



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA PROFESSORES
DO ENSINO MÉDIO

Maria Alcileide da Silva

**O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO 2º ANO DO ENSINO
MÉDIO NA ESCOLA MEQUÍADES VILAR NO MUNICÍPIO DE
TAPEROÁ-PB.**

Campina Grande – PB
2011

Maria Alcileide da Silva

**O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO 2º ANO DO ENSINO
MÉDIO NA ESCOLA MEQUÍADES VILAR NO MUNICÍPIO DE
TAPEROÁ-PB.**

Monografia apresentada ao Curso de
Especialização em Educação Matemática para
Professores do Ensino Médio da Universidade
Estadual da Paraíba, para a obtenção do título
de Especialista em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva

Campina Grande – PB
2011

S586e Silva, Maria Alcileide da.

Ensino da Trigonometria no 2º ano do Ensino Médio na Escola Melquíades Vilar no município de Taperoá-PB [manuscrito] / Maria Alcileide da Silva. - 2011.

56 f. il. color.

Monografia (Especialização em Educação Matemática para Professores do Ensino Médio) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2011.

“Orientação: Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva, Departamento de Matemática”.

1. Ensino de trigonometria. 2. Trigonometria. 3. Prática pedagógica. 4. Aprendizagem. I. Título.

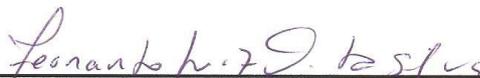
21. ed. CDD 510

MARIA ALCILEIDE DA SILVA

**O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO 2º ANO DO ENSINO
MÉDIO NA ESCOLA MEQUÍADES VILAR NO MUNICÍPIO
DE TAPEROÁ-PB.**

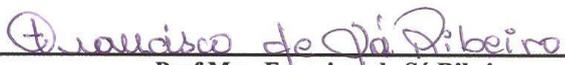
Monografia apresentada em: 28/10/ 2011

BANCA EXAMINADORA



Prof. Msc. Fernando Luis Tavares da Silva – Orientador

Departamento de Matemática - UEPB



Prof.Msc. Francisco de Sá Ribeiro

Departamento de Matemática - UEPB



Prof. Esp. Núbia Nascimento Martins

Departamento de Matemática – UEPB

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, que nunca mediram esforços para apoiar-me e incentivar-me a acreditar que todos os meus sonhos podem se tornar realidade.

A meus filhos Carlos Eduardo e Marcela, ao meu marido e amigos, pelo desejo de verem a minha realização.

Aos professores que contribuíram com o nosso desenvolvimento, sempre incentivando-nos na longa caminhada.

Aos colegas de turma, que sempre se mostraram amigos, colocando-se a nossa disposição.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e sua presença constante iluminando meu caminho.

Aos meus pais que sempre estiveram ao meu lado, dando-me força para continuar a caminhada.

A minha família e ao meu marido pelo apoio na luta diária.

Ao professor Fernando Luiz Tavares da Silva, pela atenção, paciência e dedicação.

A minha amiga Elizete Santos Silva pelo auxílio em todas as horas de aflição.

"O pensamento lógico pode levar você de A a B, mas a imaginação te leva a qualquer parte do Universo."

(Albert Einstein)

RESUMO

Este trabalho tem a intenção de contribuir para os estudos relacionados ao ensino da matemática e mais especificamente com o ensino de trigonometria realizado no ensino médio. A pesquisa foi realizada na Escola Estadual Melquíades Vilar no município de Taperoá-PB objetivando analisar os métodos utilizados no ensino de trigonometria no 2º ano do ensino médio, verificando as práticas pedagógicas utilizadas pelos professores e o nível de aprendizagem adquirido pelos alunos. O trabalho partiu de uma revisão bibliográfica, tratando inicialmente da história da matemática, e na sequência faz-se também um levantamento sobre a origem e evolução da trigonometria ao longo do tempo. Finalmente, foi feita uma análise quantitativa e qualitativa sobre o ensino de trigonometria, através de um questionário aplicado a trinta e três alunos da escola acima citada, contendo vinte questões relacionadas ao ensino de trigonometria e também questões que exigem um conhecimento básico de geometria. Através da pesquisa observou-se que o ensino de trigonometria é ainda muito falho, baseada em métodos tradicionais e sem contextualização. Os alunos que fizeram parte da amostra apresentaram muitas dificuldades em relação ao assunto, demonstrando que a metodologia utilizada não é eficiente, necessitando, portanto de reformulações, para que os conteúdos tenham significados para o cotidiano dos alunos, garantindo dessa forma um conhecimento eficaz.

Palavras-chave: trigonometria, ensino, aprendizagem.

ABSTRACT

This work has the intention to contribute more specifically for the studies related to the education of the mathematics and with the education of trigonometry carried through in average education. The research was carried through in the State School Melquíades Vilar in the city of Taperoá-PB objectifying to analyze the methods used in the education of trigonometry in 2^o year of average education, verifying practical the pedagogical ones used for the professors and the level of learning acquired for the pupils. The work left of a bibliographical revision, treating initially to the history of the mathematics, and in the sequence it also becomes a survey on the origin and evolution of trigonometry throughout the time. Finally a quantitative analysis was made and qualitative on the trigonometry education, through an applied questionnaire the thirty and three pupils of the school above cited, I also contend twenty questions related to the trigonometry education and questions that demand a basic knowledge of geometry. Through the research it was observed that the trigonometry education is still very defective, based in traditional methods and without contextualization. The pupils who had been part of the sample had presented many difficulties in relation to the subject, having demonstrated that the used methodology is not efficient, needing, therefore reformularizations, so that the contents have meanings for the daily one of the pupils, guaranteeing of this form an efficient knowledge.

Words-key: trigonometry, education, learning.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1. ORIGEM E EXPANSÃO DA TRIGONOMETRIA	12
1.1. O Desenvolvimento da Trigonometria e Surgimento do Circulo Trigonométrica.....	14
1.2. Conhecendo a Trigonometria do Ensino Médio.....	16
1.3. A Nomenclatura das Funções trigonométricas.....	21
2. CONHECIMENTOS DA PRÁTICA DOCENTE E O CURRÍCULO ESCOLAR PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	24
2.1. Objetivos da Matemática no Ensino Médio.....	24
2.2. Desenvolvendo os temas estruturadores do ensino de matemática.....	28
2.3. As novas perspectivas do ensino de matemática.....	29
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES DA PESQUISA REALIZADA	34
3.1. O ensino da trigonometria.....	34
3.2. Caracterização da escola	35
3.3. Metodologia utilizada na pesquisa.....	36
3.4. Análise dos dados.....	37
3.4.1 Tabelas.....	37
3.4.2 Questões de Trigonometria.....	43
CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
REFERÊNCIAS	55
ANEXOS	57

INTRODUÇÃO

Na Matemática, o estudo da trigonometria através de seu desenvolvimento histórico, suas demonstrações e aplicações, serve para o desenvolvimento do raciocínio lógico, resolução de problemas, dentre outras utilidades. Tendo em vista sua importância, nos sentimos motivados para, através de uma análise dos procedimentos metodológicos utilizados no 2º ano do ensino médio da Escola Estadual Melquíades Vilar, verificar o nível de aprendizagem dos alunos em conteúdos relativos a essa área de estudo. Em princípio, através de pequenos contatos, percebemos o desconhecimento de elementos estruturantes, essenciais a um ensino razoável em trigonometria, e à medida que avançamos em nossas observações, ficam evidenciados aspectos que, se não forem devidamente tratados, irão dificultar, significativamente, o desempenho escolar, a formação acadêmica e profissional de uma enorme quantidade de alunos, que por sua vez, tem no referido educandário, um referencial quase único para uma vasta região, polarizada pela cidade de Taperoá.

Ao investigar o nível de aprendizagem em trigonometria, a pesquisa adota uma postura respeitosa e procura - aos poucos - compreender o professor diante da sua prática pedagógica na sala de aula e suas principais dificuldades.

O ensino da trigonometria deve está voltado a uma permanente reelaboração teórica e prática do professor, na busca de uma prática voltada às necessidades dos alunos e as exigências da sociedade. Nesse sentido, devemos conceber a idéia do professor-pesquisador como um importante agente de transformação social, precursor e difusor de visões críticas e articulador de projetos de mudanças em sala de aula e fora dela, refletindo, questionando e propondo ações transformadoras, não tendo uma postura passiva diante dos problemas relacionados aos impedimentos de desenvolvimento humano na escola.

A pesquisa realizada refere-se a um estudo de caso na escola "Melquíades Vilar", localizada na cidade de Taperoá no estado da Paraíba, considerada a maior escola da cidade. Realizamos uma revisão bibliográfica de autores ligados ao ensino da matemática e mais especificamente ao ensino da trigonometria. Elaborou-se um questionário contendo 20 questões, no qual o aluno registra sua visão sobre as práticas de ensino utilizadas na escola e também mostra sua habilidade, ou não, no tratamento com questões básicas em conteúdos de trigonometria.

A etapa final é voltada a uma análise qualitativa e quantitativa dos dados coletados, apresentados através de gráficos e tabelas, buscando interpretar, compreender e externar a realidade ora vivenciada, pelo ensino em trigonometria da referida escola.

CAPITULO 1 - ORIGEM E EXPANSÃO DA TRIGONOMETRIA

A palavra Matemática teve sua origem na Grécia derivado do grego “mathematike” onde “mathema” significa compreensão e “tike” arte. Sendo assim, a Matemática no seu início teve o significado de arte da compreensão. Procurando uma maneira racional de justificar todos os fenômenos, os pitagóricos queriam contrapor a razão, a visão mística, que procurava explicar o mundo por meio de mitos e a visão religiosa predominantes, que atribuía o conhecimento as divindades consideradas oniscientes, onipresentes e onipotentes.

A Matemática foi então desenvolvida pelos gregos como a primeira tentativa de explicar racionalmente o universo e pode-se defini-la em nível do ensino básico como sendo a ciência que estuda por meio de padrões abstratos fenômenos de contagem que envolve neste caso a Aritmética, o espaço que faz parte da Topologia, formas e medidas que são desenvolvidos na Geometria, fenômenos periódicos que esta na Trigonometria, variação entre grandezas se vê no Calculo Diferencial, áreas e volumes estudados no Calculo Integral, estruturas abstratas faz parte da Álgebra, validades de argumentos esta na Lógica, levantamento, organização e interpretação de dados e fenômenos aleatórios que pertence a Estatística.

A Matemática ao longo da história da humanidade vem assumindo um grau de importância cada vez mais relevante, onde a mesma faz parte da vida do homem desde que ele tomou consciência de sua existência. O planeta em que existe vida depende fundamental da Matemática, embora isto não seja percebido por muitos. As ondas eletromagnéticas, que são responsáveis pela informação que chega ao televisor, a informação telefônica que liga pontos distantes do planeta, entre outros vários exemplos que tiveram sua existência primeiramente descoberta na Matemática, sendo ela essencial para desenvolvimento das ciências.

As teorias das razões e das progressões compreenderam o desenvolvimento das ciências matemáticas entre os séculos V e II antes de Cristo, tratada especialmente na música e também na formação, ao lado das ciências teóricas, ramos considerados concretos: à Geometria subordinou-se a Geodésica e à Aritmética a Lógica, para a qual se constituíram especialmente os métodos algébricos. Desde a época de Euclides a Astronomia deu sua origem à Gnomônica e também à Geometria Matemática. Surgiu, enfim, a Mecânica. As idéias errôneas de Aristóteles (384-322 a.C.) acerca dos movimentos entravaram, porém, a criação da Dinâmica e, na Estatística, o principio fundamental da composição das forças não chegou a ser definido.

Até o século XVII a Trigonometria era basicamente o estudo das relações nos triângulos retângulos, das razões trigonométricas e de suas tabelas. Seria equivalente ao que é coberto nas escolas no 9º ano do Ensino Fundamental.

A época contemporânea caracterizou-se principalmente na França- centro de cultura da Matemática - pelo desenvolvimento da teoria das funções particularmente das funções de variável complexa, da Geometria Projetiva e do Cálculo das Probabilidades, empreendendo-se um exaustivo trabalho de crítica que terminou por promover uma completa reconstrução da Geometria e da Aritmética. Foi nesta época que surgiram as funções trigonométricas, suas tabelas e seus gráficos. Esta fase vai até o período de Euler, e seus conteúdos são abordados em nível do Ensino Médio.

A terceira fase da Trigonometria surge com os estudos realizados por Fourier sobre a transmissão de calor, utilizando para isso as séries infinitas de seno e de cosseno, denominadas de séries de Fourier. Este trabalho foi um dos que deu o maior impacto no mundo atual de deu origem ao desenvolvimento de vários campos do conhecimento, entre eles o eletromagnetismo, os movimentos ondulatórios e movimentos pendulares.

A trigonometria deriva das palavras gregas *trigonos* + *metrum* que significam “triângulo e medir”, pois é o ramo da Matemática que estuda os triângulos, em particular os triângulos retângulos que medem 90 graus e estejam em um plano, estuda também as relações entre os lados e ângulos dos triângulos; as funções trigonométricas e os cálculos baseados nelas.

Na verdade a trigonometria é uma parte da Matemática bastante antiga já existente antes de cristo por isso considerada muito importante para diversas áreas do conhecimento, o que provocou um estudo mais profundo das funções trigonométricas, que desde sua origem a trigonometria é utilizada na resolução de problemas de natureza geométrica, mas não era reconhecida, pois atende todas as necessidades para a realização de atividades que exigem a resolução de problemas.

A Trigonometria surge na antiguidade para suprir necessidades práticas, principalmente relacionadas com a demarcação de terra, construção de prédios e monumentos, traçado de mapas e de rotas, tanto terrestre como marítimas, para a elaboração de calendários e na Astronomia. Hoje é usada para o estudo de todos os fenômenos que envolvem movimentos ondulatórios tais como transmissão de energia, de calor, de som, batimentos cardíacos e séries climáticas.

Em uma determinada fase dos desenvolvimentos matemáticos em um grupo social, os conceitos matemáticos são introduzidos mediante percepções intuitivas de fatos que apresentam características próprias e possuem íntimas relações com objetos materiais e com suas criações

dos padrões e assim todos os objetos que as possuem passam a ser classificados em uma determinada categoria. Por exemplo, todos os objetos que tinham as características de ter como lado três segmentos de retas, tendo como ponto comum às extremidades e contendo uma região de um plano passou a ser denominado de triângulo. O triângulo é então um padrão que permite classificar as figuras que satisfazem as características. Percebe-se que o triângulo matemático é um objeto abstrato, usado não somente para classificar os triângulos da natureza, como também permite efetuar determinadas operações matemáticas.

Mas, à medida que o pensamento matemático foi caminhando no sentido da abstração, cada vez mais temos um afastamento das figuras concretas. Dessa maneira, as idéias que apareciam vagas e confusas foram adquirindo precisão e os métodos da análise Matemática, livres de qualquer intuição geométrica, permitiram o gradativo refinamento dos conceitos básicos e uma concatenação mais rigorosa entre as proposições fundamentais. Esta busca de rigor que caracteriza a Matemática é muito negativa quando aplicada inadequadamente no ensino. Dependendo do objetivo de cada atividade a ser executada e dos alunos a quem se destina, o professor deve utilizar como ponto de partida os conhecimentos prévios dos alunos e como ponto de chegada os objetivos a serem atingidos.

Sendo assim, constitui-se um engano na história de que se tem que cumprir o conteúdo previsto de cada série. A escola tem de fazer o aluno a aprender e não cumprir o conteúdo previsto. Ela deve complementar inclusive as aulas disponíveis para o professor trabalhar nesta perspectiva: o mais importante para a aprendizagem é aquilo que o aluno traz de conhecimentos. E neste ponto, as representações geométricas e o uso de materiais concretos são importantes para fundamentar os alunos que não desenvolveram ainda a capacidade de abstração e de domínio da representação algébrica.

1.1 O Desenvolvimento da Trigonometria e Surgimento do Circulo Trigonométrico

Para considerar a gênese desta área da Matemática, deve-se discutir qual o significado que se dar ao termo Trigonometria. Se for tomada como uma ciência analítica estudada atualmente, pode-se vê que sua origem se deu no século XVII, após o desenvolvimento do simbolismo algébrico. Mas, se considerada para significar a Geometria ligada a Astronomia, as origens remontarão aos trabalhos de Hiparco, no século II a.C., embora, existam traços anteriores de seu uso. Se considerada, ainda, para significar literalmente medidas de triângulos, a origem será no segundo século ou terceiro milênio antes de Cristo.

Estudar a história da Trigonometria também permite observar o surgimento e progresso da Análise e da Álgebra, campos da Matemática nelas contidos de forma embrionária. A Trigonometria, mais do que qualquer ramo da Matemática desenvolveu-se no mundo antigo a partir de necessidades práticas, principalmente ligada à Astronomia, Agrimensura e Navegação.

O início da trigonometria segundo Boyer (2010, p.10.) não foi obra só de um homem ou nação, assim como outros ramos da Matemática, pois os antigos egípcios e babilônios usavam e conheciam teoremas sobre razões entre lados de triângulos semelhantes, mas dando por falta do conceito de medida de ângulos, passaram a chamar esse ramo da matemática de Trilaterometria, que significa medida de polígonos de três lados ou triláteros, ao invés de trigonometria, que é a medida de partes de um triângulo. Foram os gregos que encontraram pela primeira vez um estudo sistemático de relações entre ângulos ou arcos num círculo e os comprimentos das cordas que as formam, já eram conhecidas dos gregos antigos também as propriedades das cordas, como as medidas de ângulos centrais ou inscritos em círculos e acredita-se que eles tenham usado os conhecimentos de razão e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua.

As leis ou fórmulas trigonométricas específicas, já eram usadas por Euclides em seus teoremas, mas não usava a trigonometria no sentido escrito da palavra, um exemplo são leis dos cossenos para ângulos obtusos e agudos respectivamente, usadas em linguagem geométrica em vez de trigonométrica sendo provadas por métodos semelhantes ao de Euclides usado no teorema de Pitágoras. Tendo em vista que cada vez mais os astrônomos da idade de Alexandrina tratavam os problemas que indicavam a necessidade de relações mais sistematizadas entre ângulos e cordas, por isso os teoremas sobre comprimentos de cordas são essencialmente aplicações da lei dos senos e os teoremas de Arquimedes sobre cada corda

quebrada pode ser facilmente traduzido em linguagem trigonométrica com as fórmulas para senos de somas e diferença de ângulos.

Como pode ser visto na citação acima, desde a antiga Grécia até os tempos modernos não existiam coisas como razões trigonométricas, então foram os gregos, e depois deles os hindus e os árabes que usaram linhas trigonométricas, essas no princípio tiveram formas de cordas num círculo, e coube a Ptolomeu associar valores numéricos. Fazendo assim, duas convenções necessárias: a primeira seria algum esquema para subdividir o círculo e a segunda seria alguma regra para subdividir o diâmetro, mas essa divisão parece ter estado em uso na Grécia, embora não se saiba como a convenção surgiu.

Ainda segundo Boyer (2010, p.) a medida de 360 graus vem da astronomia, onde o zodíaco foi dividido em doze signos ou 36 decanatos, pois um ciclo de estações, de aproximadamente 36 dias, pode ter sido posto facilmente em correspondência com o sistema de signos zodiacos e decanatos, subdividindo assim cada signo em trinta partes e cada decanato em dez partes. Percebe-se que o nosso sistema comum de medida de ângulo derivou-se de correspondência. Com certeza foi o sistema sexagesimal que levou Ptolomeu a subdividir o diâmetro do círculo trigonométrico em cento e vinte partes e cada uma dessas, ele subdividiu em novamente em sessenta minutos e cada minuto de comprimento em sessenta segundos.

Veja as relações simples que podem identificar identidades trigonométricas traduzindo-as para a linguagem das cordas de Ptolomeu.

$$\text{Sen}x = \text{cd}2x/120 \quad \text{e} \quad \text{cos}x = \text{cd}(180^\circ - 2x) / 120$$

1.2 Conhecendo a Trigonometria do Ensino Médio

A trigonometria começa como uma matemática eminentemente prática para determinar distancia que não podia ser medida diretamente. Ao lidar com a determinação de pontos e distâncias em três dimensões, a trigonometria esférica amplia sua aplicação à física, à química e a quase todos os ramos da engenharia, em especial no estudo de fenômenos periódicos, como a vibração do som e o fluxo de correntes alternadas. Trata-se da parte da matemática que estuda as relações entre lados e ângulos de triângulos. As figuras geométricas pertencem a um único plano

e são estudados na trigonometria plana, já os triângulos que são uma seção da superfície de uma esfera são estudadas na trigonometria esférica.

Tendo em vista que, muitas vezes os instrumentos de medição entre duas distancias nem sempre é adequado, por exemplo, a distancia entre dois pontos no oceano ou no espaço é praticamente impossível de ser realizado, em razão da existência de meios de meios de locomoção ou em virtude de um consumo excessivo de tempo e recursos.

Quando métodos comuns de mensuração não podem ser usados, então, o uso de triângulos é certamente um ótimo procedimento para resolver o problema do cálculo de distâncias. Adquiri-se essa temática e outros importantes conhecimentos com o estudo da trigonometria, parte da matemática que pode ser resumida como responsável pelo estabelecimento das relações entre lados e ângulos de um triangulo. Com a necessidade de avaliar as distâncias, então, se dá a aplicação da trigonometria.

Dividindo-se a circunferência em 360 arcos iguais, à medida de cada arco chama-se um grau, representado por 1° . Acredita-se que as unidades de medidas de arcos e ângulos recebem iguais denominações. Portanto, a um arco de 45° , por exemplo, corresponde um ângulo central de 45° . Evidentemente, o arco, ou ângulo, de uma rotação completa na circunferência mede 360° e o arco, ou ângulo, nulo mede 0° .

Os minutos são os graus que podem ser divididos em 60 partes iguais. Cada minuto por sua vez, divide-se em 60 segundos. Dessa maneira temos $1^\circ=60'$ ($60'$ lê-se sessenta minutos), ou seja, um grau é o mesmo que sessenta minutos e $1'=60''$ ($60''$ lê-se sessenta segundos), ou seja, um minuto é o mesmo que sessenta segundos. Nos tempos atuais esta substituição do grau em minutos e segundos já não é tão atualizada, o que é mais comum hoje em dia, por exemplo, é ao invés de representar um ângulo de sete graus e trinta e sete minutos por $7^\circ 30'$, é representá-lo por $7,5^\circ$.

Para obter a unidade de medida em radianos, deve-se considerar uma circunferência de centro O, cujo raio mede r unidade de comprimento e os lados do ângulo central Θ determinam na circunferência um arco de comprimento r, então, pode-se dizer que Θ mede um radiano, ou seja, $\Theta = 1 \text{ rad}$ (1 rad lê-se um radiano).

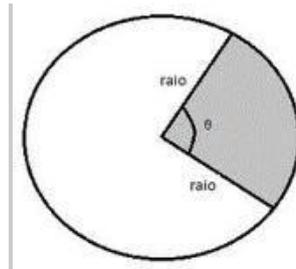


Figura 1

Por essa definição, escreve-se que a medida do ângulo Θ é razão entre o comprimento do arco que possui Θ com o ângulo central e o comprimento do raio da circunferência. Deve-se observar que ângulos são classificados como positivos e negativos, de acordo com o sentido da rotação que os gera. Considera-se negativo todo ângulo gerado por uma rotação realizada no sentido horário. Caso contrário, ou seja, sendo gerado por uma rotação que se processa no sentido contrário ao movimento dos ponteiros do relógio, o ângulo será considerado positivo.

Para converter a unidade de medida de um ângulo em radianos, estando sua medida em graus, ou o contrário, basta notar que o arco correspondente a uma rotação completa na circunferência tem comprimento igual a $2\pi r$ e, sendo assim o ângulo central desse arco passa a valer 360° , que aplicado na definição já citada acima neste mesmo trabalho, então, faz-se a razão da medida do comprimento da circunferência que é $2\pi r$ pelo comprimento do raio r da circunferência, logo se tem que o resultado é a 2π , desta maneira é que acontece a transformação das unidades dos ângulos.

Já o triângulo retângulo permite estabelecer seis razões trigonométricas, suas definições e resultados. É um polígono de três lados com um dos ângulos internos medindo noventa graus, o lado oposto a esse ângulo é a hipotenusa e os outros dois lados são os catetos.

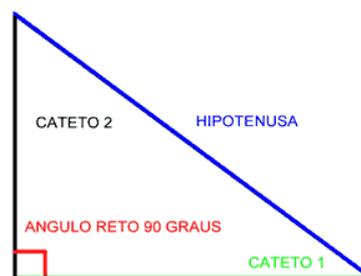


Figura 2

Segundo Dante (2010, p.9) existe inúmeras aplicações das relações trigonométricas em triângulos quaisquer, que só foram usadas mais tarde, com a prática de resolver problemas, mostrando dessa forma que só com as relações do triângulo retângulo eram insuficientes e tornavam os cálculos muito trabalhosos. Assim a trigonometria evoluiu bastante e passou a determinar as medidas dos ângulos e dos comprimentos dos lados de um triângulo qualquer, sem precisar recorrer ao triângulo retângulo. Dessa maneira criaram-se novas relações, chamadas lei dos senos e lei dos cossenos, para desenvolver os problemas que envolvem esses triângulos.

Para Dante (2010, p.27) os conceitos básicos trigonométricos vêm dos cientistas e estudiosos que atraídos pelo céu, repleto de astros e estrelas, chamados corpos celestes, levou o homem a construir engenhosas ferramentas que possibilitassem a aproximação desses corpos para que fossem observados, acredita-se que a vida na Terra recebia sua influencia direta. Pensando dessa forma nasceu a astronomia que significa lei das estrelas, mas o movimento dos planetas foi determinante na descoberta de que eles giravam em torno do Sol. Sendo assim entende-se que essa ciência foi a primeira a considerar o conceito de ângulo tal como o encontra-se na matemática. Já os arcos e cordas estão relacionados mesmo aos ângulos que aparecem nos registros da Grécia antiga associados ao estudo dos elementos de um círculo. Os ângulos centrais de uma circunferência e suas propriedades eram conhecidos desde o tempo de Eudoxo (astrônomo, matemático e filósofo grego que viveu no século no século IV a.C.) que teria usado diversos cálculos com medidas de ângulos para determinar distâncias que por certos métodos de medição comum é humanamente impossível. Acredita-se que a medida do ângulo vem dos sumérios e dos acadianos, antigos povos habitantes da Mesopotâmia, antes da era cristã.

É atribuída aos sumérios à criação da escrita cuneiforme, a mais antiga de que se tem notícia. Feita com o auxílio de cunha, a escrita cuneiforme era composta de traços verticais, horizontais e oblíquos.

Outro indício do conhecimento do conceito de ângulo é a construção do monumento Stonehenge entre 2500 e 2000 a.C., na Inglaterra.

Stoneherge é um monumento megalítico da idade de Bronze. É o mais conhecido dos círculos de pedras britânicas e parece ter sido projetado para observação de fenômenos astronômicos, como os solstícios de verão e de inverno e os eclipses. (DANTE, 2010, p. 27).

Entende-se que para Dante (2010, p.27) a divisão do círculo em partes iguais, foi obtida por meio de ângulos centrais congruentes. Sabe-se ainda que a divisão do círculo em 360 partes iguais foi feita por Hipsicles no século III antes de Cristo, um dos primeiros astrônomos gregos,

mas não existem registros científicos para a escolha desse número. O que se sabe é a influência do movimento de translação da terra em torno do Sol, realizado aproximadamente em um período de 360 dias.

As translações trigonométricas deram-se no início do século XVI, quando os impérios europeus haviam conquistado os mares e expandindo seus domínios para fora do continente, principalmente para resolver problemas relacionados com as navegações, para isso recorriam-se as técnicas desenvolvidas pelos astrônomos, calculando os ângulos entre o horizonte e o Sol, a Lua ou uma determinada estrela. Para garantir que os navios cruzassem os oceanos na direção correta e não se desviassem do seu percurso atracando em um local inesperado ou desconhecido, esses cálculos tinham de ser extremamente precisos, que eram próprios da Astronomia, que consistiam em repetidas multiplicações e divisões de valores do seno e cosseno de arcos por meio dos quais se determinavam os lados e os ângulos dos triângulos esféricos (triângulos traçados na superfície da terrestre). Como ainda não existiam calculadoras, os navegadores perdiam muito tempo fazendo milhares desses cálculos, mas encontraram uma alternativa com a utilização de cartas, que eram preparadas pelos astrônomos, para preverem as posições dos objetos celestiais ao longo do dia e da noite. Mas foi com a ajuda de um matemático que os astrônomos diminuíram o tempo que essas cartas eram elaboradas e sanaram as dificuldades de fabricação das mesmas, com isso o matemático e astrônomo Christopher Clavius, por volta de 1580, encontrou um método eficiente para acelerar os cálculos.

Acredita-se, entretanto, que tenha sido o método de Brahe, chamado prostaférese (do grego prostaphaireisis, Prost, adição e aphaireisis, subtração), era um algoritmo que permitia calcular o produto de dois números usando fórmulas de trigonometria como, por exemplo, dados dois números compreendidos entre 0 e 1, procuravam-se, numa tabela trigonométrica, os arcos cujos cossenos correspondessem a eles e, em seguida, calculava-se a média aritmética entre os cossenos da soma e da diferença entre esses arcos, ou seja, aplicava-se a fórmula $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$. Com esse método os navegadores conseguiram uma grande economia de tempo, trazendo vários benefícios para suas expedições.

Como pode se vê anteriormente neste mesmo trabalho a trigonometria originou-se do homem pelo movimento dos astros, o que permaneceu por vários séculos. Mas foi no século XV, que o matemático alemão Johannes Müller Von Königsberg, também conhecido por Regiomontano, foi considerado o marco do renascimento da Trigonometria por torná-la uma disciplina independente da Astronomia através de uma exposição sistemática dos métodos para resolver triângulos em seu trabalho de *Triangulis Omnimodis*. Foi em meados dos séculos XVI

que aconteceu o desenvolvimento da matemática, através de François Viète, advogado francês dedicado à pesquisa matemática que se destacou por recorrer sistematicamente ao círculo trigonométrico e por aplicar a trigonometria na resolução de problemas algébricos. Mas foi Leonhard Euler (1707 – 1783), matemático mais produto de todos os tempos, que no século XVIII, passou a considerar o círculo de raio unitário e introduziu o conceito de seno, cosseno e tangente como números reais. Euler foi o primeiro matemático a tratar seno e cosseno como funções e descobriu a notação $f(x)$ para uma função.

A representação das relações trigonométricas no círculo de raio unitário levou os matemáticos a estudarem seu comportamento, esboçando-as graficamente. Assim, foram identificadas como funções, sendo Gilles Roberval (matemático francês do século XVIII) o primeiro a esboçar a curva do seno. O estudo das funções trigonométricas teve seu ápice com Joseph Fourier, no século XIX, no campo dos movimentos periódicos. (DANTE, 2010, p. 71).

As funções trigonométricas são de grande aplicação em várias áreas, como Música (a teoria da ressonância afirma a natureza matemática nas relações harmônicas), Acústica (no estudo dos meios de propagação do som), Eletricidade (no estudo do eletromagnetismo, equações matemáticas prevêm ondas eletromagnéticas), Mecânica (no movimento circular uniforme), e nelas são encontrados os fenômenos periódicos, aqueles que se repetem em intervalos regulares. Com isso a Trigonometria toma proporções ampliadas, constituindo-se como disciplina independente. A partir daí as funções trigonométricas expandem seu campo de atuação.

1.3 A Nomenclatura das Funções trigonométricas

Inicialmente a função seno, era conhecida como função corda, existente já há alguns séculos antes de Ptolomeu. A função corda relacionava um arco de circunferência com a corda respectiva e com a natural evolução do pensamento matemático, quando alguém pensou em utilizar uma tábua relacionando a metade de um arco duplo, então, estava criada a função seno, que em latim, era caracterizada por sinus. Existem registros que, no século V de nossa era, o matemático hindu Aryabhata já calculava essas a semicordas.

Passado algum tempo os matemáticos hindus calcularam tábuas de seno, onde o seno passou a ser chamado jyab, uma das várias escritas para a palavra corda em hindu. Logo depois, foram os árabes que passaram a escrever jyb, que ficou conhecida como jayb, por causa da

leitura incorreta, mais tarde foi traduzida do árabe para o latim e passou a se chamar latino sinus, onde hoje é conhecida como seno.

O termo seno certamente não foi aceito imediatamente como a notação padrão pelos autores de todos os tempos, quando a notação matemática era por si mesma uma nova idéia, muitos usaram a sua própria notação.

Edmundo Günter (1581-1626) foi o primeiro a usar a abreviação sem em 1624 em desenho. O primeiro uso de sen em um livro foi em 1634, pelo matemático Francês Pierre Hérigone (1580-1643), enquanto Cavalieri (1598-1647) usava Si e Oughtred (1575-1660) usava S.

A mais antiga tábua de senos dói descoberta na Índia, onde elas sem dúvida se originaram. Seus inventores, desconhecidos, conheciam as idéias matemáticas gregas e babilônicas transmitidas como subprodutos de um florescente comércio romano com o sul da Índia, via Mar Vermelho e Oceano Índico.

A palavra cosseno surgiu somente no século XVII, como sendo o seno do complemento de um ângulo. Os conceitos de seno e cosseno foram originados pelos problemas relativos à Astronomia, enquanto que o conceito de tangente, ao que parece, surgiu da necessidade de calcular alturas e distancias.

Por sua vez, o cosseno seguiu um curso semelhante no que diz respeito ao desenvolvimento da notação. Viète usou o termo sinus residuae para o cosseno.

Günter em 1620, sugeriu co-sinus, a notação Si.2 foi usada por Cavalieri, Oughtred usou s co arc e Wallis usou S.

A função tangente era a antiga função sombra, que tinha idéias associadas a sombras projetadas por uma vara colocada na horizontal. A variação da elevação do Sol causava uma variação de ângulo que os raios solares formavam com a vara e, portanto, modificava o tamanho da sombra.

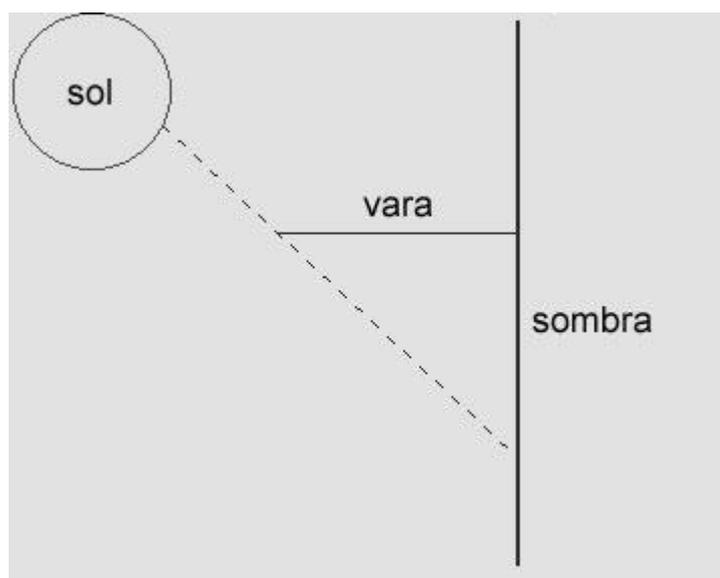


Figura 3

Assim, a tangente e a cotangente vieram por caminho diferente daquele das cordas que geravam o seno. Foram conceitos desenvolvidos juntos e não foram primeiramente associados a ângulos, sendo importantes para calcular o comprimento da sombra que produzida por um objeto. O comprimento das sombras foi também de importância no relógio de Sol. Tales usou os comprimentos das sombras para calcular as alturas das pirâmides através da semelhança de triângulos.

As primeiras tabelas de sombras conhecidas foram produzidas pelos árabes por volta de 860. O nome tangente foi o primeiro usado por Thomas Fincke, em 1583. O termo cotangente foi primeiro usado por Edmundo Günter, em 1620.

As notações para a tangente e a cotangente seguiram um desenvolvimento semelhante àquele do sem e cos. Cavalieri usou Ta e $Ta.2$, Oughtred usou $t \text{ arc}$ e $co \text{ arc}$, enquanto Wallis usou T e t . A abreviação comum usada hoje é \tan (Ou tg) sendo que a primeira ocorrência desta abreviação é devida a Albert Moore em 1674.

A secante e a cossecante não foi usada pelos antigos astrônomos ou agrimensores. Estas surgiram quando os navegadores por volta do século XV começaram a preparar tabelas. Copérnico sabia da secante que ele a chamou de hipotenusa. As abreviações usadas por vários autores foram semelhantes para as funções trigonométricas já discutidas. Cavalieri usou Se e $Se.2$, Oughtred usou $Se \text{ arc}$ e $Sec \text{ co arc}$, enquanto Wallis usou s e \square , Albert Grard usou sec escrito por cima do ângulo como ele fez para \tan .

CAPITULO 2- CONHECIMENTOS DA PRÁTICA DOCENTE E O CURRÍCULO ESCOLAR PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

2.1 Objetivos da Matemática no Ensino Médio

O maior objetivo da sociedade atual é globalizar e informatizar as pessoas, exigindo, assim, mudanças significativas na educação, formando cidadãos capazes de interpretar e analisar informações de maneira crítica, de tomar decisões, de resolver problemas, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores.

De acordo com o artigo 35 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, o Ensino Médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, tem como finalidades:

- A consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental;
- A preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posterior;
- O aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
- A compreensão dos fundamentos científicos – tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

Com base nesse contexto, pretende-se contemplar a necessidade de adequação dos parâmetros para o ensino de Matemática no Ensino Médio para o desenvolvimento dos alunos, criando condições para a inserção deles num mundo em mudanças e contribuindo para o desenvolvimento de suas capacidades que serão exigidas em suas vidas sociais e profissionais, mas para isso tudo o ensino de matemática constitui um instrumento fundamental.

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (PCNEM, 1999, p.251.)

No Ensino Médio, a Matemática tem um caráter formativo por que contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e aquisição de atitudes e instrumental por ser um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas em outras áreas do conhecimento.

Por tanto vale destacar que, no Ensino Médio, a Matemática deve ser vista como ciência que permite ao aluno perceber que os encadeamentos lógicos, as definições e demonstrações possibilitam a construção de novos conceitos e estruturas em razão de suas características estruturais e específicas.

Para Santaló (1996, p.11) a tecnologia tem causado mudanças na vida de cada indivíduo, e que, é missão dos educadores prepararem as novas gerações para o mundo em que terão de viver, cabe aqui destacar as relações entre tecnologia e Matemática.

Mas as exigências vão além de simplesmente saber lidar com as máquinas, pois cada vez mais o cidadão está imerso em um grande número de informações que circula rapidamente e de maneira mais eficiente, o que tem exigido novas competências por parte dele e, conseqüentemente, uma nova posição da escola e da Matemática, embora o instrumento mais relevante da tecnologia seja o computador, mas como pode se vê, ele em si, não constitui o centro da questão.

Para isso, habilidades como selecionar informações analisar as informações obtidas e, a partir disso, tomar decisões exigirão linguagem, procedimentos e formas de pensar matemática que devem ser desenvolvidos ao longo do Ensino Médio, bem como a capacidade de avaliar limites, possibilidades e adequação das tecnologias em diferentes situações.

Assim as funções da Matemática descritas anteriormente e a presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. (PCNEM, 1999, p.252.)

Para que o ensino de Matemática no nível médio possa resultar em aprendizagem real e significativa, devem-se estabelecer objetivos de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (1999, p.254):

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;

- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses te conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (PCNEM, 1999, p.254.)

Segundo os PCNEM (1999, p.257), no Ensino Médio o que relaciona a aprendizagem de Matemática, além da construção de um modelo matemático para a investigação e interpretação das funções é o desenvolvimento de habilidades e competências com a trigonometria, quando o seu estudo estiver ligado nas aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise dos seus gráficos. Principalmente para a pessoa que não prosseguirá seus estudos nas disciplinas de cálculos, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos.

Os conteúdos que compõem os três anos dessa etapa de ensino devem levar em consideração diferentes propósitos da formação matemática. Espera-se que os anos ao final desse ciclo saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

Por isso, durante o Ensino Médio, faz-se necessário que o aluno desenvolva certas habilidades e competências. Os PCNEM explicam três conjuntos de competências: comunicar e representar; investigar e compreender; contextualizar social ou historicamente os conhecimentos. De forma semelhante, mas não idêntica, o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) aponta cinco competências gerais: dominar diferentes linguagens, desde idiomas até representações matemáticas e artísticas; compreender processos seja eles sociais, naturais ou tecnológicos; diagnosticar e enfrentar problemas reais; construir argumentações; e elaborar proposições solidárias.

A cada uma destas competências apontadas pelos dois documentos, há um conjunto maior de habilidades associadas. Segundo o PCNEM (1999, p.259), são três as grandes competências e habilidades a serem desenvolvidas no Ensino Médio:

I. Representação e comunicação: envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais e características dessa área do conhecimento.

- Ler e interpretar textos de Matemática.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
- Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumento de produção e de comunicação.
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

II. Investigação e compreensão: competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situação-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências.

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc.).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.

III. Contextualização sócio-cultural: Na forma de análise crítica das idéias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
- Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Nos PCNEM, a proposta para a Matemática é que cada escola e grupo de professores proponham um trabalho pedagógico com intuito de permitir o desenvolvimento dessas competências. Nesse sentido, devem ser considerados diversos fatores ligados diretamente ao planejamento para que esse desenvolvimento ocorra entre eles a escolha de temas relativos ao conteúdo específico da disciplina, a análise dos recursos de ensino e dos métodos de abordagem e o cuidado com os tempos de ensino e aprendizagem.

2.2 Desenvolvendo os temas estruturadores do ensino de matemática

A fim de contemplar os objetivos em relação à escolha de temas relativos ao conteúdo específico da disciplina, o critério básico é que eles permitam ao aluno desenvolver as competências já relatadas. Para isso esses temas devem ter relevância científica e cultural permitindo uma articulação lógica entre diferentes idéias e conceitos para garantir maior significação para a aprendizagem, possibilitando ao aluno o estabelecimento de relações de forma consciente no sentido de caminhar em direção às competências da área e, até mesmo, tornar mais eficiente a utilização do tempo disponível.

Nos PCN+, o conjunto de temas e os conteúdos matemáticos que podem contribuir para o desenvolvimento das competências estão sistematizados em três eixos ou temas estruturadores: álgebra – números e funções; geometria e medidas; análise de dados.

Destacando cada eixo, tem-se o relacionado à álgebra, números e frações são subdivididos em duas unidades temáticas: variação de grandezas e trigonometria. Por meio dessas unidades temáticas, é possível desenvolver procedimentos básicos relacionados ao tema, como calcular, resolver, identificar variáveis, traçar e interpretar gráficos e resolver equações. Em relação às competências, esse tema permite ao aluno que interprete modelos, perceba o sentido das transformações, busque regularidades, conheça o desenvolvimento histórico e tecnológico e desenvolva uma visão sistemática de parte do conhecimento matemático.

Já o eixo sobre geometria é desenvolvido em quatro unidades temáticas: plana, espacial, métrica e analítica. Os procedimentos básicos desenvolvidos nessas unidades tratam das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. As competências relativas às medidas e grandezas que pertencem a esse eixo podem ser desenvolvidas no aluno, além de fazê-lo avançar na percepção do processo histórico de construção do conhecimento matemático e, ainda, mostrar diferentes modelos explicativos do espaço e suas diferentes linguagens e raciocínios do que já se tinha aprendido no Ensino Fundamental.

Por fim o eixo análise de dados que envolvem três unidades temáticas: estatística, contagem e probabilidade. Por meio dessas unidades temáticas os alunos podem desenvolver processos de contagem combinatórios, frequências e medidas estatísticas e probabilidades. A análise de dados permite o desenvolvimento de competências relativas à contextualização sociocultural, como a análise de situações reais e a articulação de diferentes áreas do conhecimento, bem como a compreensão e o uso de representações gráficas, identificação de

regularidades, interpretação e uso de modelos matemáticos e conhecimento de formas específicas de raciocinar em Matemática.

Os conteúdos básicos para o Ensino Médio nas Orientações curriculares estão organizados em quatro blocos, que são: Números e Operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade. Mas a matriz de referência do novo Enem no ano de 2009 organiza os conteúdos matemáticos relacionados ao Ensino Médio da seguinte maneira:

- Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípio de contagem.
- Conhecimentos geométricos: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teoremas de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.
- Conhecimentos de estatística e probabilidade: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.
- Conhecimentos algébricos: gráficos e funções; funções algébricas do 1º e 2º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.
- Conhecimentos algébrico-geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularismo, sistemas e equações.

Percebe-se que tanto nos PCN+ quanto nas Orientações curriculares, os conteúdos são divididos em grandes grupos que relacionam os números e suas operações, os conhecimentos relacionados à geometria, à estatística, à probabilidade e à álgebra. Espera-se com esses temas que o aluno seja capaz de desenvolver as competências relacionadas à representação e comunicação, investigação e compreensão, bem como a contextualização das ciências no âmbito sociocultural. Fica claro que esse tema ou eixos estruturados são formados por conceitos considerados essenciais para o estudo de Matemática no Ensino Médio.

2.3 As novas perspectivas do ensino de matemática

A matemática é vista como uma ciência hipotética dedutiva que deve ser apresentada desde as fases iniciais, para muitos estudiosos essa ciência produz sempre respostas preciosas e

para outros é caracterizada pelo estímulo do raciocínio construído aos poucos e de forma contínua.

De acordo com Skvsmose (2001, p.13.) o desenvolvimento da educação matemática como disciplina científica tem conduzido a questionamentos sobre os objetivos da disciplina, os métodos de ensino e as relações em outras disciplinas.

Dentro do ensino da Matemática deve-se considerar o conhecimento prévio do aluno que servirá de suporte para a aplicação de conceitos. Nas aulas de Matemática o aluno deve estar livre para expressar suas idéias e desenvolver seu raciocínio e nesse processo o professor tem um papel de importante relevância.

Para Pais (2006, p.34) é importante que o professor esteja atento para como os alunos se organizem e interagem no processo de assimilação dos conteúdos apresentados.

- O professor precisa conversar com os alunos acerca de como espera que eles trabalhem em grupo, sobre o que significa trabalhar em grupo e sobre os materiais que eles irão utilizar.
- É importante que se dê aos alunos oportunidade para levantarem questões relativas aos pontos que os preocupam.
- É importante conversar com os alunos, também, sobre as possibilidades, as opções, e sobre o modo como as escolhas podem ser feitas. Se possível, mostrar como isso é feito.
- O professor precisa mostrar entusiasmo pelo trabalho em grupo, e conversar com os alunos sobre o quanto acredita que esta é uma boa maneira de aprender.
- É preciso demonstrar confiança na capacidade dos alunos cooperarem no trabalho.
- Discutir com os alunos acerca do conjunto de requisitos essenciais para o trabalho em grupo: cada um esperar sua vez, partilhar, conversar, ter respeito pelos outros, e cuidado com os materiais.
- Convidar os alunos a terem idéias e fazer sugestões para tornar tudo mais eficaz. dêem oportunidades para decidirem sobre o funcionamento dos grupos durante um trabalho na sala de aula.

A interação professor-aluno faz-se necessário para garantir o sucesso do ensino e da aprendizagem. A troca de idéias e de experiências promove a construção do conhecimento e facilita a assimilação dos conteúdos abordados.

Através do diálogo, o professor-dos-estudantes e os estudantes-do-professor se desfazem e um novo termo emerge; o professor não é mais meramente o que ensina, mas alguém a quem também se ensina no diálogo com os estudantes, ao quais, por sua vez, enquanto estão ensinando, também aprendem. Eles se tornam conjuntamente responsáveis por um processo no qual todos crescem (FREIRE, 1972, p.53).

O ensino da Matemática tem que ser pautada também na resolução de problemas que tem um papel fundamental no aprendizado desta disciplina.

[...] a resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o fazer e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

[...] no processo de resolução o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido.

Os avanços cada dia mais crescente da sociedade trazem consigo a necessidade de se trabalhar o ser humano dentro de uma perspectiva futurista, preparando o cidadão para a vida e para a diversidade. A matemática tem relação direta com o cotidiano das pessoas, e deve utilizar essa relação dentro de uma metodologia de ensino que valorize o pensamento, o questionamento e estimule os alunos a expressarem suas idéias diante de diferentes situações.

De acordo com Dante (2010, p.18) a formulação e a resolução de problemas trazem a possibilidade de trabalhar matemática de forma globalizada, pois as situações-problemas desenvolvem o poder de comunicação e valorizam o conhecimento prévio do aluno, uma vez que dão oportunidade de ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais e a linguagem abstrata e simbólica da matemática.

As mudanças sociais e avanços tecnológicos que se faça uma previsão exata de quais habilidade, conceitos ou procedimentos matemáticos são mais eficazes para preparar o aluno para a vida. Desse modo o ideal é preparar o aluno para lidar com situações inesperadas, novas, e para isso é indispensável incentivar a iniciativa, explorar a criatividade e independência por meio da solução de problemas.

Um dos principais objetivos do ensino da matemática é fazer o aluno a pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações-problemas que o envolvam, o desafie e o motivem a querer resolvê-las. Essa é uma das razões pela qual a resolução de problemas tem sido reconhecida no mundo como uma das principais metas do ensino da matemática.

Atualmente muitas propostas de trabalho para o ensino da Matemática foram apresentadas e uma das propostas baseia-se na resolução de problemas, que de acordo com

Toledo (1997, p. 84), essa proposta visa à construção de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulam a sua curiosidade matemática. Através de suas experiências com problemas de naturezas diferentes o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da matemática envolvida.

Para que o ensino da Matemática seja viabilizado com base na resolução de problemas é necessário que o professor promova situações durante a aula que possibilitem a interação e a troca de experiências.

Cabe ao professor criar um ambiente de tranquilidade, em que o aluno não tenha medo de estabelecer e testar hipóteses, mesmo correndo risco de errar. É uma tarefa, também, mostrar possíveis estratégias de resolução para os problemas e, ao mesmo tempo, abrir espaço para que a classe discuta os vários métodos encontrados pelos próprios alunos. Os problemas de Matemática devem envolver muito mais do que a simples aplicação de operações. A educação, como sabemos, deve estar voltada para o desenvolvimento integral do ser humano, tornando-o apto a analisar e criticar o grande volume de informações que recebe, para que possa selecionar aquelas que serão úteis em sua vida diária (TOLEDO, 1997, p.84).

Diante dos avanços de uma sociedade globalizada onde a ciência e a tecnologia caminham em grande velocidade, é fundamental preparar o aluno para aprender coisas novas incentivando a questionar e resolver problemas e desenvolver o raciocínio. Na atualidade a Matemática crítica defende a tendência pragmática orientada a problemas.

Na Matemática crítica é essencial que os problemas se relacionem com situações e conflitos sociais e fundamentais. É importante que os alunos possam reconhecer os problemas como os seus próprios problemas. Problemas não devem pertencer à realidade de faz de conta sem nenhuma significação exceto como ilustração da Matemática como ciência das situações hipotéticas (SKOVSMOSE, 2001, p.24).

Diante dessas novas perspectivas é relevante que o professor conheça as condições socioculturais dos alunos, pois desse modo terá meios de selecionar situações problemas relacionados ao cotidiano dos alunos.

Para Santaló (1996, p.11),

A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para o seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.

Desse modo de acordo com Ribeiro (2010, p.11) o professor deve assumir os seguintes papéis:

- Provedor: aquele que torna os conceitos e conteúdos matemáticos passíveis de serem aprendidos pelos alunos, fornecendo informações necessárias que eles ainda

não têm condições de obter sozinhos. Para isso, o professor deverá ter um sólido conhecimento dos conteúdos a serem trabalhados.

- Orientador: aquele que conduz e organiza o trabalho em sala de aula, buscando desenvolver a autonomia dos alunos.
- Incentivador: aquele que estimula continuamente os alunos, motivando-os a refletir, investigar, levantar questões e trocar idéias com os colegas.

Para que ocorra uma aprendizagem efetiva o aluno deve ser levado a construir significados a partir dos conteúdos apresentados, pois ele irá acreditar no seu potencial e apresentará maior interesse em adquirir conhecimento. Produzir conhecimento e comprovar a aprendizagem é necessário e adquirir uma autonomia intelectual é uma condição relevante para ascender a uma posição de produção e domínio do conhecimento.

Desafiar um aluno significa propor situações que ele considere complexas, mas não impossíveis. Trata-se de gerar nele certa tensão, que o anime a ousar, que o convide a pensar, a explorar, a usar conhecimentos adquiridos e a testar sua capacidade para a tarefa que tem em mãos. Trata-se, ainda, de motivá-lo a interagir com os colegas, a fazer perguntas que lhe permita avançar. Ao lançar o desafio, é necessário, sem dúvida, acreditar no potencial dos alunos, mas essa crença não pode ser inventada. Tem de estar respaldada em conhecimentos que possibilitem refletir sobre qual será o ponto de partida para atuação. (SADOVSKY, 2010, p.14).

Nesse contexto é importante que o professor busque sempre a formação continuada a fim de acompanhar os progressos que ocorrem na educação. O professor de Matemática não deve se restringir a apenas sua área, deve buscar um conhecimento contextualizado para fornecer um maior suporte ao aluno.

CAPÍTULO 3- RESULTADOS E DISCUSSÕES DA PESQUISA REALIZADA

3.1 O ensino da trigonometria

Desde a década de 1930 a Trigonometria é alvo de polêmica devido aos métodos utilizados e das tentativas de tornar o seu ensino em disciplina independente no currículo da escola secundária. Alguns estudiosos da área acreditavam que a criação dessa disciplina iria aprofundar e aperfeiçoar os conceitos existentes na Trigonometria e facilitar a relação ensino-aprendizagem.

Para Euclides Roxo (1937), constituía-se em um erro muito grave, estabelecer-se a separação entre a Trigonometria e a Geometria, por exemplo, e principalmente ao considerá-la uma parte independente no currículo da matemática ensinada nas escolas secundárias (nível médio), pois ele afirmava que não havia na época, justificativa para que, tanto no domínio do conhecimento escolar quanto do conhecimento científico, o estudo da Trigonometria, se configurasse como um ramo especial da matemática, visto que os diversos assuntos geralmente abordados no âmbito trigonométrico devem ser ligados às partes da Geometria e da Álgebra, com as quais se relaciona.

Para que o ensino de Trigonometria seja mais abrangente, o aluno deve estudar: funções trigonométricas, relações trigonométricas, equações e inequações trigonométricas, transformações trigonométricas, triângulos quaisquer e a partir disto desenvolver suas competências e habilidades, que são:

- Ler, articular, interpretar símbolos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos, representações geométricas diferentes linguagens, como recurso para construir argumentos.

- Identificar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis estratégias de resolução, conhecimentos algébrico-geométricos.

- Reconhecer a existência de identidades que impõem as condições utilizadas para analisar e resolver situações-problema.

- Elaborar possíveis estratégias utilizando modelos e representações matemáticas que expressem a relação entre grandezas para resolver um problema.

- Identificar regularidades em situações a fim de estabelecer regras, algoritmos e propriedades.

- Interpretar, usar e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações e fazer intervenções na realidade.

- Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para fazer inferências e construir argumentos, utilizando conhecimentos algébricos.

As relações entre estes fatores e a qualidade do ensino sugerem a necessidade de uma abordagem do ensino de Trigonometria que melhor se adéque à realidade vivenciada pelos alunos. Em alguns casos faz-se necessário uma intervenção didática, efetuada a partir de proposta de ensino que leve em consideração os conhecimentos dominados pelos alunos, a realidade por ele vivenciada e os objetivos expressos pelo currículo escolar e as orientações oficiais (PCNEM1).

O ensino da Trigonometria, assunto tratado nas segundas séries do Ensino Médio é o objeto de estudo desta pesquisa, realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Melquíades Vilar. Tal escolha se deu principalmente pela importância e relevância do conhecimento de seus conteúdos para o cotidiano dos alunos, bem como, pelas dificuldades manifestadas na compreensão satisfatória de seus conteúdos, e ainda, pelo empenho em divulgar os atuais resultados, que sirvam como parâmetros a serem observados numa perspectiva de melhoria do seu ensino.

Diante da situação, a pesquisa pretende analisar o ensino da Trigonometria, observando a metodologia utilizada e, simultaneamente, investigar o nível de conhecimento adquirido pelos alunos do 2º Ano do Ensino Médio do referido educandário.

3.2 Caracterização da escola

Esta pesquisa de campo foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Melquíades Vilar”, localizada na Rua Ismênia Machado, nº 38, no município de Taperoá – PB.

A escola foi fundada em 23 de julho de 1974 no governo de Ivan Bichara Sobreira, que no ato da fundação passou a chamar-se Escola Estadual de 1º e 2º Graus “Melquíades Vilar”.

A escola teve seu funcionamento autorizado através da resolução nº 93/91 e reconhecida através da resolução nº 60/93.

O espaço físico da referida escola é composto de 14 salas de aulas amplas, arejadas; pátio coberto para recreação e; ginásio esportivo que atende a comunidade taperoaense e a programas do governo federal, desenvolvendo atividades, como, por exemplo, o PETI. A escola conta com uma secretaria, biblioteca, sala de informática, sala de professores, uma rádio estudantil, laboratório de química, física e matemática, possui ventiladores nas salas, televisores, retroprojeter, cozinha, quatro banheiros, almoxarifado e depósito.

O corpo docente da escola é formado por sessenta e quatro professores distribuídos nos três turnos de funcionamento, um diretor e três diretores adjuntos, seis merendeiras, três inspetores, cinco agentes administrativos, quatro secretários, três bibliotecários, três vigias, três porteiros e quinze auxiliares de serviços gerais.

O corpo discente é formado por uma clientela de mil, cento e dezessete alunos, sendo 70% da zona urbana e 30% da zona rural (em sua maioria pertencente a famílias de baixa renda, filhos de agricultores, desempregados e pequenos comerciantes).

Esta clientela está distribuída nos níveis de ensino: Ensino Fundamental I e Ensino Médio - diurno e noturno -, EJA (Educação de Jovens e Adultos) no Ensino Fundamental II e Ensino Médio no turno da noite. A escola atende ao ensino profissionalizante com o curso do magistério na modalidade Normal funcionando em um prédio anexo ao lado da escola, alugado pelo estado, no turno da tarde de acordo com os artigos 35 e 36 da lei 9394/96, tendo por objetivo a formação geral do educando para o exercício da docência na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental I.

O trabalho na escola é realizado com professores, pais e alunos através de reuniões buscando a interação e procurando vencer as dificuldades vivenciadas no dia a dia da escola. Professores se reúnem por disciplina para planejarem a avaliação, conteúdos e aulas. Possui também um sistema normativo com planejamento das ações, de forma participativa de modo que todas as atividades são planejadas no início do ano letivo e avaliadas em encontros pedagógicos com a orientação de coordenadores e com o apoio da equipe técnica da 3ª Região de Ensino, discutindo como vai trabalhar os conteúdos, momento este, também aproveitado para discutir a formação dos alunos e a dinâmica avaliativa adotada na escola.

3.3 Metodologia utilizada na pesquisa

Para a realização desta pesquisa foi desenvolvido um questionário de 20 (vinte questões), com 33 alunos do 2º Ano do Ensino Médio. As 10 (dez) primeiras questões objetivam investigar a metodologia utilizada pelos professores de Trigonometria na concepção dos alunos e as 10 (dez) últimas questões investigam o nível de aprendizado adquirido ao longo dos estudos dos conteúdos de Trigonometria.

Antes de responder as questões, os alunos tiveram acesso ao conteúdo programático da disciplina, que deve ser abordado no ensino médio. Mais especificamente, relaciona entre itens e subitens, 43 tópicos que compõem na íntegra o todo o programa, que é composto por definições, demonstrações e seus respectivos exercícios e aplicações.

Para aquisição desses dados foram utilizadas três turmas, perfazendo um total de 75% dos alunos da 2ª série do Ensino Médio da Escola Melquíades Vilar. De posse desses dados, faz-se uma análise, mostrando a visão dos alunos em relação ao ensino de Trigonometria que lhe foi dispensado, revelando o tratamento dado a esse ramo de conhecimento pelo educandário, assim como, o nível de aprendizagem desses alunos em relação aos tais conteúdos.

3.4 Análise dos dados

Em princípio, os dados nos revelam **números** expressivos, dando a entender que o ensino de Trigonometria na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Melquíades Vilar”, se desenvolve de forma bastante razoável. No entanto, se faz necessário, para uma melhor reflexão sobre o conjunto dos resultados, expor alguns fatos ocorridos, relatados por todos os integrantes do grupo de alunos.

1. O professor em **um** determinado **semestre** reservou para cumprir o conteúdo programático de Trigonometria, três semanas consecutivas, cinco aulas em cada, incluindo a avaliação, perfazendo um total de **quinze** aulas.
2. Observando as anotações de aulas dos alunos, ou seja, os tradicionais cadernos, nota-se claramente a ausência de definições e demonstrações.

Além do mais, os resultados obtidos nas questões específicas, ou seja, resoluções de exercícios de Trigonometria contradizem fortemente os resultados encontrados nas tabelas iniciais, evidenciando a fragilidade no domínio dos conteúdos e, principalmente, o desconhecimento pelo simples fato de não ter visto, de aproximadamente 80% do conteúdo programático.

3.4.1 Tabelas

TABELA 1- VOCÊ ESTUDOU TRIGONOMETRIA DURANTE

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
1 Semestre	29	88%
1 Ano	02	6%
Não Estudei	02	6%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

Diante dos dados da tabela 1, observa-se que 88% dos alunos pesquisados estudaram Trigonometria em apenas um semestre, 6% afirmaram que estudaram durante um ano e os outros 6% responderam que nunca estudaram o tema em tela. Os dados reforçam a preocupação em relação ao ensino da Trigonometria, que nem sempre está organizado de acordo com os Parâmetros Curriculares e em alguns casos os conceitos básicos em Trigonometria não chegaram e tendem a não chegar ao conhecimento das futuras turmas de alunos. Na verdade, eles realmente estudaram o tema em tela em 1 semestre, mas, não durante 1 semestre ou por todo o semestre. Estudaram e foram avaliados em apenas quinze aulas, cinco aulas semanais distribuídas por três semanas, um programa extenso e denso que deve ser visto, acompanhado e avaliado de forma gradativa durante todo um semestre ou todo um ano letivo, dependendo do número de aulas

semanais a serem adotadas pelo educandário.

TABELA 2- SE VOCÊ ESTUDOU TRIGONOMETRIA, O NÚMERO DE AULAS SEMANAIS ERA(M)

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
Uma	02	6%
Duas	10	3%
Mais de duas	21	81%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

Em relação à tabela 2 verificou-se que 81% dos alunos questionados estudaram Trigonometria em mais de uma aula semanal, 6% estudaram em apenas uma aula e 3% estudaram em duas aulas por semana. Observa-se, com base nos dados que o número de aulas por semana é um número por demais razoável para o desenvolvimento das atividades em Trigonometria. No entanto, de acordo com os depoimentos obtidos, compreendemos a razão pela qual 81% dos alunos responderam “mais de duas”. Eles estavam lembrando-se das cinco aulas semanais que tiveram, porém, tão somente em três semanas.

TABELA 3- O PROFESSOR DE TRIGONOMETRIA

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
Era o mesmo professor de Álgebra	29	88%
Era outro professor	04	12%
Total		100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

Com base na tabela 3 constata-se que o ensino da Trigonometria, de acordo com 88%, é realizado pelo mesmo professor responsável pelo ensino de Álgebra, mas 12% dos alunos afirmaram que tiveram aulas de geometria com outro professor, mostrando que algumas escolas entendem que Trigonometria deve ter carga horária específica. O nosso entendimento dos benefícios ou malefícios que um ou outro modelo acarreta, estão postos nas “Considerações Finais” deste trabalho.

TABELA 4- VOCÊ ESTUDOU TRIGONOMETRIA

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
Em paralelo com Álgebra	21	81%
Ao término do conteúdo de Álgebra	12	12%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

Verificamos que na maioria dos casos, as aulas de Trigonometria aconteceram em paralelo às aulas de Álgebra, isso com base nas respostas de 81% dos alunos questionados, 12% dos alunos responderam que só estudaram Trigonometria quando os conteúdos de Álgebra foram concluídos, demonstrando, mas uma vez que o ensino de Álgebra é colocado em primeiro plano.

À medida que avançamos na aplicação do questionário, verificamos que os índices expressivos que deveriam ser comemorados, por termos conhecimento da forma como foram repassados os conteúdos, acabam por reforçar os índices não menos expressivos que indicam o baixo desempenho na absorção dos assuntos abordados em Trigonometria.

TABELA 5- COM RELAÇÃO À HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA, SEU PROFESSOR DE MATEMÁTICA DURANTE AS AULAS DE TRIGONOMETRIA

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
Abordou o tema apenas nas primeiras aulas	11	33%
Abordou o tema sistematicamente ao longo das aulas	19	58%
Não abordou o tema em nenhum momento	03	9%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

Ao observar a tabela acima, verificou-se que 58% dos alunos declararam em suas respostas que a história da trigonometria foi abordada sistematicamente ao longo das aulas de acordo com o conteúdo abordado, 33% dos alunos responderam que o professores só abordaram esse tema nas primeiras aulas e os outros 9% disseram que em nenhum momento tiveram alguma informação sobre a origem e trajetória da trigonometria.

Ficamos a imaginar, o quanto de História da Matemática, o (a) professor (a) responsável por essa turma conseguiu efetivamente repassar, uma vez que foram apenas quinze aulas ao longo de todo o ano letivo, cujo conteúdo programático ministrado deve ter chegado, no máximo, a 20% do conteúdo integral.

TABELA 6- O SEU PROFESSOR DE TRIGONOMETRIA

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
Demonstrava as fórmulas a serem utilizadas nos exercícios.	27	82%
Não demonstrava as fórmulas.	06	18%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

Analisando a tabela 6, constata-se que os professores de matemática demonstram fórmulas necessárias para a resolução de exercícios. De acordo com a pesquisa, 82% dos alunos afirmaram que os professores demonstram durante o ensino de trigonometria e 18% dos alunos entrevistados disseram não ter presenciado durante as aulas de trigonometria nenhuma demonstração de fórmulas.

Dessa vez, gostaríamos de destacar, os alunos responsáveis pelos 18%, uma vez que, as anotações de sala de aula (cadernos), revelam claramente a total ausência de conceitos e demonstrações dos conteúdos de Trigonometria. Acreditamos que eles confundem ou associam o simples ato de escrever no quadro a fórmula a ser utilizada em uma determinada atividade, com o processo de uma demonstração.

TABELA 7- VOCÊ SABIA QUE AO LONGO DO CURSO, AFORA OS EXERCÍCIOS, NOS DEPARAMOS COM APROXIMADAMENTE 45 FÓRMULAS QUE DEVEM SER OBTIDAS ATRAVÉS DE DEMONSTRAÇÕES?

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
SIM	07	21%
NÃO	26	79%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

De acordo com a tabela acima, 79% dos alunos sequer foram apresentados ao conteúdo programático exigido para a série em que se encontram, coisa que poderiam fazer e cobrar, consultando simplesmente, o índice do livro texto. Dos 33 alunos questionados, 21% entendem que antes de serem utilizadas, boa parte das fórmulas, pelo menos as mais simples, deveriam ser demonstradas.

TABELA 8- DESSAS 45 FÓRMULAS, VOCÊ ESTIMA QUE FORAM DEMONSTRADAS

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
Menos de 10	15	45%
Entre 10 e 20	18	55%
Mais que 20	0	0%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

Em relação à demonstração de fórmulas por parte dos professores, 55% dos alunos afirmaram que de um total de 45 fórmulas que deveriam ser demonstradas em sala de aula, entre 10 e 20 foram demonstradas e 45% dos alunos afirmaram que menos 10 fórmulas forma demonstradas.

Na verdade, quase não existem demonstrações nas anotações observadas e mais uma vez, evidenciamos o simples ato de escrever a fórmula no quadro sendo interpretado, nesse caso, como uma demonstração. Existem até listas de exercícios, com as fórmulas a serem utilizadas, impressas em seu verso.

TABELA 9- DEMONSTRAÇÕES ERAM COBRADAS EM AVALIAÇÕES

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
Sim	22	67%
Às vezes	06	18%
Não	05	15%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

A tabela acima esclarece que de acordo com 67% dos alunos, a maioria das fórmulas demonstradas pelos professores, são cobradas em avaliações, 18% afirmaram que em algumas situações as demonstrações eram cobradas nas avaliações e 15% responderam que as demonstrações não são requisitadas no momento das avaliações.

Mais uma vez, verificamos a confusão entre: utilizar a fórmula para a resolução da questão, com a atividade de “demonstrar” uma fórmula.

TABELA 10- EM SUA OPINIÃO, O PERCENTUAL QUE MELHOR EXPRIME, DE ACORDO COM OS 43 ITENS LISTADOS QUE COMPÕEM O CONTEÚDO PROGRAMÁTICO DE TRIGONOMETRIA, FOI DE:

VARIÁVEIS	Nº DE ALUNOS	PORCENTAGEM
10%	05	15%
20%	02	6%
30%	02	6%
40%	06	18%
50%	11	33%
60%	01	3%
70%	03	9%
80%	02	6%
90%	01	3%
100%	0	0%
Total	33	100%

Fonte: Dados fornecidos pela Escola Estadual Melquíades Vilar

De acordo com as informações fornecidas pelos alunos e analisadas na tabela acima, o programa de ensino de Trigonometria que deve ser abordado no ensino médio, nunca é cumprido na íntegra. Ao responder a questão acima, 51% dos alunos afirmaram que apenas uma média entre 40% e 50% dos conteúdos de trigonometria é visto em sala de aula, demonstrando que o ensino de trigonometria ainda é muito falho, necessitando de reformulações e de mais empenho por parte dos professores e de toda equipe pedagógica responsável pelo bom andamento da escola.

Para dá continuidade a pesquisa elaborou-se 10(dez) questões de trigonometria que foram respondidas pelos alunos da escola supracitada. Os resultados obtidos, erros e acertos, estão representados a seguir em forma de gráficos.

3.4.2 Questões de Trigonometria

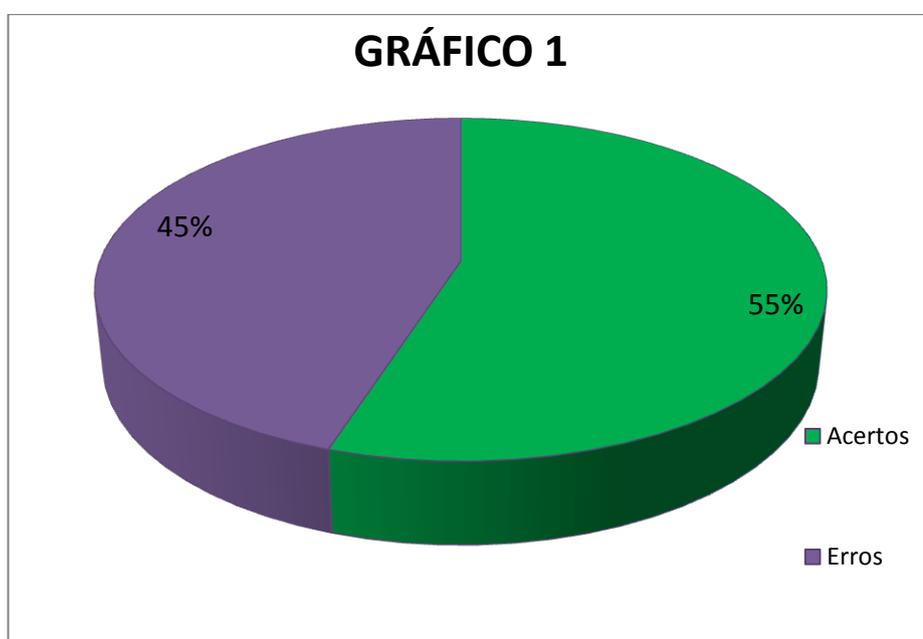
QUESTÃO 1: O valor de $\text{tg } 225^\circ$ é:

() $\sqrt{3}$

() 1

() -1

() $\frac{\sqrt{3}}{3}$



Embora o percentual de acertos seja significativo, percebemos que a grande maioria não utilizou um método para resolução, seja através de um algoritmo, seja através de um processo geométrico. Além da grande dificuldade em situar o ângulo de 225° , não relacionaram o mesmo com um ângulo do 1º quadrante, 45° no caso e demonstraram não saber como converter graus em radianos, caso fosse necessário.

Neste caso, atribuímos não totalmente, mas boa parte desse percentual de acerto, 55%, ao fator sorte, uma vez que existe a possibilidade do “chute”. Embora não tenhamos certeza, mas o cenário que nos presenciamos leva pensar em como seriam os resultados, caso a questão exigisse uma justificativa ou uma resolução.

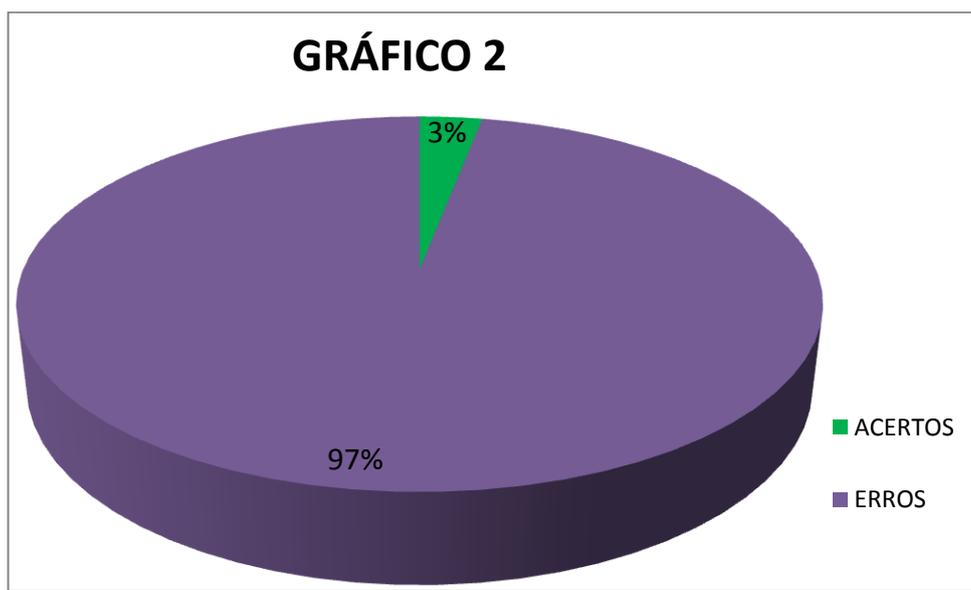
QUESTÃO 2: O menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio que indica 12h15min h é:

() 82,5°

() 85°

() 90°

() 87,5°



A reação da turma diante do desafio em resolver essa questão, é quase de inércia, simplesmente contemplativa, como que procurando lembrar-se de uma fórmula, não sendo capaz de associar a questão um raciocínio lógico, uma simples regra de três, um sistema de contagem, etc.

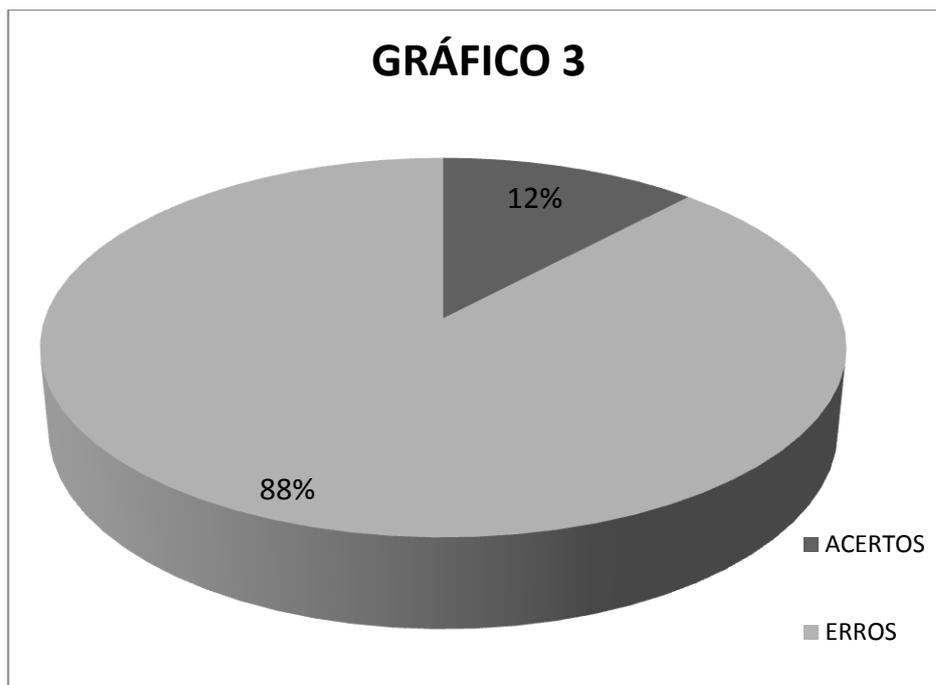
QUESTÃO 3: O valor de $\cos 3\pi - \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} - \operatorname{tg} 405^\circ$ é:

() 3

() -1

() -2

() 1



No caso da questão acima, 88% dos alunos erraram não apresentando a mínima noção do estudo dos elementos básicos de “ciclo trigonométrico”, conversão de graus pra radianos, redução ao 1º quadrante, bem como desconhecimento das razões trigonométricas básicas. Apenas quatro alunos acertaram a questão e mesmo assim sem fazer nenhum cálculo.

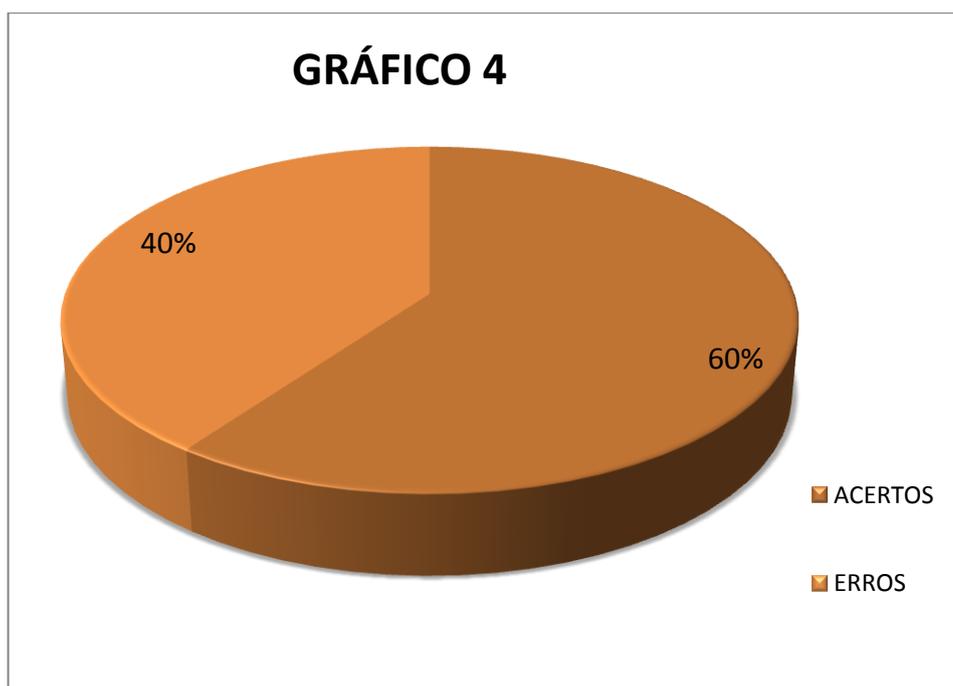
QUESTÃO 4: Coloque na ordem decrescente $A = \cos 33^\circ$, $B = \cos 315^\circ$ e $C = \cos 66^\circ$:

() $A < B < C$

() $B < C < A$

() $C < B < A$

() $B < A < C$



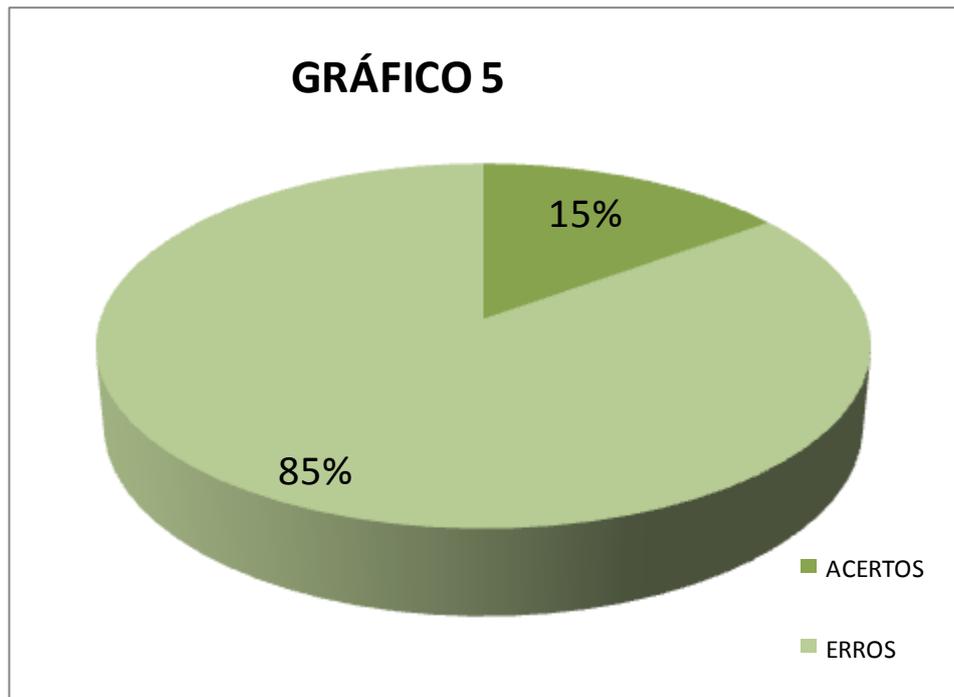
O aluno para responder esta questão, deve saber interpretar a projeção de cada ângulo ou arco, no eixo das abscissas, ou seja, eixo dos “x” que é o eixo dos *cosenos*. No caso, a alternativa correta é a letra *a* e mais uma vez percebemos que a turma como um todo não teve a preparação para interpretar o crescimento ou decréscimo das projeções no eixo “x”, “y” ou em eixos auxiliares.

QUESTÃO 5: A função $f(x) = \text{sen } x$ é:

() par

() ímpar

() nem par nem ímpar



Para saber se a função $f(x) = \text{sen } x$ é ímpar, o aluno deve, caso tenha estudado a paridade de uma função, conservar o conceito de função ímpar, ou seja: $f(-x) = -f(x)$. Um pouco de habilidade com a projeção de um arco, resolve facilmente a questão. Basta para tal, comparar, por exemplo, $\text{sen } 30^\circ$ com $\text{sen } (-30^\circ)$. Na verdade, eles não dispõem de recurso algum, mesmo diante de situações simples, e se valem da sorte.

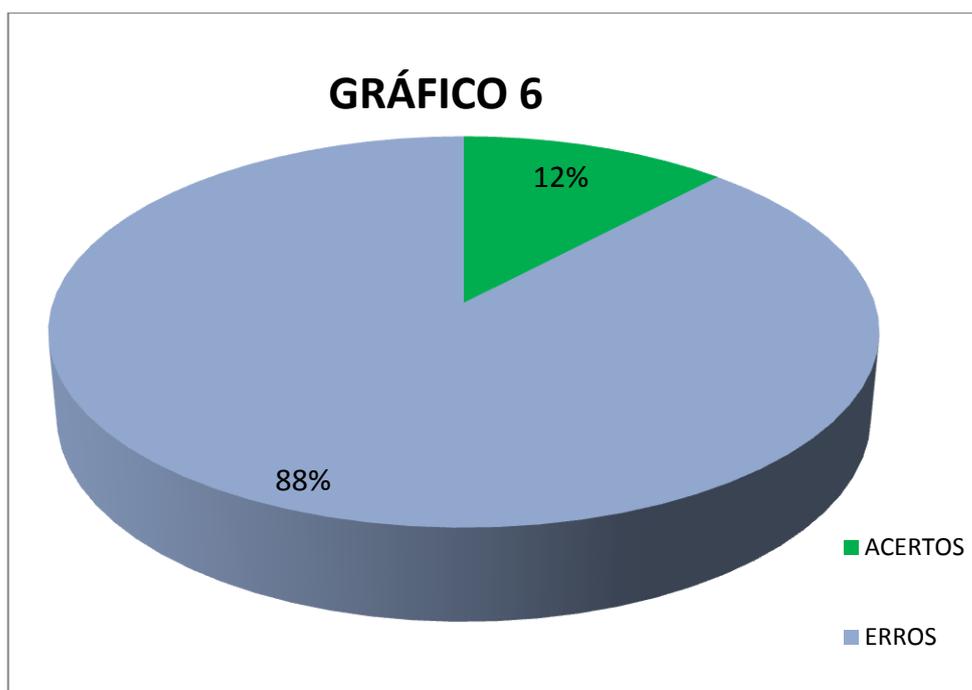
QUESTÃO 6: Dada $\text{tg } x = \frac{1}{2}$ com $x \in I$ quadrante, o valor do $\text{sen } x$ é:

() $\frac{\sqrt{5}}{5}$

() 2

() 1

() $\frac{\sqrt{2}}{2}$



Na questão, nem utilizaram as relações fundamentais, nem associaram os valores da fração aos lados de um triângulo retângulo. Dos 33 alunos, só quatro alunos acertaram a questão, o que corresponde a 12% dos alunos entrevistados. Se o quadrante não fosse o 1º, uma vez que nele, todos os valores são positivos, como seria a interpretação dos sinais?

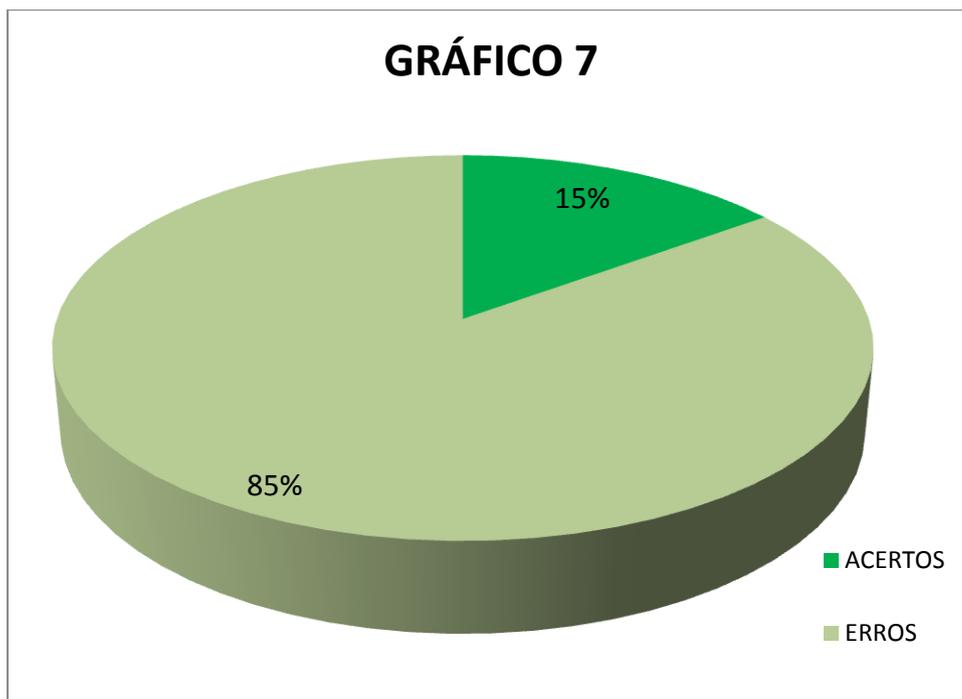
QUESTÃO 7: O período da função $f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x$ é:

() 4π

() $\frac{\pi}{2}$

() π

() 2π



Ficou evidente que as etapas que devem ser obedecidas para se estudar uma função circular, como sejam: gráfico, domínio, imagem, sinais, crescimento e período, se é que foram exploradas, não ficaram devidamente consolidadas. Esse é um dos momentos de fundamental importância dentro do estudo de Trigonometria e, uma vez trabalhado de forma inadequada ou não trabalhado, poderá trazer sérios prejuízos no futuro acadêmico dos alunos

QUESTÃO 8: Sejam as igualdades:

() $\cos 2x = 1 - 2\text{sen}^2 x$

() $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

() $\cos 2x = \cos^2 x - \text{sen}^2 x$

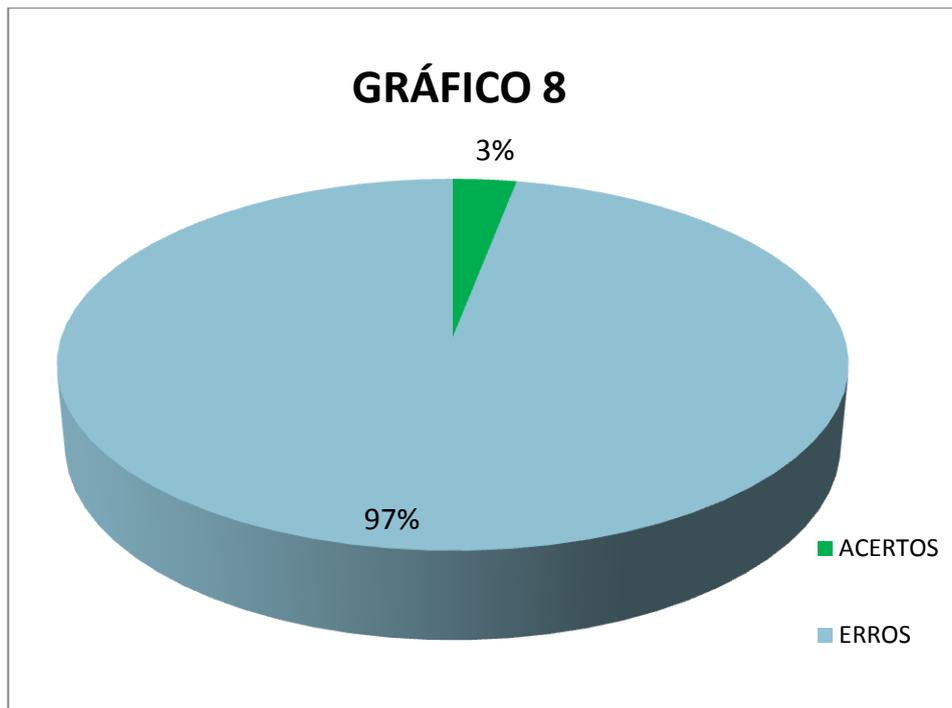
Colocando V ou F, a seqüência que preenche corretamente as igualdades acima, é:

() V V V

() F F V

() V V F

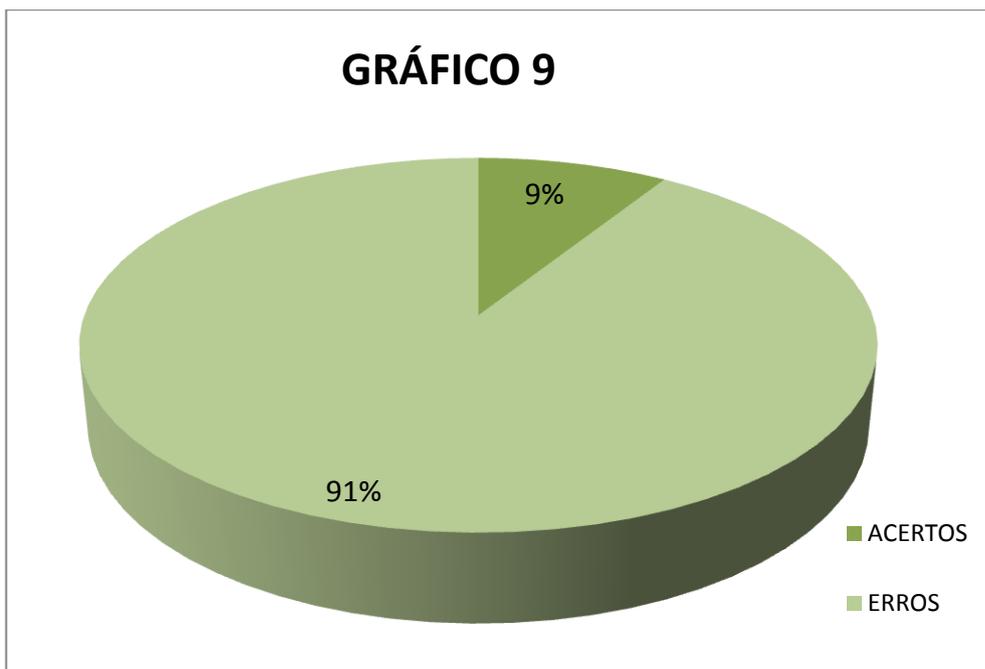
() F F F



A essa altura, constatamos a quase total impossibilidade de se obter resultados significativos, salvo a utilização da múltipla escolha, pois os mesmos não reconhecem as fórmulas colocadas na questão, não por serem incapazes de aprender e sim por nunca terem sido apresentados as mesmas. Registre-se que, arco duplo, ainda está muito distante do final do programa a ser cumprido.

QUESTÃO 9: A equação $\text{sen } x = \frac{1}{2}$, no intervalo, $0 < x < 2\pi$, apresenta:

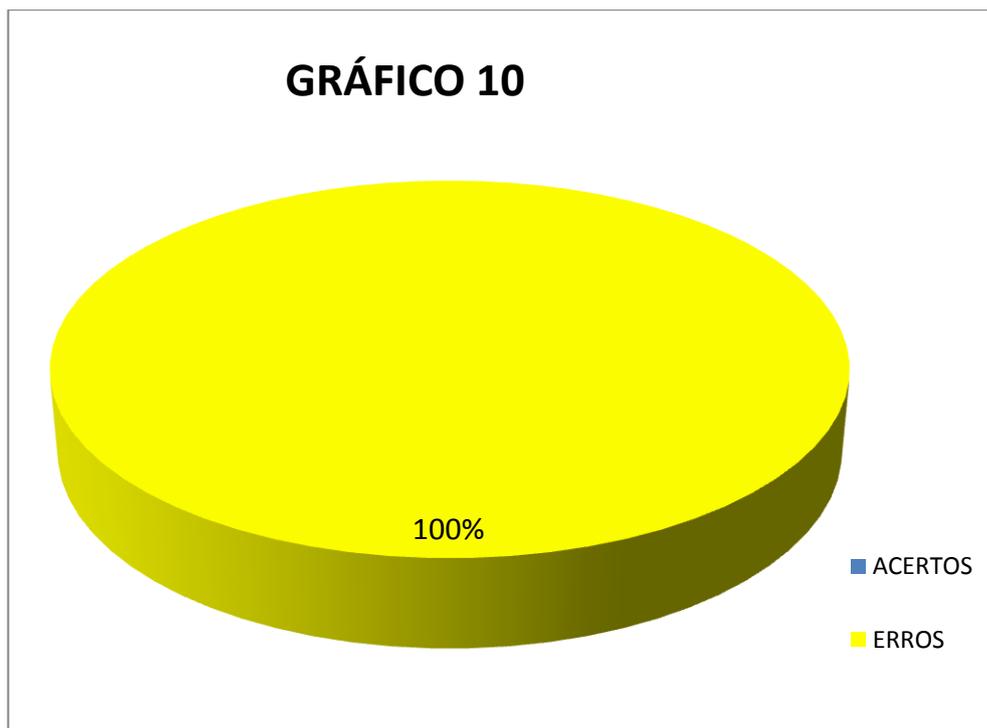
- () solução vazia
- () apenas uma solução Qual? _____
- () apenas duas soluções Quais? _____
- () mais que duas soluções Quais? _____



Mesmo sendo uma equação trigonométrica elementar, sua resolução já exige uma postura bem mais consistente em termos de conhecimentos que devem ir se acumulando gradativamente ao longo das atividades em Trigonometria. Os resultados são perfeitamente compreensíveis.

QUESTÃO 10: A equação $a = b \cos C + c \cos B$, representa:

- () A Lei dos Senos
- () O Teorema da Área de um triângulo
- () A Lei dos Cossenos
- () O Teorema das Projeções



A aplicação desta questão foi bastante interessante pelo fato de perceber que todos os alunos sem exceção marcaram a mesma opção, só pelo fato da fórmula conter cosseno. Então todos marcaram a Lei dos cossenos, 100% dos alunos, demonstrando não terem estudado o Teorema das Projeções, o Teorema da Área, Lei dos Senos. Quando muito, estudaram a Lei dos cossenos, em FÍSICA.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Melquíades Vilar”, local onde foi realizada a nossa pesquisa, tem aproximadamente 38 anos de existência. Os dados sobre a caracterização da escola, encontrados na página 37, são dignos de registro e nos mostram que a mesma é equipada com salas de aulas amplas e arejadas, pátio coberto, ginásio esportivo, secretaria, biblioteca, sala de informática, sala de professores, uma rádio estudantil, laboratório de química, física e matemática, ventiladores nas salas, televisores, retroprojetor, cozinha, quatro banheiros, almoxarifado e depósito. Seu corpo docente é formado por sessenta e quatro professores distribuídos nos três turnos de funcionamento. Sua administração se dá através de uma robusta equipe, composta por; um diretor, três diretores adjuntos, seis merendeiras, três inspetores, cinco agentes administrativos, quatro secretários, três bibliotecários, três vigias, três porteiros e quinze auxiliares de serviços gerais. Desenvolve programas do governo federal, atividades do EJA, além de disponibilizar ensino profissionalizante através de um curso de magistério na modalidade Normal.

Além disso, devemos salientar as iniciativas e estratégias adotadas pela escola, tais como; reuniões com professores, pais e alunos, reuniões de professores por disciplina para planejarem a avaliação, conteúdos programáticos e aulas, planejamento das ações de forma participativa no início do ano letivo e avaliado em encontros pedagógicos com a orientação de coordenadores, contando ainda, com apoio da equipe técnica da 3ª Região de Ensino.

Diante da estrutura oferecida pela escola, bastante razoável no nosso entendimento, é de se esperar que o processo ensino/aprendizagem em todas as áreas de estudo, alcance índices, senão ideais, mas pelo menos, significativos.

No entanto, os resultados obtidos através das informações obtidas e devidamente registradas sobre o ensino/aprendizagem em Trigonometria na referida escola, recomenda um olhar fortemente reflexivo e comprometido, diante da enorme responsabilidade que temos, enquanto educadores, de cumprir na íntegra o conteúdo programático de uma disciplina, previsto para o ano letivo. Tal descumprimento faz com que aumente de forma exponencial, o número de alunos que chegam sem a mínima condição de competir com outro que tenha estudado todo o conteúdo. É bem verdade que os resultados relativos à Trigonometria, não nos permitem, nem nos dá o direito de serem estendidos a outras áreas de conhecimento, porém, dentro nossa própria área de estudo, a Matemática, nada nos impede de imaginar o que acontece com respeito ao ensino de outros conteúdos, não menos importantes, tais como: Análise Combinatória, Probabilidade, Geometria Espacial, Geometria Analítica (Cônicas), Números Complexos, dentre outros.

Será que, a exemplo do que verificamos no ensino de trigonometria, também não conseguem atingir 30% do conteúdo previsto?

Como estarão os espaços destinados aos registros de aulas nos diários de classes? Na certa, devidamente preenchidos.

Será que são inspecionados? Quem inspeciona, tem competência para tal?

Como estará o ensino de trigonometria nas demais escolas públicas espalhadas por todo o estado da Paraíba?

Sem desmerecer a importância dos demais cursos superiores, qual será o desempenho de um aluno com esse perfil que faça opção por um vestibular de engenharia, computação, etc.

Quais suas reais chances e oportunidades no mercado de trabalho, diante dos concursos e seleções cada vez mais criteriosos.

A chance reside em apostar que as questões permitam o tradicional “chute”.

Gostaríamos de, ao final desse trabalho, poder registrar e divulgar números e resultados que representassem um repasse adequado e significativo dos conteúdos, e uma aprendizagem mais consistente. O delicado momento pelo qual passamos, exige dos gestores e professores, uma atitude mais profissional e compromissada com a enorme quantidade de alunos que deles dependem. Do governo estadual, espera-se que disponibilize condições dignas de trabalho, tais como; instalações adequadas, salários justos, planos de carreira, pós-graduação, etc. Entendemos também que o governo deveria ser mais organizado, levantando dados em menores espaços de tempo, tendo dessa forma um maior controle sobre o processo, possibilitando tomadas de decisões mais rápidas, eficientes e menos dispendiosas.

Na certeza que, juntos poderemos obter resultados bem mais expressivos, não só para o ensino de trigonometria, mas para a educação como um todo, finalizamos aqui nossa modesta contribuição.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Curso de Matemática**. 2ª Ed. São Paulo: Moderna, 1998.

BOYER. Carl B. **História da Matemática**. 3ª Ed. São Paulo: Blucher, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contextos & aplicações**. 4ª Ed. São Paulo: Ática, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2010.

GIOVANNI, José Ruy. **Matemática Fundamental: uma nova abordagem**. São Paulo: FTD, 2008.

LIMA, Elon Lages. ET AL. **A matemática do ensino médio**. 2ª Ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

NOVA ESCOLA. **O papel do professor: guiar o aprendizado**. São Paulo: Abril, nº 172, maio 2004.

PAIS, Luiz C. **Ensinar e apreender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 1ª Ed. São Paulo: Moderna, 1999.

PARAMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Ensino Médio. Ministério da Educação. Brasília, 1999.

PCN Ensino Médio. **Orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais**. Ministério da Educação. Brasília, 2002.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia**. São Paulo: Scipione, 2010.

ROXO, Euclides. **A Matemática na Educação Secundária**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1937.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios**. São Paulo: Ática, 2010.

SANTALÓ, Luis. **A matemática para não matemáticos**. In: PARRA, Cecília. Didática da matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

TOLEDO, Marília. **Didática de Matemática**: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

ANEXOS

SONDAGEM

Aspectos sobre o ensino de Trigonometria

Este instrumento de avaliação que consta de perguntas e questões básicas relacionadas a estrutura de cada item abaixo relacionado, tem por objetivo identificar qual a visão que os estudantes do 2º ano do ensino médio na Escola Melquíades Vilar tem sobre sua própria formação e as dificuldades enfrentadas no que diz respeito ao ensino de Trigonometria.

CONTEÚDO

- 0. HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA**
- 1. INTRODUÇÃO À TRIGONOMETRIA**
- 2. TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA**
- 3. FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**
- 4. RELAÇÕES ENTRE AS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**
- 5. REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE**
- 6. TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**
- 7. EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**
- 8. INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**
- 9. FUNÇÕES INVERSAS TRIGONOMÉTRICAS**
- 10. TRIÂNGULOS QUAISQUER**

0. HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA

1. INTRODUÇÃO À TRIGONOMETRIA

- 1.1 Razões trigonométricas no triângulo retângulo
- 1.2 Seno e cosseno de dois ângulos
- 1.3 Razões trigonométricas dos ângulos de 30° , 45° e 60°

2. TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA

- 2.1 Arco de circunferência
- 2.2 O grau
- 2.3 O radiano
- 2.4 Comprimento de um arco de circunferência
- 2.5 Ciclo trigonométrico
- 2.6 Arcos trigonométricos
- 2.7 Arcos côngruos
- 2.8 Arcos com mais de uma volta
- 2.9 1ª determinação positiva de um arco

3. FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

- 3.1 Função *seno*
- 3.2 função *cosseno*
- 3.3 Função *tangente*
- 3.4 Função *cotangente*
- 3.5 Função *secante*
- 3.6 Função *cossecante*

4. RELAÇÕES ENTRE AS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

- 4.1 Relação fundamental
- 4.2 Relação entre a *secante* e a *tangente*
- 4.3 Relação entre a *cossecante* e a *cotangente*
- 4.4 Identidades trigonométricas

5. REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE

- 5.1 Arcos com extremidades no 2º
- 5.2 Arcos com extremidades no 3º
- 5.3 Arcos com extremidades no 4º
- 5.4 Arcos complementares

6. TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

6.1 Fórmula de adição e subtração de arcos

seno da soma, cosseno da soma, tangente da soma

seno da diferença, cosseno da diferença, tangente da diferença

6.2 Arco duplo

$\text{sen}2x$, $\text{cos}2x$, $\text{tg}2x$

6.3 Arco triplo

$\text{sen}3x$, $\text{cos}3x$, $\text{tg}3x$

6.4 Fórmulas de Werner (Transformação em produto)

soma de senos, soma de cossenos, soma de tangentes

diferença de senos, diferença de cossenos, diferença de tangentes

7. EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

7.1 Equações do tipo $\text{sen}x = a$

7.2 Equações do tipo $\text{cos}x = a$

7.3 Equações do tipo $\text{tg}x = a$

7.4 Equações redutíveis a uma equação do 2º grau

7.5 Equações do tipo $a.\text{sen}x + b.\text{cos}x = c$

8. INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

8.1 Inequações em $\text{sen}x$

8.2 Inequações em $\text{cos}x$

8.3 Inequações em $\text{tg}x$

9. FUNÇÕES INVERSAS TRIGONOMÉTRICAS

9.1 Função arco-seno

9.2 Função arco-cosseno

9.3 Função arco-tangente

10. TRIÂNGULOS QUAISQUER

10.1 Lei dos senos

10.2 Lei dos cossenos

10.3 Teorema da área

10.4 Teorema das projeções

Durante o 2º ano do ensino médio na ESCOLA MELQUIÁDES VILAR

1. Você estudou Trigonometria durante
 - 1 semestre
 - 1 ano
 - Não estudei
2. Se você estudou Trigonometria, o número de aulas semanais era(m)
 - uma
 - duas
 - mais que duas
3. O professor de Trigonometria
 - era o mesmo professor de Álgebra
 - era outro professor
4. Você estudou Trigonometria
 - em paralelo com Álgebra
 - ao término do conteúdo de Álgebra
5. Com relação a História da Trigonometria, seu professor de Matemática durante as aulas de Trigonometria
 - Abordou o tema apenas nas primeiras aulas
 - Abordou o tema sistematicamente ao longo das aulas
 - Não abordou o tema em nenhum momento
6. O seu professor de Trigonometria
 - Demonstrava as fórmulas a serem utilizadas nas resoluções dos exercícios
 - Não demonstrava as fórmulas
7. Você sabia que ao longo do curso, afora os exercícios, nos deparamos com aproximadamente 45 fórmulas que devem ser obtidas através de demonstrações
 - Sim
 - Não

8. Dessas 45 fórmulas, você estima que foram demonstradas
- Menos que 10
 - Entre 10 e 20
 - Mais que 20
9. Demonstrações eram cobradas nas avaliações
- Sim
 - As vezes
 - Não
10. Na sua opinião, de acordo com os 43 itens listados que compõem na íntegra o programa a ser: definido, demonstrado e exercitado em Trigonometria, foi de
- 10%
 - 20%
 - 30%
 - 40%
 - 50%
 - 60%
 - 70%
 - 80%
 - 90%
 - 100%
11. O valor de $tg 225^\circ$ é
- $\sqrt{3}$
 - 1
 - 1
 - $\frac{\sqrt{3}}{3}$
12. O menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio que indica 12:15 h é
- $82,5^\circ$
 - 85°
 - 90°
 - $87,5^\circ$
13. O valor de $\cos 3\pi - \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} - \operatorname{tg} 405^\circ$ é
- 3
 - 1
 - 2
 - 1

14. Colocando na ordem decrescente $A = \cos 33^\circ$, $B = \cos 315^\circ$ e $C = \cos 66^\circ$

$A < B < C$

$B < C < A$

$C < B < A$

$B < A < C$

15. A função $f(x) = \operatorname{sen} x$ é

par

ímpar

nem par nem ímpar

16. Dada $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$ com $x \in \text{I quadrante}$, o valor do $\operatorname{sen} x$ é

$\sqrt{5}/5$

2

1

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

17. O período da função $f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x$ é

4π

$\frac{\pi}{2}$

π

2π

18. Sejam as igualdades

$\cos 2x = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x$

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$\cos 2x = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$

Colocando V ou F, a seqüência que preenche corretamente as igualdades acima, é

() V V V

() F F V

() V V F

() F F F

19. A equação $\text{sen } x = \frac{1}{2}$, no intervalo, $0 < x < 2\pi$, apresenta

() solução vazia

() apenas uma solução Qual? _____

() apenas duas soluções Quais? _____

() mais que duas soluções Quais? _____

20. A igualdade $a = b \cos \hat{C} + c \cos \hat{B}$ caracteriza

() A Lei dos Senos

() O Teorema da Área

() A Lei dos Cossenos

() O Teorema das Projeções