor de al-Khwārizmī, Abū Kāmil, Shujā□ ibn Aslam ibn Muḥammad Ibn Shujā, ou Abū Kāmil. Foi o livro de Abū Kāmil, "Sobre a Álgebra", que introduziu a álgebra na Europa. Foi também por meio deste livro que Leonardo Fibonacci viria a tomar conhecimento da disciplina.

Bhāskara morre no início do século XIII, mesmo século em que a matemática européia se desenvolve por meio dos estudos de Leonardo Fibonacci, que contudo não conheceria os estudos do mestre indiano. A álgebra de Fibonacci é ainda retórica, pois não incorpora os mecanismos simbólicos propostos por Bhaskara. O matemático medieval ambicionou, com seu *Liber Abacci*, transformar as condições operacionais do mercado europeu, introduzindo os algarismos arábicos, as noções de sistemas decimais e as técnicas mais comuns da álgebra com a qual teve contato. Sua principal marca, portanto, é a de compilação, tradução e divulgação de conteúdos, não tanto a de descobrir coisas novas: o que de nenhuma maneira diminui o impacto das suas ações na matemática européia. Também devemos atribuir a Leonardo a introdução da corruptela árabe “el chatayn”, origem do termo equação, como designação da descrição de um problema. A ideia de equação é muito anterior ao termo, como já vimos, porém sabemos a importância dos avanços terminológicos em qualquer área de estudo, sem os quais é necessário recorrer a analogias e figuras de linguagem que só atrapalham no trato dos objetos.

O método da falsa posição tem estabelecido esse nome só no século XVI, por meio dos trabalhos de Baker, Trenchant e Peletier. Sua disseminação se deve principalmente à publicação da *Suma de Aritmética, Geometria, Proporção e Proporcionalidade*, de Luca Pacioli, obra amplamente baseada nos trabalhos de Leonardo Fibonacci, além de primeiro livro impresso de matemática, por isso difundido como nenhum outro antes dele. Portanto, sugerimos os problemas propostos no Papiro de Rhind, o que configura a nossa proposta.

5. A PROPOSTA: O Papiro de Rhind como cenário do Recurso Pedagógico

Apresentando o Papiro de Rhind (Anexo 1) e alguns de seus problemas, o docente tem oportunidade de ensinar aritmética e história da matemática a um só tempo, além de cumprir as muitas outras possibilidades pedagógicas antes descritas neste trabalho. Mais famoso dos papiros sobreviventes sobre matemática e a nossa maior fonte de compreensão sobre como os egípcios pensavam a respeito de números, documento de cerca de 1650 a. C., o Papiro de Rhind é provavelmente o melhor dos registros da matemática da sua época. Também é o maior documento sobre matemática que temos não só do Egito, mas de toda a Antiguidade. Ele é mantido em condições bastante delicadas, por ser extremamente frágil. Na tumba egípcia em que foi preservado, o microclima devia ser providencialmente seco e sem vento, além de inteiramente protegido da luz do sol. É possível ver as fibras de planta no papiro olhando-o de perto.

O papiro de Rhind é o segundo documento matemático mais antigo quase integralmente preservado, o primeiro sendo o Papiro de Moscou, e foi encontrado em Tebas. Seu nome vem do antiquarista escocês Alexander Henry Rhind, que em 1858 adquiriu o papiro em Luxor, no Egito, onde passava um tempo para se aproveitar do clima quente e seco, a fim de curar-se de uma severa tuberculose. Um pedaço de cerca de 18 cm do papiro ainda não foi encontrada, mas grande parte dele está no Museu Britânico; alguns fragmentos se encontram no Museu do Brooklyn, em Nova Iorque. O papiro é uma cópia do escriba Ahmes do texto original, do tempo de Amenemhat III, da décima segunda dinastia. O manuscrito egípcio está escrito em escrita hierática, tem 33 cm de altura e suas várias partes formam um total de cinco metros. Sua tradução só se deu no século XIX, mas até hoje vários aspectos da transliteração matemática ainda estão incompletos.

Ahmes apresenta o papiro como um escrito que contém “mistérios” e “o segredo de todas as coisas”, então prossegue com uma datação precisa:

> Este livro foi copiado no ano de reinado 33, mês 4 de Akhet, sob a majestade do rei do Alto e do Baixo Egito, Awserre, (...) a partir de uma cópia antiga feita no tempo do Rei do Alto e do Baixo Egito Nimaatre. O escriba Ahmes escreve esta cópia.

Nele estão detalhadas soluções de mais de 80 problemas de frações, cálculo de área, volumes, proporcionalidade, regra de três simples, trigonometria básica, geometria e aritmética. É em sua maior parcela escrito em preto, mas os títulos dos problemas estão todos escritos com tinta vermelha, assim como as explicações das soluções. Não foi escrito em hieroglifos, mas em uma espécie de linguagem administrativa abreviada.

Apesar do Papiro em si parecer completo, muito poucas informações sobre a matemática mais complexa egípcia foram preservadas. Os egípcios usavam a matemática para construção e manutenção de edifícios, administração de mantimentos e revisão do nível do Rio Nilo. O conhecimento matemático era tanto uma ferramente técnica quanto uma distinção de classe, servia para a edificação e também para manutenção da vasta burocracia responsável pela administração da civilização antiga – acredita-se que os escribas e demais classes privilegiadas com acesso ao saber desse tipo praticavam uma contabilidade complexa e bastante necessária para a ordem civilizacional egípcia.

Uma sociedade como a egípcia precisava de pessoal capaz de supervisionar a construção de edifícios, computar níveis de água, contar tropas, mantimentos e muito, muito mais. Para ser um escriba, um membro, por assim dizer, do serviço civil egípcio, era preciso demonstrar competência matemática. "Para que seja possível encher navios e descarregá-los sem perdas, para que seja possível precisar as oferendas feitas aos deuses nos dias de festa", diz um escritor contemporâneo do papiro. O Papiro de Rhind ensina tudo que você precisa saber para uma carreira administrativa, uma espécie de preparação para o serviço civil egípcio. Alguns dos assuntos do documento podem nos parecer estranhos, como a quantidade de alimento necessária para cuidar de cada tipo de pássaro.

A numeracia dos egípcios era fortemente admirada por diversos povos da Antiguidade. Sabemos que Platão recomendava aos seus alunos que aprendessem matemática como os egípcios para que se tornassem homens mais úteis e até mesmo "acordados". A questão de quanta matemática os gregos de fato aprenderam dos egípcios é disputada. Temos certeza de uma transmissão de saberes a respeito da geometria, pela qual os gregos mais tarde se tornaram também famosos.

Em alguns dos problemas do papiro, vemos a utilização do método da falsa posição. O docente pode trabalhar com esses problemas, mostrando com isso a importância do método algébrico contemporaneamente ensinado e destacando as diferenças históricas na abordagem de um mesmo problema.

5.1. Alguns problemas

5.1.1. Primeiro problema

Vejamos a diferença entre a resolução de um problema com o método de análise e o método usado pelos antigos:

Uma quantidade que se torna 19 quando lhe adicionamos a sétima parte.

A forma algébrica em notação moderna desse problema pode ser facilmente encontrada por um aluno que tenha compreendido o enunciado:

$$x + (1/7)x = 19$$

O meio de solução sugerido, então a primeira apresentação registrada do método da falsa posição, consistia em assumir que o valor de x começava sempre em 7. Então o valor resultante no lado direito é

*7 + (1/7) * 7 = 8*

A resolução do problema no papiro segundo o seguinte raciocínio: se algum múltiplo de 8 nos dá o valor 19, então o mesmo múltiplo nos dará o valor procurado.

A solução do problema se desenvolve, portanto, da seguinte maneira:

8/19 = 7/ x

De onde tiramos que *x = (19/8)/7*

5.1.2. Segundo problema

Vejamos agora um outro problema assumindo um valor diferente para o início da resolução. Lembramos neste momento que seria interessantíssimo que o docente estimulasse os alunos a utilizarem o método, para que eles possam ver como era feito algo realizado de maneira diversa. A diferença entre um método historicamente superado e o ensino atual será uma razão a mais para o interesse e um mecanismo de aprendizado. O problema, também do papiro de Rhind:

Um montão, mais a sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Quanto é esse montão?

Aplicamos o método de falsa posição na resolução, dessa vez assumindo um valor diferente de 7. Nosso valor falso será 18. Decompondo o problema, temos:

a) a adição da metade do valor assumindo, ou seja, 9;
b) seus dois terços, ou seja, 12;
c) A obrigatoriedade de testar o resultado, para depois realizar o ajuste necessário para chegar à solução real;

18 + 9 + 12 = 39

Realizando um ajuste proporcional, temos que 18 está para a quantidade que desejamos saber como 39, o resultado do nosso palpite, está para 26, logo

$18/x = 39/26$

De modo que

$x = (18*26)/39$, *logo*, $x = 12$

5.1.3. Terceiro problema

Um outro problema revela um contexto um tanto mais complexo de uso do método da falsa posição.

Oleiro, estou com pressa para construir esta casa. Hoje é um dia sem nuvens, e eu não preciso de muitos tijolos mais, pois tenho tudo o que quero, menos trezentos. Tu sozinho em um dia poderias fazer tantos quanto, mas teu filho parou de trabalhar quando ele terminou duzentos, e teu genro quando fez duzentos e cinqüenta. Trabalhando todos juntos em quantos dias você pode fazê-los?

Decifrada a linguagem algo hermética do problema, verificamos que o problema é bastante trivial para a nossa álgebra:

$300x + 200x + 250x = 300$

$x = 300/(300 + 200 + 250) = 2/5$

$x = 2/5$ *de dia*

A abordagem do escriba Ahmes não é tão simples, mas se revela bastante eficiente. Sua resolução prosseguiria na escolha de um palpite antes de tudo: suponhamos que demoraria 2 dias para fazer os 300 tijolos desejados. É necessário então o palpite:

a) Em dois dias, o oleiro faz 600 tijolos, seu filho, 400, e seu genro, 500, um total de 1500 tijolos;
b) Adequando o palpite, verificamos que 1500 são 5 vezes os 300 tijolos desejados;
c) Ajustando definitivamente o nosso palpite, verificamos então que todos os valores precisariam ser divididos por cinco, ou, em termos mais fáceis, bastando ajustar os 2 dias anteriormente sugeridos, descobriríamos que em verdade são necessários 2/5 de dia.

5.1.4. Quarto problema

Vejamos então um problema do tipo *duplo* de método da substituição. Manipulando levemente o enunciado considerando que o personagem do problema original já tinha 50 tijolos. Na notação moderna, o que temos é

$$300x + 200x + 250x + 50 = 350$$

5.2. Comentários

A resolução do problema com os recursos da álgebra moderna é, novamente, trivial. Subtraindo 50 dos dois lados da equação do problema 3.1.4, ela volta a ser uma equação verdadeiramente semelhante à anteriormente solucionada. Para os usuários dos métodos do papiro, o problema não é tão simplório: o método da falsa posição não funcionará, e talvez tenhamos dificuldade em não subtrair a quantidade 50 sem que percebamos que já estamos acostumados a usar de uma técnica então inexistente. Aliás, parece-nos tão claro hoje que os problemas são praticamente o mesmo, que isso deve ser usado didaticamente.

Que os matemáticos antigos não percebessem isso como *regra* é um fato, mas isso não quer dizer que não existissem pessoas brilhantes e capazes de enxergar a semelhança entre os problemas. O que faltava à matemática da Antiguidade era a sistematização, a esquematização, os conceitos e a compreensão de uma generalidade, que pudesse ser expressada de um modo que não dependesse de uma configuração tão específica e problemática. Os alunos podem, por meio deste exemplo, só depois de ter aprendido o método da falsa posição com os problemas anteriores e/ou por meio da resolução de outros problemas, entender a contribuição dos matemáticos que criaram o sistema algébrico que eles aprenderiam com tanta facilidade, sem qualquer apreço, admiração ou noção do seu valor relativo.

Prosseguindo na resolução deste problema pelo método da falsa posição, sabemos que o burocrata egípcio precisaria primeiro "chutar" duas respostas, digamos r_1 = 1 dia e r_2 = 2 dias. Depois disso, precisaria verificar a adequação dos seus palpites para realizar os ajustes necessários. Isso significa pensar que em 1 dia, o oleiro, seu filho e genro fazem 750 tijolos. 800 tijolos quando somados os 50 tijolos que dissemos que ele já tinha neste novo problema, ou seja, 450 tijolos a mais. Nosso primeiro "resultado errado" seria e_1 = 450. Depois, em 2 dias, verificamos que o oleiro e seus parentes fazem 1200 a mais que o necessário, logo e_2 = 1200. A solução seria dada pelo ajuste $(r_1*e_2 - r_2*e_1)/(e_2 - e_1)$ em **nossa compreensão**. Como os egípcios utilizavam-se da álgebra ou proto-álgebra retórica, seria interessante criar uma orientação com os alunos para a resolução do problema, que seria algo semelhante a "primeiro palpite vezes o segundo erro menos o segundo palpite vezes o primeiro erro dividido pela diferença dos erros".

Sem grandes dificuldades, após apresentar o manuscrito com seu fundo histórico, o docente pode abordar muitos outros problemas por meio do método egípcio. O mesmo problema será então resolvido por meio do método algébrico de análise ensinado normalmente hoje em dia. Nessa atividade, será bom sublinhar o fato de que o conhecimento matemático pode ser encarado como processo ou produto.

A análise algébrica ajuda a compreender muito do pensamento matemático de modo geral. Por meio dela, estabelecemos de maneira sintética, com uma notação definida e padronizada, os dados que temos em mãos, de modo a quase sugerir para nós mesmos uma solução consequente, apenas pela estruturação do problema. Nesse procedimento, deitamos sobre o papel uma expressão que considera um cálculo já "resolvido" ou completamente colocado e o decompomos de diferentes maneiras a fim de encontrar o que desejamos de fato. Ao fim, podemos substituir os elementos encontrados na expressão inicial, onde eles inicialmente figuravam apenas como representações simbólicas e alfabéticas. A construção já está estabelecida antes da resolução do problema; o problema costuma ser, na verdade, o estabelecimento específico de cada elemento. Pelo menos uma outra maneira de resolver problemas desse tipo já existiu e foi ensinada a estudantes de diferentes épocas. A comparação entre o que parece canônico e inquestionável com outro método deve ser suficiente para despertar atenção e conscientizar em certa medida o discente do aspecto de processo da disciplina.

6. Considerações finais

Diversas são as tentativas de uso da história da matemática por parte dos docentes e dos autores, mas esses costumam colocá-la como curiosidades sobre as vidas dos matemáticos, as descobertas que decorreram dos avanços técnicos, metodológicos ou conteudísticos da disciplina, ou sobre as descobertas e da difusão do assunto. Reiteramos que o docente precisa se concentrar naquilo que os historiadores da cultura chamaram por vezes de história intelectual, ou seja, tanto os *topoi* da matemática em momentos determinados do seu desenvolvimento, quanto os passos operacionais desse desenvolvimento, as técnicas usadas, o pano de fundo cultural, social, os paradigmas metodológicos com os quais trabalharam os matemáticos e seus estudantes.

O pano de fundo de todas as descobertas costuma ser o conjunto de condições sem as quais esses avanços não poderiam ser realizados. Frequentemente caímos no erro de pensar que toda descoberta é apenas obra de gênio de uma inteligência particularmente dotada, esquecendo que todos foram antecedidos, auxiliados e orientados na construção do conhecimento.

Da mesma maneira como outros homens e mulheres hoje ilustres utilizaram-se da herança cultural a eles acessível e com auxílio de seus mestres, amigos e familiares conseguiram aprender matemática e ainda ampliar os seus limites e horizontes, pode o aluno de hoje. Conhecer sua história, no que eles têm de humanos, falíveis, imperfeitos, é claramente um benefício. Reconstruir seus conhecimentos retroativamente, entendendo o estado da disciplina no seu tempo e comparando-o com o estado atual, superando as próprias dificuldades e entendendo a de outros pode apresentar um sem número de vantagens pedagógicas.

É a inteligência única, individual, que pode aprender e criar, absorver e reelaborar qualquer dos conteúdos da cultura humana, dar testemunho da realidade, veracidade, verossimilhança e adequação de acepções, premissas, resultados, por isso deve o aluno sempre entender que a construção coletiva do saber também precisa dele, que a contribuição de cada inteligência que compreende os conteúdos da matemática é importante como são importantes os mais ilustres estudiosos, que não escrevem, pensam e descobrem para si, mas para todos que tenham a determinação de entendê-lo.

Por meio de atividades que permitam aos alunos compreender tipos de abstração diferentes daquelas com as quais estão acostumados, criamos a base para a compreensão de um modo de resolver situações em outros tempos. O treino em diferentes técnicas e métodos de raciocínio figura como meio de entendimento de alteridade, verdadeiras pontes para a visitação de problemas consagrados, livros importantes para o avanço da disciplina.

A comunidade de uma sala de aula pode ser a base perfeita para a compreensão de comunidade temporal de matemáticos. Com atividades que incentivem a cooperação, com a realização cooperativa de desafios, pesquisas, resoluções de exercícios, explicações, etc, podemos infundir no estudante o gosto pela colaboração e sugerir a necessidade da coletividade.

Para além das intenções de aperfeiçoamento intelectual do corpo discente, há os objetivos inspiracionais e motivacionais. Antes de fazer compreensível um assunto qualquer, é necessário fazê-lo interessante, já que o aprendizado necessita da atenção. Nesse sentido, utilizar-se de quadros, papéis, jogos e anedotas não tem nada de errado, desde que o uso da história da matemática não se limite a isso. Os problemas enfrentados na difusão e estudo da matemática, seus dilemas – o caso de Pascal é famoso, também alguns de outros dos matemáticos cristãos, hindus e islâmicos –, as relações dos estudiosos, sua posição na sociedade, suas ambições, podem ser recursos para a criação, manutenção e ampliação de interesse.

Além de meio de incentivar a cooperação, fazer ser compreendida a necessidade de trabalho conjunto no avanço dos estudos de qualquer matéria, a história da matemática é, portanto, um meio de despertar interesse. Ao falar isso, porém, pode parecer que recomendamos a utilização da história dessa ciência para captar a atenção dos alunos de um jeito talvez malicioso, como quem conta um conto para desviar de uma intenção real – no caso, o ensino da matemática em nível escolar –, por isso parece-nos importante que essa intenção seja anunciada. Aprendemos a história da matemática para ganhar entendimento sobre a disciplina, para que sejamos capazes de compreendê-la em sua inteireza, não só em seu estado atual, didaticamente preparado para o ensino escolar contemporâneo, para que preservemos o interesse do que estudamos e também para que compreendamos a utilidade e razoabilidade da necessidade de aprendizado da matemática.

Por meio da história, podemos ter uma certa visão das incontáveis aplicações reais do estudo. A matemática não é feita só da admiração pela beleza de conceitos, formas e padrões.

Matemática não é só matéria de curiosidade e teorização, passa também por base de muitas aplicações, das engenharias às tentativas mais complicadas de modelagem e previsões. Em cada uma das sociedades em que aparece, encontra aplicações novas, específicas, que modificam a vida dos seus integrantes de maneira significativa frequentemente para melhor. Impressionantemente, apesar das organizações sociais serem tão diversas quanto possível, a matemática é quase sempre a mesma em todo canto – ainda que os métodos tenham nomes diferentes ou ela esteja em estados diferentes de desenvolvimento, o seu objeto não difere de forma radical.

O ensino da matemática com seus aspectos históricos pode despertar interesse do discente, retirar para ele o manto de extrema dificuldade, de ciência hermética, sagrada, inalcançável que tem a disciplina, fazê-lo entendê-la como o esforço colaborativo de um sem número de homens e mulheres e ainda servir de ferramenta operativa para o aprendizado de conteúdos atuais. Professor e aluno só têm a ganhar com a história da matemática na sala de aula.

7. Referências

BOYER, Carl B. **História da matemática**. 2ª Edição. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRITO, A. J.; MIORIM, M.A. **A história na formação de professores de matemática: reflexões sobre uma experiência**. Anais do III Seminário Nacional de História da Matemática, 1999

COLL, Cesar et al. **Desenvolvimento Psicológico e Educação**. (vol.1) Porto Alegre: Artes Médicas, 2005.

D’ AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da Teoria à Prática**. 10 ed. Campinas: Papirus, 2005.

D’AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar ou conhecer**. 5ª Edição. São Paulo: Ática, 1998.

DAVIS, P. J. ; HERSH, R. **A experiência Matemática: a história de uma ciência em tudo e por tudo fascinante**. 4. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DAVIS, P., & HERSH, R. (1995). A experiência matemática. Lisboa: Gradiva, 1998.

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Campinas: Editora Unicamp, 2004
.

MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

PEDROSO, Hermes A. **História da Matemática**. Apostila disponível em: www.mat.ibilce.unesp.br/personal/hermes. Acessado em 5 de junho de 2014.

ROSA, Ernesto. **Didática da matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2010.

SALVADOR, César Coll (Org.). **Psicologia da Educação**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

SÁNCHEZ HUETE, Juan Carlos et al. **O Ensino da Matemática; Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1989.

TZANAKIS, C. & ARCAVI, A. **Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey**. In John Fauvel and Jan van Maanen (Eds.), History in Mathematics Education. The ICMI Study, 2000.

ANEXOS – Papiro de Rhind e o Exemplo 50

Figura 2: Reprodução da parte com problemas trigonométricos do Papiro de Rhind

Figura 3: Papiro de Rhind em abertura vertical. Foto do Museu Britânico

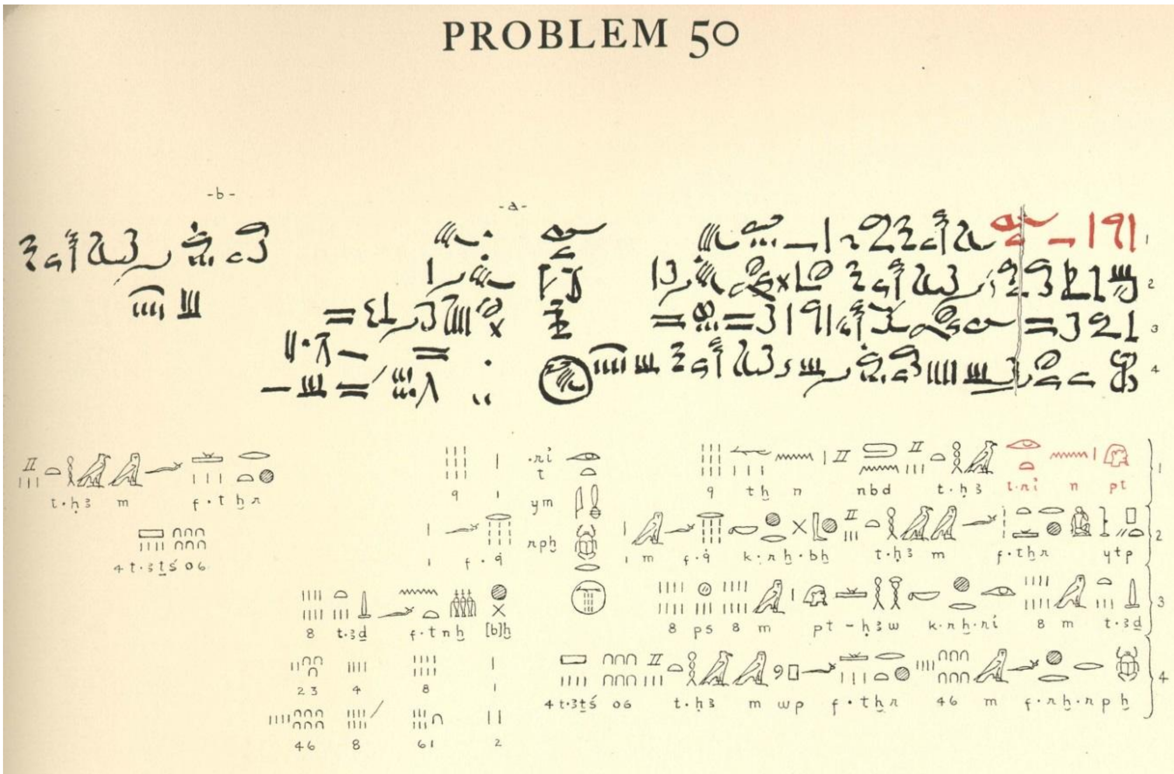

Figura 4: Reprodução de um problema aritmético do Papiro de Rhind, no qual é descrito, entre outras coisas, como multiplicar valores fracionários.