



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS I  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**ARIOBERTO VIEIRA DA SILVA**

**GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA**

**CÁLCULO DE VOLUMES**

**CAMPINA GRANDE PB  
2014**

**ARIOBERTO VIEIRA DA SILVA**

**GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA**

**CÁLCULO DE VOLUMES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de graduação.

Orientador: Prof. Ms. Fernando Luiz T. da Silva

**CAMPINA GRANDE PB  
2014**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S586g Silva, Arioberto Vieira da,  
Geometria espacial métrica [manuscrito] : cálculo de volumes  
/ Arioberto Vieira da Silva. - 2014.  
49 p. : il. color.

Digitado.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)  
- Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e  
Tecnologia, 2014.  
"Orientação: Prof. Me. Fernando Luiz T. da Silva,  
Departamento de Matemática".

1. Geometria espacial. 2. Situações práticas. 3. Combate à  
endemias. I. Título.

21. ed. CDD 516.06

**ARIOBERTO VIEIRA DA SILVA**

**GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA**

**CÁLCULO DE VOLUMES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de graduação.

Orientador: Prof. Ms. Fernando Luiz T. da Silva

Aprovada em: 13/12/2014.

**BANCA EXAMINADORA**

Fernando Luiz T. da Silva  
Prof. Ms. Fernando Luiz T. da Silva (Orientador)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Walber Santiago Colaço  
Prof. Ms. Walber Santiago Colaço  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Núbia do Nascimento Martins  
Prof. Esp. Núbia Nascimento Martins  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

A minha mãe, por toda sua confiança,  
companheirismo e amizade, DEDICO.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pois sempre iluminou meu caminho.

À Professora Maria Isabelle Silva, coordenadora do curso de Graduação, por seu esforço e dedicação ao curso.

Ao professor Fernando Luiz pela paciência e sugestões ao longo dessa orientação e por todas suas correções.

A meu pai (*in memoriam*), embora fisicamente ausente, sentia sua presença ao meu lado, dando-me força.

À minha mãe Severina Vieira da Silva, à todos meus irmãos, pela compreensão por minha ausência nas reuniões familiares.

À minha filha Maria Luíza, fonte de inspiração nessa caminhada.

À Minha esposa Josélia Lira, pelo companheirismo, amizade e compreensão, nos momentos mais difíceis.

Aos professores do Curso de graduação da UEPB, em especial, ao meu orientador, pela contribuição ao longo de seis meses, para o desenvolvimento desta pesquisa.

Aos funcionários da UEPB, principalmente os presentes na biblioteca, pela presteza e atendimento quando nos foi necessário.

Aos colegas de classe pelos momentos de amizade e apoio.

“Não há ramo da matemática, por abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real”. Lobachevsky

## RESUMO

Este trabalho mostra como a Geometria Espacial está presente nas atividades profissionais dos **Agentes de Combate às Endemias** e que, a partir de alguns de seus conteúdos, pode-se chegar a uma aproximação ideal, evitando-se dessa forma alguns procedimentos, inadequados. O uso da Geometria Euclidiana associado às operações do Cálculo possibilita a realização dos experimentos em recipientes reais, com formas semelhantes aos sólidos geométricos convencionais, tais como: prismas, cilindros, esferas, bem como em reservatórios que fogem dessas formas. Os objetos primitivos do ponto de vista espacial são: pontos, retas, segmentos de retas, planos, curvas, ângulos e superfícies. Neste trabalho, enquanto servidor da saúde e como um dos componentes que integram a equipe visitamos residências em uma determinada comunidade da cidade de Campina Grande na Paraíba, com a finalidade de implementar as medidas de prevenção e controle de endemias. Nesse contexto os procedimentos utilizados pelos ACEs, através das fórmulas enviadas pelo Ministério da Saúde, foram de bastante proveito. Comparando as com a geometria clássica os ACEs poderão aprofundar um pouco mais seus conhecimentos sobre geometria no espaço, o trabalho ganha mais eficácia, e os órgãos economizam nos desperdícios diários.

**Palavras-Chave:** Geometria espacial, Formas, Fórmulas, Agentes de Combate às Endemias, procedimentos.



## ABSTRACT

This work shows how the spatial geometry is present in the professional activities of the Agents to Combat Endemic and that, from some of your content, you can get the best approach, thereby avoiding some procedures, inadequate. The use of Euclidean geometry associated with the operations of the calculus enables the experiments in actual containers with forms similar to conventional geometric solids, such as prisms, cylinders, spheres as well as in reservoirs fleeing these forms. The primitive objects of the spatial point of view are: points, lines, line segments, planes, curves, angles and surfaces. In this work, while health and how the components that make up the team visit homes in a certain community of the city of Campina Grande in Paraiba, in order to implement the measures of prevention and control of endemic diseases each server. In this context, the procedures used by the ACEs, the formulas sent by the Ministry of Health, were quite out. Comparing with the classical geometry ACEs may go a little deeper their knowledge of geometry in space, the work gets more efficient, and save the organs in the daily waste.

**Keywords:** Space Geometry, Shapes, Formulas, Agents Combating Endemic Diseases, procedures.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Cubo.....	22
Figura 2 - Pilhas de caixas organizadas.....	22
Figura 3 - Pilhas de caixas desorganizadas.....	22
Figura 4 - Prisma e Paralelepípedo.....	22
Figura 5 - Prisma triangular.....	23
Figura 6 - Pirâmide triangular.....	23
Figura 7 - Pirâmide triangular.....	23
Figura 8 - Pirâmide triangular.....	23
Figura 9 - Pirâmide pentagonal.....	24
Figura 10 - Tronco de pirâmide de bases paralelas.....	24
Figura 11 - Cilindro e um Prisma.....	25
Figura 12- Cone e uma Pirâmide.....	26
Figura 13- Tronco de Cone.....	26
Figura 14- Esfera e um Cilindro equilátero.....	27
Figura 15- Tabela-1 para tratamento com Novaluron.....	31
Figura 16- Tabela-2 para tratamento com BTL.....	31
Figura 17- Cubo.....	32
Figura 18- Cilindro.....	33
Figura 19- Prisma.....	33
Figura 20- Tonel de concreto.....	35
Figura 21 Casca cilíndrica gerada pelo segmento horizontal com largura $\Delta y$ .....	36
Figura 22- Piscina com foco de Aedes Aegypti.....	37
Figura 23- Piscina em perfeita condições para banho.....	39
Figura 24- Caixa d'água para consumo humano.....	41
Figura 25- Cuba de pia com água parada.....	43
Figura 26- Piscina com curvas indefinidas.....	44
Figura 27 Desenho da piscina de formato cilíndrico irregular.....	44
Figura 28 ACE fazendo medição de depósito d'água.....	45

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Novaluron.....	31
Tabela 2 – BTI.....	31

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACE.....	Agente de Combate às Endemias
FUNASA.....	Fundação Nacional de Saúde
SUS.....	Sistema Único de Saúde
a.C.....	Antes de Cristo
BTI.....	Bacillus Thuringiensis Israelenses
PB.....	Paraíba

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\Sigma$	Somatório
%	Porcentagem
$\int$	Integral
CE	Concentrado emulsionável

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	16
2.	OBJETIVO GERAL.....	17
3.	PARTE HISTÓRICA.....	18
3.1	Cavalieri.....	19
3.2	A vida de um gênio da matemática.....	20
4.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	21
4.1	Introdução à geometria no espaço.....	21
4.2	Volume de um paralelepípedo reto retângulo.....	21
4.3	Princípio de Cavalieri.....	22
4.4	Volume de um prisma.....	22
4.5	Volume de uma pirâmide.....	23
4.6	Volume de tronco de pirâmides.....	24
4.7	Volume de um cilindro.....	25
4.8	Volume de um cone.....	26
4.9	Volume do tronco de cone.....	26
4.10	Volume da esfera.....	27
5.	O USO DO CÁLCULO NA OBTENÇÃO DE VOLUMES.....	28
5.1	Volumes por fatiamento e rotação em torno de um eixo.....	28
6.	METODOLOGIA.....	29
6.1	Secretaria de Saúde do Município de Campina Grande PB.....	29
6.2	Setor de vigilância em saúde.....	29
6.3	O Agente de Combate às Endemias (ACE).....	30
6.4	Tabelas dos ACEs.....	31
6.5	Conversões de medidas.....	32
6.6	Manual de método.....	32
6.7	Procedimentos de coletas dos dados.....	34
6.8	Materiais utilizados.....	34
7.	APRESENTAÇÃO DOS DADOS.....	35
7.1	Situação-1.....	35
7.2	Situação-2.....	37
7.3	Situação-3.....	39

<b>7.4</b>	<b>Situação-4.....</b>	<b>41</b>
<b>7.5</b>	<b>Situação-5.....</b>	<b>43</b>
<b>7.6</b>	<b>Situação-6.....</b>	<b>44</b>
<b>8.</b>	<b>CONSIDERAÇÕES .....</b>	<b>45</b>
<b>9.</b>	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>47</b>
<b>10.</b>	<b>ANEXOS.....</b>	<b>48</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Baseando-se em antigos teóricos, partimos em busca de uma Geometria que dê consistência e praticidade na obtenção de cálculos e medidas de capacidades. O uso da Geometria Euclidiana associado às operações do Cálculo possibilita a realização dos experimentos em recipientes com formas semelhantes aos sólidos geométricos convencionais, tais como: prismas, cilindros, esferas, bem como em reservatórios que fogem à esses padrões.

Mesmo sendo uma profissão qualificada como de nível fundamental, alguns dos profissionais que nela atuam, possuem formação em níveis médio e superior, possibilitando inicialmente uma aceitação e uma conseqüente aproximação do uso de ferramentas que possibilitem um tratamento adequado ao desenvolvimento de suas práticas.

Mediante esse clima de entendimento e dos conhecimentos acadêmicos que cada agente possui, torna-se mais fácil estudar as sugestões que os conteúdos em tela oferecem, para a execução de seus desafios diários.

Os resultados são apresentados quantitativamente e analisados segundo alguns critérios gerenciais para que possam ser utilizados na tomada de futuras decisões, uma vez que as observações feitas em uma pesquisa de campo mostram a realidade diante dos fatos.



## 2. OBJETIVO GERAL

Verificar a validação e aplicação de alguns procedimentos dos **Agentes de Combate às Endemias**, realizados através de fórmulas geométricas, comparando-os com a Geometria clássica por meio de observações e obtenção de volumes em recipientes reais.

Buscar alternativas para interagir e aprimorar os manuais de métodos de cálculos utilizados.

### 3. PARTE HISTÓRICA

Segundo João Lucas, em seu livro Geometria Euclidiana Plana, as primeiras noções geométricas surgiram quando o homem viu-se compelido a efetuar medidas, isto é, a comparar distâncias e determinar as dimensões dos corpos que o rodeavam. Egípcios, Assírios e Babilônios já conheciam as primeiras figuras geométricas e as noções de ângulo que usavam nas medidas de área na Astronomia.

A maior parte do desenvolvimento da geometria resultou dos esforços feitos, através de muitos séculos, para construir-se um corpo de doutrina lógica que correlacionasse os dados geométricos obtidos da observação e medida. Pelo tempo de Euclides (cerca de 300 a.C.) a ciência da geometria tinha alcançado um estágio bem avançado. Do material acumulado Euclides compilou os seus “Elementos”, um dos mais notáveis livros já escritos.

A geometria, como apresentada por Euclides, foi o primeiro sistema de idéias desenvolvido pelo homem, no qual umas poucas afirmações simples são admitidas sem demonstração e então utilizadas para provar outras mais complexas. Tal sistema é chamado dedutivo. A beleza da geometria, como um sistema dedutivo, inspirou homens, das mais diversas áreas, a organizarem suas idéias da mesma forma. São exemplos disto o “Principia” de Sir Issac Newton, no qual ele tenta apresentar a Física com um sistema dedutivo, e a “Ética” do filósofo Spinoza.

Historicamente, sabe-se que as civilizações antigas da Mesopotâmia, durante o período de 2000 a 600 a.C. , desenvolveram um conhecimento geométrico considerável, principalmente em função da necessidade de construir grandes obras para controlar as enchentes, comuns no vale mesopotâmico, formado pelos rios Tigre e Eufrates.

Os egípcios, aproximadamente no mesmo período, também contribuíram de modo significativo no desenvolvimento da geometria, principalmente pela necessidade de remarcarem os limites de propriedades agrícolas, após as cheias e inundações previsíveis do rio Nilo. Na área da construção civil, observando as pirâmides, percebermos que possuíam um razoável conhecimento sobre o assunto.

Entretanto, a cultura mesopotâmica e a egípcia começaram a declinar bem antes da era cristã, e a Grécia tornava-se, pouco a pouco, a capital da sabedoria.

Os gregos Tales (624-548 a.C. aproximadamente ), nascido em Mileto, e Pitágoras (580-500 a.C. aproximadamente ), nascido na ilha de Samos, próxima de Mileto, foram homens que tiveram o privilegio de, frequentemente, visitar os matemáticos. Alguns

historiadores chegaram a afirmar que no Egito aprenderam Geometria e na Babilônia, na época de Nabucodonosor, Tales teve em mãos tabelas e instrumentos astronômicos.

Assim, Tales introduziu a geometria na Grécia com a teoria dos triângulos semelhantes e Pitágoras estabeleceu o teorema do quadrado da hipotenusa, entre outros.

Novos e importantes avanços foram feitos por Platão, Perseu e Eudoxo, mas coube a Euclides de Alexandria (320-270 a.C.) coordenar e sistematizar todo o conhecimento geométrico adquirido até sua época na obra “Os Elementos”. Composta por 13 livros (10 sobre geometria e 3 sobre teoria dos números). Essa obra tornou-se um best-seller da época, sendo utilizada como manual em muitos países até finais do século XIX.

É provável que nenhuma obra, além da Bíblia, tenha tido número maior de edições, e nenhuma obra matemática teve tanta influência quanto a de Euclides.

Novas contribuições foram dadas por Arquimedes (287-212 a.C.) e Diocles. No final do século III a.C., os escritos de Apolônio de Perga ( 262-190? a.C.) marcam o apogeu da geometria entre os gregos. Pouco depois, Hiparco cria a Trigonometria.

### 3.1 Cavalieri (1598-1647)

Na história da matemática sabe-se que Cavalieri nasceu em Milão e adotou o nome de Bonaventura quando entrou para a ordem jesuítica, em 1615. Estudou filosofia e teologia e foi introduzido no estudo de geometria por Benedetto Castelli. Em Pisa tornou-se matemático e discípulo de Galileu. Em 1629, com auxílio de Galileu veio a ser catedrático da Universidade de Bolonha, onde permaneceu até sua morte.

Cavalieri publicou 11 livros sobre diversos assuntos matemáticos. Parte da importância desse estudioso foi a introdução do uso dos logaritmos na Itália como ferramenta para cálculos. Suas tábuas de logaritmos incluíam logaritmos de funções trigonométricas usadas pelos astrônomos da época.

Sua grande contribuição foi o desenvolvimento do que ele chamou de **método dos indivisíveis**, que possibilitou o cálculo integral no século XVII pelos estudos de matemáticos como Newton e Leibniz.

O método dos indivisíveis foi desenvolvido por Cavalieri a partir das ideias de Arquimedes, investigando como calcular áreas e volumes de figuras curvas. A ideia central deste matemático foi a de olhar para uma área como um número infinito de segmentos de reta equidistantes e para um volume como uma infinidade indivisíveis da área e do volume.

### 3.2 A vida de um gênio da matemática

Segundo historiadores, durante toda idade helenística, o centro da atividade matemática permaneceu em Alexandria, mas o maior matemático desse tempo e de toda antiguidade não nasceu nessa cidade. Arquimedes pode ter estudado por algum tempo em Alexandria com os estudantes de Euclides, e manteve comunicação com os matemáticos de lá, mas ele viveu e morreu em Siracusa. Conhecem-se poucos fatos de sua vida, mas tem-se alguma informação tirada da narração de Plutarco sobre a vida de Marcelo, o general romano.

Durante a segunda guerra punica, a cidade de Siracusa se viu envolvida na luta entre Roma e Cartago; tendo-se associado a essa última, a cidade foi sitiada pelos romanos durante os anos de (214-212 a.C). Durante o cerco, Arquimedes inventou engenhosas máquinas de guerra para conservar o inimigo a distância – catapultas para lançar pedras; cordas, polias e ganchos para levantar e para espatifar os navios romanos; invenções para queimar os navios. Mas, por fim, Siracusa caiu devido a uma “quinta coluna”; durante o saque da cidade, Arquimedes foi morto por um soldado romano, apesar das ordens de Marcelo para que o geômetra fosse poupado. Arquimedes tinha setenta e cinco anos, tende nascido provavelmente em 287 a.C.

Seu pai era astrônomo e Arquimedes também adquiriu reputação em astronomia. Diz-se que Marcelo reservou para si, como parte do saque, engenhosos planetários que Arquimedes tinha construído para retratar os movimentos dos corpos celestes. Todas as narrações da vida de Arquimedes, no entanto, concordam em que ele dava pouco valor a seus engenhos mecânicos, em comparação com o produto de seus pensamentos. Mesmo quando lidava com alavancas e outras máquinas simples, ele estava muito mais interessado em princípios gerais que em aplicações práticas.

Arquimedes escreveu muitos tratados maravilhosos, dentre os quais, seus sucessores se inclinavam a admirar mais *sobre espirais*. Aqui se trata apenas da *esfera* e do *cilindro*. Arquimedes pediu que sobre seu túmulo fosse esculpida a representação de uma esfera inscrita num cilindro circular reto cuja altura é igual ao seu diâmetro, pois ele tinha descoberto, e provado, que a razão dos volumes do cilindro e da esfera é igual à razão das áreas, isto é três para dois. Essa propriedade que Arquimedes descobriu era, diz ele, desconhecida dos geômetras que o precederam. Tinha-se pensado outrora que os egípcios sabiam achar a área de um hemisfério; mas agora Arquimedes aparece como o primeiro, a saber, e provar que a área da superfície esférica é quatro vezes a área de um dos seus círculos máximo.

## 4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 4.1 Introdução à geometria no espaço

A geometria espacial é um ramo da matemática que se preocupa com a questão de formas, tamanho e posição relativa de figuras e com propriedades de espaço. Um matemático que trabalha no campo da geometria é chamado geômetra.

A geometria surgiu independentemente em várias culturas antigas com um conjunto de conhecimentos práticos sobre comprimentos, áreas e volumes, e seu aparecimento como uma ciência matemática formal é no mínimo tão antigo quanto Tales (século VI a.C.). Por volta do século III a.C, a geometria foi posta em uma forma axiomática por Euclides, cujo tratamento, chamado de geometria Euclidiana, estabeleceu um padrão que perdurou por séculos.

A geometria no espaço funciona como uma ampliação da geometria plana e trata dos métodos apropriados para estudos de objetos espaciais assim como a relação entre esses elementos. Os objetos primitivos do ponto de vista espacial são: pontos, retas, segmentos de retas, planos, curvas, ângulos e superfícies.

Os principais tipos de cálculos que podemos realizar são: Comprimentos de curvas, áreas de superfícies e volumes de regiões sólidas. Tomam-se o ponto a reta e o plano, como conceitos primitivos, os quais são aceitos sem definição.

Como se sabe a geometria no espaço costuma-se ser dividida em Geometria de Posição e Geometria Métrica. Aqui se trata apenas da geométrica métrica estudando o cálculo de alguns comprimentos, áreas e volumes de sólidos encontrados no cotidiano.

### 4.2 Volume de um paralelepípedo reto retângulo

Um sólido qualquer sempre ocupa um lugar no espaço. Este espaço ocupado chama-se de volume.

Quando quer se medir o volume de um sólido deve-se compará-lo com outro volume tomado como unidade, para volume unitário pode-se usar o volume de um cubo de aresta 1 u. Esse volume unitário é  $1u^3$  e o resultado dessa comparação é um número chamado de medida de volume, e que indica quantas vezes o volume unitário suporta o volume a ser determinado.

Então, de um modo geral, se aceita e admite-se que o volume  $V$  de um paralelepípedo reto retângulo, de dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$  (na mesma unidade  $u$ ), pode ser calculado pela fórmula:  
$$V = a \cdot b \cdot c.$$

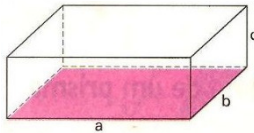


Fig. 1

Como  $a \cdot b$  é a área da base do paralelepípedo e  $c$ , sua altura, pode-se afirmar que o volume de um paralelepípedo reto retângulo é o produto da área da base pela sua altura, ou seja:  $V = A_b \cdot h$ , onde  $A_b$  é a Área da base.

Em particular, quando  $a = b = c$  tem-se um cubo e seu volume pode ser calculado pela fórmula:  $V = a \cdot a \cdot a \Rightarrow V = a^3$

### 4.3 Princípio de Cavalieri

Quando dois sólidos tem o mesmo volume, diz-se que eles são sólidos equivalentes. Para que o princípio de Cavalieri seja facilmente aceito e compreendido, imagine a seguinte situação; duas pilhas, cada uma de seis caixas idênticas e dispostas de modo diferente.

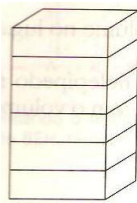


Fig. 2

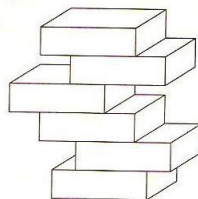


Fig. 3

Pelo fato de todas as caixas serem idênticas fica claro que elas têm o mesmo volume. Assim diz-se que elas são equivalentes.

O princípio de Cavalieri diz que, dois sólidos de mesmas alturas e áreas das bases contidas no mesmo plano têm o mesmo volume se qualquer outro plano paralelo ao plano da base determinar nos dois sólidos secções transversais com áreas iguais.

### 4.4 Volume de um prisma

Como pode ser visto na figura 4, temos um prisma e um paralelepípedo reto retângulo, ambos com a mesma altura  $h$  e áreas das bases contidas no mesmo plano  $\alpha$ .

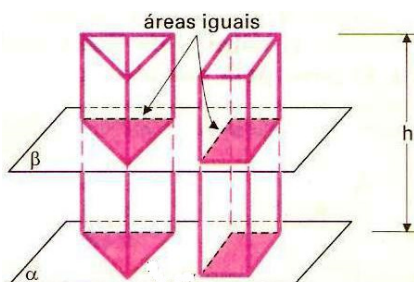


Fig. 4

Um plano  $\beta$  paralelo a  $\alpha$  determina nos dois sólidos secções transversais com a mesma área, pois dizem-se que elas são congruentes às respectivas bases.

Daí, pelo *princípio de Cavalieri*, os dois sólidos tem o mesmo volume:

$$V_{prisma} = V_{paralelepípedo},$$

$$\text{Como } V_{paralelepípedo} = A_b \cdot h, \text{ então, } V_{prisma} = A_b \cdot h.$$

Assim pode se concluir que o volume de um prisma é igual ao produto da área da base pela altura.

#### 4.5 Volume de pirâmide

Tem-se um prisma triangular com altura  $h$  e área da base  $A_b$ . Esse prisma pode ser dividido em três pirâmides triangulares de mesmo volume  $V_t$ , como podem ver nas figuras abaixo:

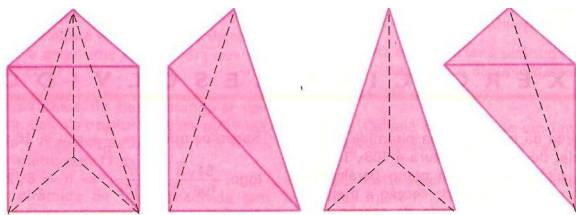


Fig. 5

Fig.6

Fig. 7

Fig.8

Como  $V_{prisma}$  é o volume do prisma, tem-se:

$$V_{prisma} = 3 \cdot V_t$$

Mas  $V_{prisma} = A_b \cdot h$  conseqüentemente

$$A_b \cdot h = 3 \cdot V_t \Rightarrow V_t = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h, \text{ daí se pode concluir que o volume de uma pirâmide}$$

triangular é igual a um terço do produto da área da base pela sua altura.

No caso de uma pirâmide não triangular de altura  $h$ , cuja base é um polígono de  $n$  lados, pode se decompor em  $n - 2$  triângulos. Assim se conclui-se que, a pirâmide pode ser decomposta em  $n - 2$  pirâmides triangulares de mesma altura  $h$ .

Observando a figura 9, se trata de uma pirâmide pentagonal que pode ser cortada em três pirâmides triangulares, pois se  $n = 5$ , temos  $n - 2 = 3$ .

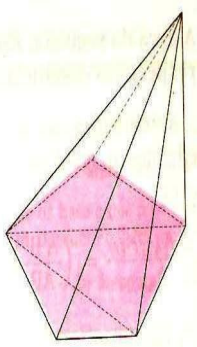


Fig. 9

Para o caso de base com  $n$  lados, sejam  $B_1, B_2, \dots, B_{n-3}$  e  $B_{n-2}$  as áreas dos  $n - 2$  triângulos e  $A_b$  a área da base da pirâmide.

$$\text{Tem-se: } B_1 + B_2 + \dots + B_{n-3} + B_{n-2} = A_b$$

Multiplicando os membros dessa igualdade por um terço da altura, temos:

$$\frac{1}{3} \cdot h \cdot B_1 + \frac{1}{3} \cdot h \cdot B_2 + \dots + \frac{1}{3} \cdot h \cdot B_{n-3} + \frac{1}{3} \cdot h \cdot B_{n-2} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot A_b$$

$$\Rightarrow \mathbf{V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h}$$

O volume de uma pirâmide qualquer é igual a um terço do produto da área da base pela altura.

#### 4.6 Volume de tronco de pirâmides

Seja um tronco de pirâmide de bases paralelas e de altura  $h$ ; sejam  $A_b$  e  $A_B$  as áreas, respectivamente, da base menor e da base maior, como se pode ver na figura abaixo.

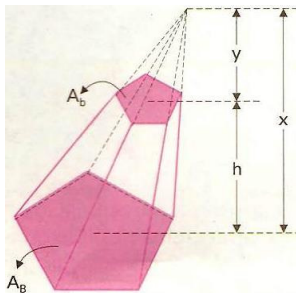


Fig. 10

O volume  $V$  desse tronco é a diferença  $V_2 - V_1$ , na qual  $V_2$  é o volume da pirâmide maior e  $V_1$  é o volume da pirâmide menor.

A razão de semelhança entre as pirâmides de bases

$$A_b \text{ e } A_B \text{ é } \frac{x}{y}; \text{ então } \frac{A_B}{A_b} = \left(\frac{x}{y}\right)^2 \text{ e } \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{x}{y}\right)^3 \text{ substituindo } V_2 \text{ por}$$

$$V_1 \left(\frac{x}{y}\right)^3 \text{ em } \mathbf{V = V_2 - V_1, \text{ vem que } \mathbf{V = V_1 \left(\frac{x}{y}\right)^3 - V_1} \Rightarrow \mathbf{V = V_1 \cdot \frac{x^3 - y^3}{y^3}} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V = V_1 \cdot \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{y^2}}, \text{ como } \mathbf{x - y = h} \text{ e } \mathbf{V_1 = \frac{1}{3} \cdot A_b y} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot y \cdot \frac{h(x^2+xy+y^2)}{y^2}} \Rightarrow \mathbf{V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{x}{y} + 1\right)}$$
 substituindo  $\frac{x^2}{y^2}$  por  $\frac{A_B}{A_b}$  e  $\frac{x}{y}$  por

$$\sqrt{\frac{A_B}{A_b}}, \text{ temos } \mathbf{V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h \left(\frac{A_B}{A_b} + \sqrt{\frac{A_B}{A_b}} + 1\right)} \Rightarrow \mathbf{V = \frac{h}{3} (A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b)}, \text{ daí se concluir}$$

que o volume do tronco de uma pirâmide pode ser calculado pela fórmula:

$$\mathbf{V = \frac{h}{3} (A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b)}.$$



## 4.7 Volume de um cilindro

Observando com atenção o ambiente que nos cerca, em qualquer lugar, percebemos que o formato cilíndrico é muito mais frequente do que imaginamos.

Por exemplo, ao escrevermos, temos nas mãos um objeto cilíndrico; ao entrarmos num supermercado, encontramos latas de óleo, de cerveja e refrigerante que têm formato cilíndrico; ao olharmos para uma lâmpada fluorescente, vemos também o formato cilíndrico; o rolo de uma máquina de escrever é chamado de cilindro da máquina; a rede hidráulica de uma casa é formada por muitos canos que tem formatos cilíndricos e assim por diante.

Seja um cilindro e um prisma com bases de mesma área contidas num mesmo plano  $\alpha$ , de modo que tenham a mesma altura  $h$ .

Se existir que um plano  $\beta$  paralelo a  $\alpha$  que corte os dois sólidos determinando em ambos secções transversais de mesma área, como na figura abaixo.

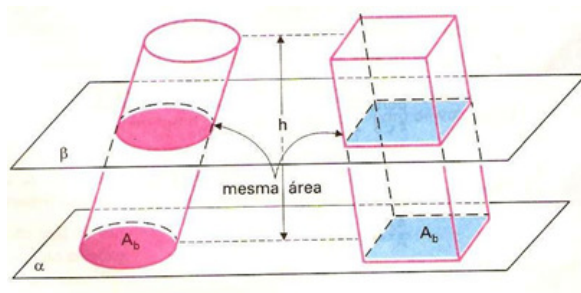


Fig. 11

O princípio de Cavalieri nos assegurará que o cilindro e o prisma tenham o mesmo volume, ou seja:

Como  $V_{\text{prisma}} = A_b \cdot h$  então,  $V_{\text{cilindro}} = A_b \cdot h$ .

Sendo  $r$  a medida do raio da base do cilindro, concluí-se que, o volume de um cilindro se calcula multiplicando a área da base por sua altura.

#### 4.8 Volume de um cone

Seja um cone e uma pirâmide com bases de mesma área  $A_b$  contidas num mesmo plano  $\alpha$ , de modo que tenham a mesma altura  $h$ .

Agora, seja um plano  $\beta$  paralelo a outro plano  $\alpha$  que corte os dois sólidos determinando neles secções transversais de mesma área.

O princípio de Cavalieri afirma que o cone e a pirâmide têm o mesmo volume, ou seja:

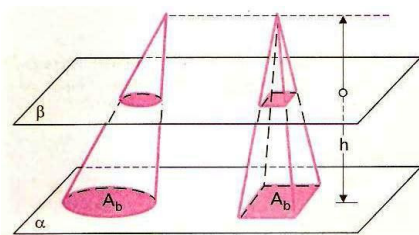


Fig. 12

$V_{cone} = V_{pirâmide}$ , como  $V_{pirâmide} = \frac{1}{3} A_b \cdot h$ , então,  $V_{cone} = \frac{1}{3} A_b \cdot h$  sendo  $R$  a medida do raio da base do cone, pode-se afirmar que o volume de um cone é calculado pela fórmula:  $V_{cone} = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

#### 4.9 Volume do tronco de cone

Seja um tronco de cone de bases paralelas e de altura  $h$  e sejam  $A_b$  e  $A_B$  as áreas, respectivamente, da base menor e da base maior do tronco do cone da figura abaixo.

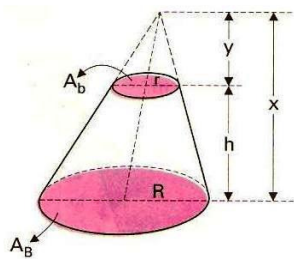


Fig. 13

O volume  $V$  deste tronco é a diferença  $V_2 - V_1$ , na qual  $V_2$  é o volume do cone maior e  $V_1$  é o volume do cone menor.

De forma análoga ao tronco da pirâmide o volume  $V$  do tronco de cone será:  $V = \frac{h}{3} (A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b)$  como  $A_B = \pi R^2$  e  $A_b = \pi r^2$ , pode-se dizer que o volume do tronco de cone é calculado pela fórmula:  $V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + Rr + r^2)$

#### 4.10 Volume da esfera

O cálculo do volume da esfera é uma preocupação muito antiga dos matemáticos, e parece ter sido Arquimedes (287-212 a. c), o primeiro, a saber, provar os teoremas relativos a ele. Tais teoremas aparecem em sua obra sobre a esfera e o cilindro, um dos grandes tratados escritos e publicados por este que foi, sem dúvida alguma, um dos maiores gênios da história e o maior matemático da antiguidade, tendo feito muitas contribuições para a matemática.

Vejamos, então, como é esse cálculo fundamentado em sua teoria.

Para deduzir a fórmula do volume  $V$  de uma esfera utilizou aqui o já conhecido princípio de Cavalieri.

Seja uma esfera de raio  $R$  e um cilindro equilátero cuja base tem raio  $R$ , ambos num mesmo plano  $\alpha$  como na figura abaixo.

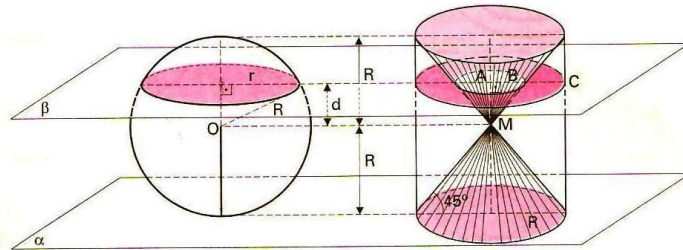


Fig. 14

$S$  é um sólido obtido a partir do cilindro, tirando-se deste os dois cones de vértice  $M$ , cujas bases são as bases do cilindro.

Como  $V_S$  é igual ao volume de  $S$ ,  $\pi R^2 \cdot 2R \rightarrow$  Volume do cilindro.

$2 \cdot \left(\frac{1}{3} \pi R^2 \cdot R\right) \rightarrow$  volumes dos 2 cones.

$$V_S = \pi R^2 \cdot 2R - 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \pi R^2 \cdot R\right) \Rightarrow V_S = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

O plano  $\beta$  paralelo  $\alpha$  determina na esfera uma secção que é um círculo de raio  $r$ , e em  $S$  uma secção que é uma coroa circular de centro  $A$ .

A área da secção da esfera é  $A_1 = \pi r^2$ , Como  $R^2 = d^2 + r^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - d^2$ , temos,  $A_1 = \pi(R^2 - d^2)$ .

Sabemos que a área de uma coroa circular é  $A = \pi(R^2 - r^2)$ , assim a área da secção em  $S$  é  $A_2 = \pi(AC^2 - AB^2) \Rightarrow AC = R$  e  $AM = AB = d \Rightarrow A_2 = \pi(R^2 - d^2)$ .  $\square$

Pois o triângulo  $AMB$  é retângulo e isósceles, logo de  $\square$  concluímos que,  $A_1 = A_2$  para qualquer  $\beta$  que corte os dois sólidos, portanto, pelo princípio de Cavalieri, a esfera e  $S$  tem o mesmo volume. Então o volume de uma esfera de raio  $R$  é calculado pela fórmula:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

## 5. O USO DO CÁLCULO NA OBTENÇÃO DE VOLUMES

### 5.1 Volumens por fatiamento e rotação em torno de um eixo

Definição de volumes de sólidos cujas secções transversais são regiões planas. Uma secção transversal de um sólido  $S$  é a região plana formada pela interseção entre  $S$  e um plano.

Suponha que desejamos determinar o volume de um sólido  $S$ . Começamos estendendo a definição de cilindro dada pela geometria clássica para sólidos cilíndricos com bases arbitrárias. Se o sólido cilíndrico tem uma área de base  $A$  e altura  $h$ , ambas conhecidas, então o volume do volume cilíndrico é:  $\text{Volume} = \text{Area} \times \text{Altura} = A \cdot h$

Essa equação serve de base para definir volumes de muitos sólidos não cilíndricos usando o método do fatiamento.

Se a secção transversal do sólido  $S$  em cada ponto  $x$  no intervalo  $[a, b]$  é uma região  $R(x)$  de área  $A(x)$ , e  $A$  é uma função contínua de  $x$  pode-se definir e calcular o volume do sólido  $S$  como uma integral definida da maneira a seguir.

Divide-se  $[a, b]$  em subintervalos de largura (comprimento)  $\Delta x_k$  e fatia o sólido (como estivesse fatiando um pão) por plano perpendiculares ao eixo  $x$  nos pontos de partição  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ . Os planos  $p_x$ , perpendiculares ao eixo  $x$  nos pontos de partição, dividem  $S$  em “fatias” finas (como as fatias de um pão de fôrma). Aproxima-se a fatia situada entre o plano em  $x_{k-1}$  e o plano em  $x_k$  usando um sólido cilíndrico com área de base  $A(x_k)$  e altura  $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$ . O volume  $V_k$  desse sólido cilíndrico é  $A(x_k) \cdot \Delta x_k$ , aproximadamente o mesmo volume da fatia.

$$\text{Volume da } k\text{-ésima fatia} \approx V_k = A(x_k) \Delta x_k.$$

O volume  $V$  do sólido inteiro  $S$  é, então, aproximado pela soma desses volumes cilíndricos.

$$V \approx \sum_{k=1}^n V_k = \sum_{k=1}^n A(x_k) \Delta x_k$$

Isso é uma soma de Riemann para a função  $A(x)$  em  $[a, b]$ . Espera-se que as aproximações dessas somas melhorem à medida que as normas de partição de  $[a, b]$  tendam a zero. Levando em conta uma partição de  $[a, b]$  em subintervalos com  $\|P\| \rightarrow 0$ , tem-se:

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n A(x_k) \Delta x_k = \int_a^b A(x) dx$$

Portanto, definiu-se a integral, que é o limite dessas somas, como o volume do sólido S.

**Definição:**

O **volume** de um sólido compreendido entre os planos  $x = a$  e  $x = b$  e cuja área da secção transversal por  $x$  é uma função integrável  $A(x)$  é a integral de  $a$  e  $b$  de  $A$ :

$$V = \int_a^b A(x)dx$$

## 6. METODOLOGIA

### 6.1 Secretaria de Saúde do Município de Campina Grande PB

A secretaria de saúde tem como finalidade garantir a qualidade de vida do cidadão, no que diz respeito à atenção integral à saúde individual e coletiva. Tem como função normativa de saúde pública; a promoção de serviços de assistência médica, hospitalar e odontológica; a execução de ações pertinentes ao desenvolvimento da educação sanitária e do serviço social da saúde; o gerenciamento do Sistema Único de Saúde e do Fundo Municipal de Saúde e o desenvolvimento de outras atividades relacionadas que venham a ser atribuídas.

**Secretária:** Lúcia de Fátima Derks

**Secretária Adjunta:** Francisca Eudézia Damasceno Nunes

Endereço: Avenida Assis Chateaubriand, 1376 – Liberdade telefones: 3315-5100 / 3315-5103.

### 6.2 Setor de vigilância em saúde

Vigilância Ambiental em Saúde é um conjunto de ações que proporcionam o conhecimento e a detecção de qualquer mudança nos fatores determinantes e condicionantes do meio ambiente e que interferem na saúde humana, com a finalidade de identificar as medidas de prevenção e controle dos fatores de riscos ambientais, relacionados às doenças ou outros agravos à saúde.

Para sua implementação, a FUNASA (Fundação Nacional de Saúde) vem articulando com outras instituições dos setores público e privado que compõem o SUS (Sistema Único de Saúde) e demais integrantes das áreas de meio ambiente, saneamento e saúde, a adoção de ações integradas, com o propósito de exercer a vigilância dos fatores de riscos ambientais, que possam vir a afetar a saúde da população.

A atuação da Vigilância Ambiental em Saúde, em todos os níveis de governo, requer articulação constante com os diferentes atores institucionais públicos, privados e com a comunidade, para assegurar que os setores assumam suas responsabilidades de atuar sobre os problemas de saúde e de ambiente em suas respectivas áreas. A Vigilância Ambiental em Saúde tem como universo de atuação todos os fatores ambientais de riscos que interferem na saúde humana e as inter-relações entre o homem e o ambiente e vice-versa. No âmbito do Ministério da Saúde, diversos órgãos e instituições desenvolvem programas e projetos e ações relacionados à saúde ambiental.

### **6.3 O Agente de Combate às Endemias (ACE)**

Agente de combate às endemias é uma das categorias de trabalhadores que compõe a Vigilância Ambiental em Saúde, atuando na prevenção de doenças conhecidas como endemias (doenças frequentes) e epidemias (doenças que se espalham rapidamente em um determinado local).

Eles vão às residências e orientam os moradores sobre como prevenir contra doenças e no manuseio de alguns inseticidas para o controle de pragas. Ele é um amigo da comunidade.

O agente ao entrar em uma residência segue inúmeras regras para executar sua função. O exemplo aqui se trata de uma visita de controle de *Aedes Aegypti* o famoso mosquito da dengue. Um ACE ao visitar uma residência depara-se com um recipiente (depósito do armazenamento de água). O procedimento é: inspecionar o depósito para ver se há larvas de mosquito e em seguida fazer a cubagem, ou seja, fazer a medição e calcular o volume do recipiente afim de realizar o tratamento com o larvicida (veneno utilizado para matar às larvas do mosquito da dengue).

A meta diária de um ACE é de 25 (vinte e cinco) imóveis por dia, com média de 8 à 12 minutos por visitas. Durante as visitas ele chega a medir e calcular vários tipos de depósitos de diversos formatos. Para fazer as medições e cálculos, o ACE dispõe apenas de, uma fita métrica graduada com 150 cm, uma calculadora e um manual de método simples para o cálculo de volumes.

Para fazer o tratamento ele possui uma quantidade suficiente de larvicida e uma tabela de referência para aplicação.

O veneno atualmente utilizado é o Novaluron, havendo também uma segunda opção para o tratamento com *Bacillus Thuringiensis Israelenses* (BTI) larvicida biológico. As figuras 15 e 16 mostram as tabelas de referência para aplicação dos dois larvicidas respectivamente.

## 6.4 Tabelas dos ACEs

TABELA 1 - NOVALURON (EM 2%) Tabela de diluição (dose 0,02 mg/l)				
Volume de água a tratar (em litros)	Nº de gotas	+	Volume em ml	Quantidade de produtos comercial (CE 10%) em ml (p/ digitação)
Até 30	1			0,006
60	2			0,012
120	4			0,024
150	5			0,030
180	6			0,036
210	7			0,042
240	8			0,048
280	9			0,054
300	10			0,06
480 a 500	16			0,096
960 a 1000			1	0,2
1200	7	+	1	0,242
1500	17	+	1	0,302
1980 a 2000			2	0,4
3000			3	0,6
4000			4	0,8
5000			5	1,00
7000	7	+	7	1,40

Fig. 15

Tabela-2 para tratamento com BTI

LITROS	BTI
8	2 GOTAS
15	3 GOTAS
30	5 GOTAS
50	8 GOTAS
100	15 GOTAS
150	23 GOTAS
200	30 GOTAS
500	2,5 ML
1000	5 ML
2000	10 ML
3000	15 ML
5000	30 ML
10000	55 ML

Fig. 16

## 6.5 Conversões de medidas

Para que o tratamento focal com larvicida tenha eficácia assegurada, é necessário que os ACEs saibam determinar com precisão a quantidade a ser aplicada em relação ao volume de água, a fim de se obter a concentração correta.

Para calcular a cubagem é importante conhecer a conversão de medidas: Outra regra importante é saber que 1 litro cabe em um espaço de 1 decímetro cúbico, ou seja,  $1 \ell = 1 \text{ dm}^3$ .

Assim, para saber quantos litros cabem em determinado depósito, é preciso transformar as medidas, que normalmente são em centímetros, em decímetros. Essa transformação pode ser feita com cada medida em separado, antes de colocar os valores nas fórmulas, ou depois de se obter o resultado em  $\text{cm}^3$  (porque sempre serão 3 medidas; altura, largura e comprimento).

Assim, se for em separado, cada medida deve ser dividida por 10, porque cada decímetro equivale a 10 centímetros. Se for na fórmula, o resultado deve ser dividido por 1000, que é igual a  $10 \times 10 \times 10$  (transformação de cada medida em centímetro para decímetro). Chega-se então a um resultado em decímetros cúbicos ( $\text{dm}^3$ ) que equivale a litro, ou seja, à capacidade de armazenamento do depósito.

Para determinar a altura de uma cisterna, caixa d'água, ou depósito semelhante, utiliza-se uma vara ou, na falta dela, uma corda ou cordão que atinja o fundo do depósito. Com um objeto amarrado à ponta, leva-se a corda bem esticada até tocar o fundo e marca-se o nível da água. A medida encontrada corresponderá à altura procurada.

## 6.6 Manual de método

O manual de método simples tem apenas três fórmulas e três exemplos que explicam como calcular em diferentes tipos de depósitos. Vejamos:

### Método N° 01

Para calcular o volume de depósitos de formas retangulares o agente usa a fórmula.

$$V = C \times L \times h \text{ onde}$$

V = volume

C = comprimento

L = largura

h = altura

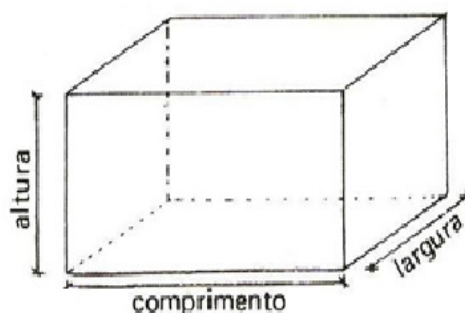


Fig. 17



Exemplo: Supondo que um tanque tenha 120 centímetros de comprimento, 100 centímetros de largura e 100 centímetros de altura, fazendo o emprego da fórmula têm-se:  $V = 120 \times 100 \times 100 = 1.200.000$  centímetros cúbicos (1.200 litros). Desde que se sabe, que um litro de água ocupa o volume de um decímetro cúbico, devem-se tomar as medidas nessa unidade, facilitando com isso o cálculo. Ou seja,  $V = 12 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1.200$  decímetros cúbicos ou 1.200 litros.

### Método N° 02

Para calcular volume de depósitos de formas cilíndricas o ACE usa a fórmula.

$$V = K \times D \times D \times h \text{ onde}$$

$$V = \text{Volume}$$

$$K = 0,8 \text{ (Valor Constante)}$$

$$D \times D = D^2 = \text{Diâmetro ao quadrado}$$

$$h = \text{Altura}$$

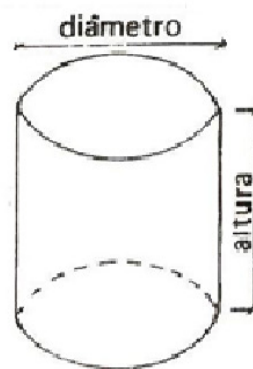


Fig. 18

Exemplo: Supondo que uma cisterna tenha 15 decímetros de diâmetro e 20 decímetros de altura, empregando a fórmula, temos:  $V = K \times D \times D \times h = 0,8 \times 15 \times 15 \times 20 = 3.600$  litros.

### Método N° 03

Para calcular volumes de depósitos de forma triangular o agente utiliza a fórmula.

$$V = \frac{B \times L \times h}{2}$$

$$V = \text{Volume}$$

$$B = \text{Base}$$

$$L = \text{Largura}$$

$$h = \text{Altura}$$

$$2 = \text{Constante}$$

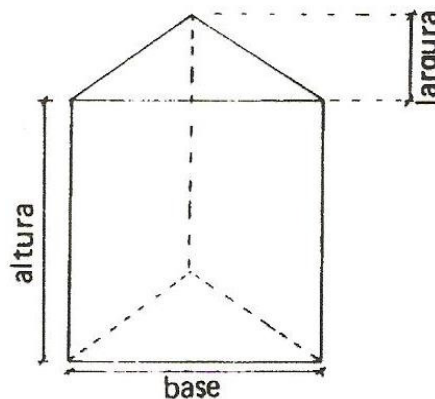


Fig. 19

Este tipo de depósito é encontrado frequentemente em cantos internos de dependências residenciais ou não, como opção de aproveitamento do espaço formado pela interseção de duas paredes.

Exemplo: Supondo que um depósito de forma triangular tenha 20 decímetros de base, 8 decímetros de largura e 12 decímetros de altura, aplicando-se a fórmula tem-se:

$$V = \frac{20 \times 8 \times 12}{2} = 960 \text{ decímetros cúbicos (960 litros)}$$

## 6.7 Procedimentos de coletas dos dados

Neste trabalho, enquanto servidor da saúde e como um dos componentes que integram a equipe de **Agentes de Combate às Endemias da Secretaria de Saúde no controle da dengue**, visitaremos residências em uma determinada comunidade da cidade de Campina Grande, trabalhando na prevenção de doenças conhecidas como endemias (doenças frequentes) e epidemias (doenças que se espalham rapidamente em uma determinada área);

- Inspeccionar reservatórios que se destinam ao armazenamento de água;
- Eliminar reservatórios desnecessários;
- Verificar a existência de larvas do mosquito *Aedes Aegypti*;
- Realizar a cubagem do reservatório;
- Fazer o tratamento adequado aos dados coletados.
- Orientar a população com relação aos meios de evitar a proliferação dos mosquitos.

## 6.8 Materiais utilizados

- Fita métrica de 150 cm;
- Calculadora;
- Manual de método;
- Corda ou cordão

## 7. APRESENTAÇÃO DOS DADOS

### 7.1 Situação-1

O recipiente abaixo é um tonel, usado geralmente para armazenamento de água, um dos cuidados básico que se deve ter, é mantê-lo bem fechado para que o mosquito da dengue não entre e deposite seus ovos.



Fig. 20 Tonel de concreto.

Procedimentos adotados para a medição e cálculo.

Nesse recipiente de forma cilíndrica obtivemos os seguintes dados:

Diâmetro = 50 cm

Altura = 82 cm

Usou-se esta unidade de medida por que o instrumento de medição é uma fita métrica graduada em centímetro.

Para o cálculo utilizamos o método nº 2 do manual:

$$V = k \times D \times D \times h$$

$$V = 0,8 \times 50 \times 82$$

Através da calculadora de mão, temos;

$$V = 164000 \text{ cm}^3$$

Em seguida fizemos a seguinte mudança de unidade

Dividir 164000 por 1000 e obteve  $164 \text{ dm}^3$

Logo, chegamos à conclusão que o depósito suporta 164 litros de água. Assim para o tratamento com BTI de acordo com a tabela 2 figura 17, colocou-se 26 gotas deste produto, já para o tratamento com Novaluron foram 5 gotas.

Refazendo esses cálculos agora por outro método, o da geometria clássica, temos:

Para  $\pi = 3,14$

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = 3,14 \times 25^2 \times 82 = 160925 \text{ cm}^3$$

$$V = 160,925 \text{ litros}$$

Arredondando, temos 161 litros de acordo com os dados das tabelas 1 e 2 das figuras 16 e 17 e o tratamento com os produtos é o mesmo, 26 e 5 gotas, respectivamente.

Para dar uma maior consistência verificamos este volume através do cálculo integral, determinando o volume por casca cilíndrica, ou seja, fatiando o sólido geométrico em cascas cilíndricas finas de espessura constantes, que crescem de dentro para fora à partir de um eixo comum, como os anéis observados no corte transversal de um tronco de árvores.

Para efetuar estes cálculos devemos observar os seguintes passos:

1- Desenhe a região e esboce um seguimento de reta que a atravessa paralelamente ao eixo de revolução. Nomeie a altura ou comprimento do seguimento (altura da casca) e a distância do eixo de revolução (raio da casca).

2- Determine os limites de integração para a variável espessura.

3- Integre o produto  $2\pi(\text{raio da casca})(\text{altura da casca})$  em relação à variável espessura (x ou y) para determinar o volume. Como se segue o volume será a integral.

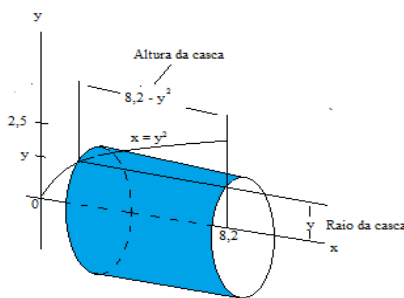


Fig. 21

$$V = \int_a^b 2\pi(\text{raio da casca})(\text{altura da casca})dy$$

Onde o cilindro está em torno do eixo x.

Como,  $r = 25 \text{ cm} = 2,5 \text{ dm} = \frac{5}{2} \text{ dm}$  logo os limites de integração  $a = 0$  e  $b = \frac{5}{2} \text{ dm}$ .

Para  $h = 82 \text{ cm} = 8,2 \text{ dm}$  altura do depósito.

$$H = (8,2 - y^2) \text{ dm altura da casca.}$$

$$V = \int_0^{\frac{5}{2}} 2\pi(y) (8,2 - y^2) dy \Rightarrow$$

$$V = 2\pi \int_0^{\frac{5}{2}} (8,2y - y^3) dy \Rightarrow$$

$$V = 2\pi \left[ \frac{8,2y^2}{2} - \frac{y^4}{4} \right]_0^{\frac{5}{2}} \Rightarrow$$

$$V = 2\pi \left[ 4,1 \left( \left( \frac{5}{2} \right)^2 - \frac{0^4}{4} \right) \right] \Rightarrow$$

$$V = 2\pi * 25,625 \Rightarrow$$

$$V = 51,25\pi = 160,925 \text{ litros}$$

$$V \approx 161 \text{ litros}$$

Verificamos que, o resultado por cálculo integral é o mesmo da geometria espacial e concluímos então que essa é outra maneira de se obter o volume de um cilindro. Como este tipo de cálculo se efetua no ensino superior nos restringimos apenas à validação das fórmulas, que são utilizadas em obtenção de volumes no cotidiano.

## 7.2 Situação-2

No recipiente da figura 22, foram utilizados os seguintes procedimentos para a obtenção do volume.



Fig. 22 piscina com foco de *Aedes Aegypti*.

Dividimos a piscina em duas formas, retangulares e cilíndricas.

Para a forma retangular obtivemos:

$$C = 400 \text{ cm}$$

$$L = 200 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

Usando o método N° 01 do manual calcula-se que:

$$V = C \times L \times h$$

$$V = 400 \times 200 \times 50$$

$$V = 4000000 \text{ cm}^3 / 1000$$

$$V = 4000 \text{ dm}^3 = 4000 \text{ litros}$$

Já para a forma cilíndrica, que foi a junção das duas curvas das extremidades da piscina, obtendo aproximadamente uma circunferência, utilizou-se o método N° 2.

$$V = K \times D \times D \times h$$

$$K = 0,8$$

$$D \times D = 200 \times 200$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$V = 0,8 \times 200 \times 200 \times 50$$

$$V = 1600000 \text{ cm}^3 / 1000$$

$$V = 1600 \text{ dm}^3 = 1600 \text{ litros}$$

Fazendo a soma o ACE obteve:

$$V = 4000 + 1600 \Rightarrow V = 5600 \text{ litros.}$$

Verificando as tabelas de tratamento tem-se 32,5 ml e 15 gotas de BTI e 5 ml e 20 gotas para o Novaluron.

Na geometria clássica o volume de um paralelepípedo é calculado, multiplicando a área da base pela altura. Daí se conclui que a fórmula do método n° 1 condiz com a geometria clássica.

Por outro lado, para calcular o volume do cilindro a geometria clássica utiliza a principio de Cavalieri, em que o cilindro tem o mesmo volume que um prisma:

$$V_{cilindro} = \pi R^2 h$$

Refazendo os cálculos de modo clássico tem-se:

$$\text{Considerando } \pi = 3,14$$

$$V_{cilindro} = 3,14 \cdot 100^2 \cdot 50$$

$$V_{cilindro} = 1570000 \text{ cm}^3$$

$$V_{cilindro} = 1.570 \text{ litros}$$

Somando o volume do cilindro com o volume do paralelepípedo reto retângulo obtém-se o volume  $V_p$ , ou seja, o volume da piscina.

$$V_p = 4000 + 1570$$

$$V_p = 5.570 \text{ litros}$$

Para tratar com BTI aplica-se 32,5 ml e 15 gotas. No tratamento com Novaluron usa-se 5 ml e 19 gotas, ou seja o tratamento com Novaluron foi menor pelo cálculo da geometria espacial métrica .

### 7.3 Situação-3

O recipiente da figura 23 abaixo é uma piscina no quintal de uma residência. Ao inspecionar verificou-se que não é preciso fazer tratamento. Como os ACEs em suas visitas fazem atualizações, foi preciso calcular a capacidade do recipiente.



Fig. 23 piscina em perfeita condições para banho.

Observando a melhor maneira para fazer as medições. Mediu-se o recipiente por completo como se fosse um depósito retangular, depois os cantos como um depósito triangular, multiplicando-se por quatro. Após os resultados, subtrai aos volumes obtendo o volume total.

Pelo método nº 1

$$V_1 = ?$$

$$C = 600 \text{ cm}$$

$$L = 300 \text{ cm}$$

$$h = 120 \text{ cm}$$

Fazendo os devidos cálculos tem-se

$$V_1 = 600 \times 300 \times 120$$

$$V_1 = 21.600.000 \text{ cm}^3$$

Dividindo por 1000 para chegar a decímetros cúbicos

$$V_1 = 21.600 \text{ dm}^3$$

$$V_1 = 21.600 \text{ litros}$$

Agora, para o cálculo do depósito triangular. Pelo método nº 3

$$V_2 = ?$$

$$B = 70 \text{ cm}$$

$$L = 35 \text{ cm}$$

$$h = 120 \text{ cm}$$

Efetutando os cálculos obtém-se

$$V_2 = \frac{70 \times 35 \times 120}{2}$$

$$V_2 = 147000 \text{ cm}^3$$

Fazendo a divisão por 1000 tem-se

$$V_2 = 147 \text{ dm}^3$$

$$V_2 = 147 \text{ litros}$$

Multiplicando essa quantidade por quatro, fica,

$$V_2 = 147 \times 4$$

$$V_2 = 588 \text{ litros}$$

Para o volume total fez-se

$$V_{total} = V_1 - V_2$$

$$V_{total} = 21.600 - 588$$

$$V_{total} = 21.012 \text{ litros}$$



Fazendo todos esses cálculos pela geometria espacial métrica obtivemos o mesmo volume, pois a largura que se utilizou na fórmula do método nº 03 é a altura do triângulo que está na área da base de um prisma.

#### 7.4 Situação-4

O depósito da figura 24 abaixo é conhecido como caixa de armazenamento de água para o consumo. Após a inspeção verificamos que é preciso fazer o tratamento. Diante dos diversos tipos de produtos existentes para o tratamento de água, um dos fatores determinantes na sua escolha, é o volume de água existente no depósito. Neste caso, é necessário fazer sua cubagem.



Fig. 24 caixa d'água para consumo humano.

Observando o recipiente nota-se que ele possui a forma de um tronco de cone, porém no manual de método simples dos ACEs não existe fórmula para este sólido geométrico.

A solução encontrada pelos Agentes de Combate as Endemias foi a de aproximar para o método nº 02 que é o da forma cilíndrica.

Na geometria espacial o cálculo de um tronco de cone pode ser calculado pela fórmula abaixo:

$$V = \frac{\pi h}{3} + (R^2 + Rr + r^2)$$

Verificou-se a diferença para a caixa de tronco de cone de mil litros encontrada em uma residência.

Pelo método nº 02

$$V = ?$$

$$K = 0,8$$

$$D \times d = 100 \times 106 \text{ (cm)}$$

$$h = 100 \text{ cm}$$

Aplicando na fórmula tem-se que

$$V = 0,8 \times 120 \times 106 \times 100$$

$$V = 1017.600 \text{ cm}^3$$

$$V = 1017,600 \text{ dm}^3$$

$$V = 1017 \text{ litros}$$

Na geometria clássica temos:

$$V = ?$$

$$\pi = 3,14$$

$$R = 60 \text{ cm}$$

$$r = 53 \text{ cm}$$

$$h = 100 \text{ cm}$$

Efetuando-se os cálculos.

$$V = \frac{3,14 \cdot 100}{3} (60^2 + 60 \cdot 53 + 53^2)$$

$$V = 1003,649 \text{ cm}^3$$

$$V = 1004 \text{ litros}$$

Conclui-se que a diferença é apenas de 13 litros.

Para o tratamento com BTI a diferença é de 2 gotas para o maior volume, em quanto que com o Novaluron a quantidade é a mesma.

### 7.5 Situação-5

Da mesma forma que vimos na situação 4, não encontramos no manual de método fórmula para realizar a cubagem. Como o formato do recipiente se aproxima de uma semi esfera, podemos recorrer de forma natural aos conhecimentos básicos de geometria espacial, mais precisamente o estudo de esfera.



Fig. 25 cuba de pia com água parada.

Para o cálculo é necessário saber a medida do raio, assim:

$$R = 25 \text{ cm}$$

$$\pi = 3,14$$

Substituindo na fórmula tem-se,

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 25^3$$

$$V = 65417 \text{ cm}^3$$

$$V = 65,417 \text{ dm}^3$$

$$V \approx 65 \text{ litros}$$

O volume de  $\frac{1}{2}$  da esfera é:

$$V = 65 \cdot \frac{1}{2} = 32 \text{ litros e meio.}$$

Para o tratamento com BTI utiliza-se 8 gotas, já para o tratamento com Novaluron 2 gotas.

Depósitos pequenos são desprezíveis para o tratamento, pois os ACEs podem eliminá-los derramando a água em terra.

### 7.6 Situação-6



Fig. 26

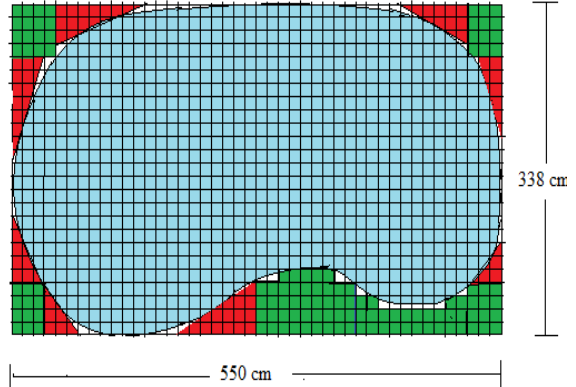


Fig. 27

Para o cálculo da piscina de formato de cilindro irregular, sugerimos que a ACE meça o comprimento e a largura procurando os pontos máximos das bordas do recipiente, formando um retângulo. Fazendo os cálculos pelo método nº 1 de um depósito de forma retangular.

Em seguida dividem-se as partes que não contém água em formas geométricas conhecidas. Como na figura 27.

A figura 26 é uma aproximação da superfície do recipiente da figura 25. Foram obtidas as medidas:

Largura = 338 cm ; Comprimento = 550 cm; Altura = 140 cm

Pelo método nº 1 temos:

$V = 550 \times 338 \times 140 \Rightarrow V = 26026000 \text{ cm}^3$ , fazendo as devidas transformações verificamos que o maior depósito retangular tem volume  $V = 26026$  litros.

As partes que não contém água foram devididas em retângulos e triângulos obtendo-se uma aproximação de 4748 litros, que subtraindo do temos:

$V = 26026 - 4748 = 21278$  litros de capacidade.

## 8. CONSIDERAÇÕES

Todas as situações apresentadas fazem parte da rotina diária dos Agentes de Combates às Endemias, e como vimos, seus procedimentos envolvem conhecimentos de diversas áreas do saber.

De acordo com o setor de Estatística da vigilância em saúde do município de Campina Grande, os recipientes encontrados nos locais vistoriados são de formas variadas, sendo o tonel com formato cilíndrico, o recipiente predominante para armazenagem da água. Nesse particular, o método n.2, indicado para as formas cilíndricas é bastante prático e bem próximo da Geometria usual, ou seja: o procedimento recomendado pelo método leva à resultados bem próximos aos obtidos pela Geometria das salas de aulas, quando lidamos com corpos redondos.

Já a fórmula utilizada no método n.1, que não precisa do número  $\pi$ , e portanto, retrata fielmente os ensinamentos e exemplos vivenciados durante uma aula de Geometria Espacial, mais precisamente o estudo dos Prismas, em particular, Paralelepípedos.

O método n.3, também está relacionado aos conceitos de Prismas, dessa vez, com bases triangulares.

É possível observarmos perfeitamente nos procedimentos comentados, a importância dos elementos e formas básicas da Geometria Plana.

Observamos que os métodos de tratamento disponíveis utilizados pelos Agentes de Combate às Endemias, contemplam de forma satisfatória a grande maioria dos recipientes vistoriados, no entanto, um percentual representativo foge aos padrões ou formas convencionais, exigindo a utilização de conceitos matemáticos outros, por exemplo o *Cálculo Diferencial e Integral*, que possibilitem uma medição com maior precisão.

Dessa forma, diante da experiência adquirida, observamos que a busca por conhecimentos que tenham por objetivo aprimorar os métodos já existentes, bem como propor o estudo, a observação e elaboração de novos métodos, deve ser estimulada e entendida como avanços na qualidade dos serviços oferecidos em benefício da saúde pública.

Em particular, ao término desse Trabalho de Conclusão de Curso, verificamos que é perfeitamente possível explorar os conhecimentos de Matemática em diversas atividades do cotidiano.

Por exemplo, nas atividades dos Agentes de Combate às Endemias.



Fig. 28 ACE fazendo cubagem de depósito d'água

## 10. REFERÊNCIAS

BOYER, Carl. História da matemática / Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide - 2ª ed. - São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

WEIR, Maurice D. Cálculo (George B. Thomas Jr.), volume 1/ Maurice D. Weir, Joel Hass, Frank R. Giordano; tradução Thelma Guimarães e Leila Maria Vasconcellos Figueiredo; revisão técnica Claudio Hirofume Asano. - São Paulo: Addison Wesley, 2009.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. Matemática - ensino médio - volume 2 - 2ª série / Kátia Cristina Stocco Smole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz - 5ª ed. - São Paulo: Saraiva, 2005.

GIOVANNI, José Ruy. Matemática completa / José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno. - 2ª ed. renov. - São Paulo: FTD, 2005. - (Coleção matemática completa).

FACCHINI, Walter. Matemática: Volume Único. São Paulo: Saraiva, 1996.

DENGUE, instrução para pessoal de combate ao vetor: manual de normas técnicas. - 3ª ed., rev. - Brasília: Ministério da Saúde: Fundação Nacional de Saúde, 2001.

E-mail: peaa@funasa.gov.br

## 11. ANEXO S

Vaso de planta.



Fotografia retirada pelo autor em 01/07/2014.

Piscina.



Fotografia retirada pelo autor em 07/07/2014.

Tambor usado para armazenamento de água.



Fotografia retirada pelo autor em 01/07/2014.

Tanque de alvenaria.



Fotografia retirada pelo autor em 04/07/2014.

ACE fazendo medição de reservatório de água.



Fotografia retirada pelo autor em 04/07/2014

ACE fazendo visita.



Fotografia retirada pelo autor em 04/07/2014

Todas as fotos foram retiradas no bairro Itararé em Campina Grande PB.



Tipos de recipientes encontrados em 500 visitas nos meses de julho e agosto de 2014, no Bairro Itararé na cidade de Campina Grande PB.

TIPOS DE DEPÓSITOS DE ARMAZENAMENTO DE ÁGUA	FORMAS DOS DEPÓSITOS	QUANTIDADE	PERCENTUAL (%)
Tonel ou tambor	Cilindro	215	58,4
Tanque ou cisterna	Paralelepípedo	45	12,2
Piscina	Diversos	30	8,2
Caixa de água	Tronco de cone	50	13,6
Cuba de pia	Esfera	08	2,2
Outros	Diversos	20	5,4
Total		368	100

Fonte: autor