UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO

EUVÂNIA BARBOSA DOS SANTOS

INTERAÇÕES ENTRE AS LINGUAGENS NATURAL E MATEMÁTICA: **Algumas reflexões por meio do conceito de intervalo**

CAMPINA GRANDE – PB
2011

EUVÂNIA BARBOSA DOS SANTOS

INTERAÇÕES ENTRE AS LINGUAGENS NATURAL E MATEMÁTICA: **Algumas reflexões por meio do conceito de intervalo**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática para Professores do Ensino Médio da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Especialista.

Orientador: Profº.Ms.José Joelson Pimentel de Almeida

CAMPINA GRANDE – PB
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

S237i Santos, Euvânia Barbosa dos.

Interações entre as linguagens natural e matemática [manuscrito]: algumas reflexões por meio do conceito de intervalo / Euvânia Barbosa dos Santos. - 2011.

54 f.

Monografia (Especialização em Educação Matemática para professores do Ensino Médio) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2011.

“Orientação: Prof. Ms. José Joelson Pimentel de Almeida, Departamento de Matemática”.

1. Ensino de matemática. 2. Linguagem matemática. 3. Símbolos matemáticos. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

EUVÂNIA BARBOSA DOS SANTOS

INTERAÇÕES ENTRE AS LINGUAGENS NATURAL E MATEMÁTICA:
Algumas reflexões por meio do conceito de intervalo

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática para Professores do Ensino Médio da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Especialista.

Aprovada em 25/08/2011.

Profº. Ms. José Joelson Pimentel de Almeida / UEPB
Orientador

Profª. Drª. Abigail Fregni Lins / UEPB
Examinadora

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Profª. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes / UEPB
Examinadora

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho primeiramente a Deus, por ter me dado força para concluí-lo e por não permitir que as pedras calcadas em meu caminho fossem obstáculos maiores do que minha vontade de vencer, e à minha mãe Euclisia pelas tantas vezes em que me distanciei de você para apegar-me aos livros e aos estudos. Quero dedicar a você esta singela homenagem por todos os momentos roubados de sua companhia. Tudo que faço é pelo amor que sinto por você.

AGRADECIMENTOS

A *Deus*, nosso pai celestial, que em todos os momentos da minha vida está presente com sua luz Divina, pela força e aconchego dos seus braços, nos momentos de fraquezas, indecisões profissionais e espiritual.

Ao *Profº. José Joelson Pimentel de Almeida*, pelo apoio e orientação dada, como também pela compreensão, dedicação, paciência e pelas várias sugestões oferecidas para elaboração deste trabalho.

Aos *mestres*, que me acompanharam durante a realização desse curso, pelos conhecimentos que me legaram, pela dedicação com que me serviam e pela amigável convivência nesta caminhada em busca do meu sonho.

Ao *Profº. Dr. Silvanio de Andrade*, coordenador do curso, pelo auxílio com seus comentários, e sugestões que revelam grande experiência como Educador.

À *Profª. Maria da Conceição Vieira Fernandes*, pela amizade sincera demonstrada e todo seu carinho por nós e por fazer parte da banca examinadora.

À *Profª Abigail Fregni Lins*, pelas palavras de incentivo no momento de desânimo, diante das várias dificuldades enfrentadas e por fazer parte da banca examinadora.

Ao professor de matemática *Valdemar Henrique de Andrade* da Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Conselheiro José Braz o Rêgo, pela contribuição para elaboração desse trabalho.

À minha *mãe*, *Euclísia Barbosa dos Santos*, preciosidade da minha vida, pelo incentivo ao estudo, dedicação e ensinamentos.

Aos *meus colegas de classe* pelo tempo de convívio e aprendizado, de alegrias e de expectativas. Partimos hoje em busca do destino, cheios de vida, certos que triunfaremos. Então já não nos veremos mais toda semana, talvez nem todos os anos... Mas, certamente, jamais me esquecerei de vocês.

À *Universidade Estadual da Paraíba* (UEPB), pela oportunidade oferecida para realização desse curso.

Às minhas amigas de trabalho, em especial a *Maria Inez de Freitas*, *Sandra Barbosa Barros Lima*, pelo apoio dado, para que eu conclui-se este curso diante das várias dificuldades encontradas.

Enfim *a todos* que de forma direta ou indireta contribuíram para elaboração deste trabalho.

”O abandono da Matemática traz dano a todo o conhecimento, pois aquele que a ignora não pode conhecer as outras Ciências ou as coisas deste mundo”.

Roger Bacon

RESUMO

O presente trabalho objetiva investigar questões relativas à linguagem matemática identificando o grau de compreensão e as dificuldades encontradas pelos alunos em dominar a linguagem matemática e sua simbologia. Para alcançar os objetivos propostos neste trabalho, empregou-se a técnica de aplicação de questões em sala de aula com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio do turno noturno da Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Conselheiro José Braz do Rêgo, localizada na cidade de Boqueirão-PB. Para a realização dessa pesquisa contamos com a contribuição das idéias de alguns teóricos, como David Pimm, Bruno D`Amore, Carmem Gómez-Granell e Romulo Campos Lins, assim como dos Parâmetros Curriculares Nacionais, que permitiram concluir que existe uma inter-relação entre a linguagem matemática e a linguagem natural. É na incessante evolução do tempo que o homem busca novas visões, interpretações e vivências. Infelizmente essas novas visões não estão abrangendo todas as áreas de conhecimento, ficando cada vez mais evidentes as dificuldades encontradas na capacidade do aluno de entender a linguagem matemática. A maioria dos alunos conclui o Ensino Médio sem conseguir compreender a Matemática quando ela está escrita com sua simbologia, como quando se trata do conteúdo intervalo por ter uma vasta quantidade de símbolos nele contido, dificultando o entendimento na hora de resolver situações-problema que surgem no seu cotidiano. Sabemos que nas aulas de matemática a metodologia aplicada em vez de contribuir para o desenvolvimento da capacidade dos educandos, está contribuindo para transformá-la na disciplina mais odiada, menos desejada, monstruosa, sem significado, conforme resultados analisados nas questões aplicadas com os alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Linguagem Matemática, Linguagem Natural, Comunicação, Simbologia Matemática.

ABSTRACT

The present research work aims to investigate issues relate to mathematical language identifying the level of comprehension and the difficulties faced by students of mastering the mathematical language and its symbology. To achieve the proposed aims in this research work, its took the application technique of questions in the classroom with high school first year students of the night time of the Fundamental and High Level State School Conselheiro José Braz do Rêgo, located in the Boqueirão city, Paraíba. For doiin the research study we counted with the ideas of some theoretical as David Pimm, Bruno DÁmore, Carmem Gómez-Granell and Romulo Campos Lins, as well as the National Curriculum Parameters which allow to conclude that exists a inter relation between mathematical language and natural language. It is in the no stopping time evolution that the human being seeks for new views, interpretations and livings. Unfortunately, these new views are taking all knowledge areas, making more evident the difficulties encountered on the student´s capacity of understanding mathematical language. Most of the students end their high school without understanding Mathematics when written in its symbology. When about interval content, as its large quantity of symbols in it, makes difficult the understanding when solving problems which came in the day-by-day. We know that the methodology applied in the Mathematics classes instead of contributing for the development of students' capacity it is contributing to make the discipline most no wanted, less wished, terrible, without any meaning, as our research findings show.

KEYWORDS: Mathematical Language, Natural Language, Communication, Mathematical Symbology.

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Compreendemos a linguagem matemática de uma maneira ampla, como sendo aquela que está presente e que exerce um papel fundamental em nossas vidas, principalmente nas relações estabelecidas no plano inter-individual e na interiorização de significados, pois sem ela a compreensão do mundo ao nosso redor ficaria prejudicada. Compreender o significado matemático envolve perceber que a Matemática tem linguagem própria, é como se aprendêssemos a falar, a ler e a nos comunicar em outra língua, pois a linguagem da matemática é influenciada pela linguagem natural, muito mais do que parece à primeira vista. Logo, a linguagem específica no caso de Matemática tem que ser apresentada para que os alunos se apropriem dela (D'AMORE, 2007, p. 249).

Comparar a Matemática com o falar é fundamental. Entretanto, a Matemática não pode ser considerada uma disciplina independente, mas uma relação estreita com os aspectos conceituais gerais da aquisição dos conhecimentos matemáticos. Maier[1], citado por D'Amore, diz que a Matemática tem, na verdade, uma linguagem particular para transmitir a sua idéia, independentemente de qualquer influência.

Conforme argumentado por Zuffi (2010), Stemberg define linguagem como sendo o uso de um meio organizado de combinar palavras ou símbolos, no caso da Matemática, para fins de comunicação.

A comunicação pode ser feita nas mais diversas formas, sendo algumas naturais (linguagem materna) e outras construídas (linguagem matemática). Os sujeitos possuem diferentes habilidades e preferências e todos podem desenvolver e utilizar diferentes linguagens para interpretar, explicar e analisar o mundo, ou seja, ninguém escreve as notas de uma música e depois toca para *ver* como a música ficou. A idéia e o desenvolvimento estão na cabeça do compositor. Ele imagina e formaliza o caminho aonde quer chegar, para depois fazer o registro em notação musical e documentar o que imaginou.

Em especial, a Matemática, como linguagem, tem o caráter de universalidade, assim como a música, a arte e outras manifestações culturais. Essa universalidade da linguagem

[1] H. MAIER. *Conflit entre langue mathématique et langue quotidienne pour les élèves.* 1989.

matemática mostra a sua utilidade na comunicação, uma vez que todos deveriam ter acesso a essa linguagem com o intuito de buscar caminhos alternativos para uma sociedade em que haja igualdade de condições para todos.

Uma fonte contínua de dificuldade na aprendizagem da Matemática vem da confusão de sentidos de palavras e outros símbolos que particularmente têm significados muitas vezes variantes.

A Matemática no Ensino Médio é entendida como etapa final da escolaridade básica, e por isto devemos organizá-la de tal modo que proporcione ao aluno a aquisição de uma parcela importante do conhecimento, para que ele possa ler e interpretar a realidade e desenvolver capacidades necessárias para atuação efetiva na sociedade e na vida profissional. Assim, nesta etapa da escolaridade, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com linguagem própria e métodos específicos de investigação, e com um papel integrador junto às demais ciências. Surgindo assim a necessidade do desenvolvimento de competências e habilidades em Matemática para analisar o processo envolvido na resolução de qualquer situação-problema. Nesta etapa da escolaridade, além da leitura e dos conhecimentos específicos de Matemática, as situações propostas envolvem também o domínio dos códigos e nomenclatura da linguagem matemática, a compreensão e interpretação de diagramas e gráficos e a relação destes elementos com a linguagem discursiva. O aluno precisa, ainda, analisar e compreender a situação por completo, decidir sobre a melhor estratégia para resolvê-la, tomar decisões, argumentar, expressar-se e fazer registros.

Todo este processo ocorre devido ao enfrentamento de situações que todo jovem tem pela frente na escola, no prosseguimento dos estudos, no trabalho e no exercício da cidadania, o que requer mais do que informações, exigindo a mobilização de conhecimentos e habilidades.

O interesse por essa temática acerca da linguagem matemática surgiu desde os primeiros anos como docente no Ensino Médio, principalmente no primeiro ano com o conteúdo de intervalo de números reais, que é rico em simbologia matemática, sendo que grande parte desses símbolos ainda não foram apresentados aos alunos nas séries anteriores. Entretanto, em um contato inicial verificamos uma enorme dificuldade por parte dos alunos no que se refere à interação e apropriação dessa simbologia e conseqüentemente da linguagem matemática, principalmente na mudança entre linguagem natural e matemática. Essa dificuldade tem causado uma preocupação enorme aos professores de matemática.

A Matemática possui um lugar muito importante no currículo escolar, como também em nosso cotidiano. No entanto, de acordo com diversas pesquisas realizadas nos últimos anos, o ensino da Matemática tem apresentado vários problemas, tanto no aspecto da interpretação da linguagem simbólica, como também das regras matemáticas que regem as linguagens natural e matemática.

Ao estudarmos a Matemática percebemos que sua objetividade é permitida principalmente por meio de sua linguagem, regida por regras e símbolos. No entanto quando os alunos lidam com textos matemáticos mostram em seus registros os equívocos advindos da interpretação. A simbologia por si só, desprovida de contextualização, só representa um texto se o leitor possui o domínio da linguagem. O enunciado “Represente, na reta real, o intervalo $\{x \in IR|\ 3 < x \leq 7\}$” pode ser lido, interpretado e resolvido por um aluno a partir do primeiro ano do Ensino Médio, mas diz muito pouco ou nada para quem não atingiu este grau de escolaridade ou se distanciou dele. Precisamos lembrar que não somente os estudantes encontram dificuldades com a representação de idéias matemáticas, os professores também encontram (D’AMORE, 2007, p. 248).

Para compreendermos essa problemática torna-se necessário analisarmos algumas características da linguagem matemática e das regras matemáticas, para podermos auxiliar o aluno na busca de sentidos na leitura e na interpretação de textos matemáticos.

Assim, acreditamos que o estudo dos problemas de aprendizagem relacionados ao conhecimento da linguagem simbólica na Matemática pode facilitar a aprendizagem dos alunos, como também propiciar aos educandos uma visão ampla do que venha a ser ensinado, como as aplicações de regras e técnicas, além de suas leituras, em uma linguagem matemática própria e unívoca.

Objetivos e questão norteadora

Como pretendemos investigar questões relativas à linguagem matemática e sua compreensão em aulas no Ensino Médio, a pesquisa se restringiu a uma turma de alunos do primeiro ano deste nível de ensino e ao conteúdo de intervalos reais. Como objetivo geral, propomo-nos a verificar em que medida a linguagem matemática interfere na compreensão matemática dos alunos. E para isto escolhemos o conteúdo matemático intervalos de números reais, por ser este expresso por uma vasta simbologia que necessita ser interpretada através da linguagem natural, a fim de averiguar de forma objetiva as dificuldades em interpretar a linguagem matemática utilizando a linguagem natural.

Para alcançarmos esse resultado, definimos como objetivos específicos:

- Identificar o conhecimento dos educandos (adolescentes e jovens) em relação à linguagem simbólica dos intervalos;
- Refletir sobre as causas de dificuldades em interpretar a linguagem matemática;
- Comparar o desempenho dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio na realização da conversão da linguagem matemática para a natural; e,
- Verificar possíveis soluções para elevar a aprendizagem dos alunos em Matemática quanto à leitura da linguagem simbólica.

Em aulas de Matemática, são encontrados vários fatores que dificultam a aprendizagem dos alunos. Um deles diz respeito à relação entre linguagem natural e simbologia matemática. A escrita em linguagem natural de uma expressão matemática é uma tarefa que exige um grande esforço por parte dos alunos, como também a interpretação de representações (esquemas, tabelas, figuras) através da simbologia. Diante disso, o problema que determina esta pesquisa é: em que medida a dificuldade que os alunos apresentam em compreender a linguagem matemática, quando a mesma se encontra escrita através de sua simbologia, dificulta a aprendizagem do conteúdo de Matemática?

Para que este estudo fosse apresentado de forma clara e objetiva, dividimos a monografia em três capítulos. No primeiro fazemos uma abordagem dos assuntos relacionados com a Matemática e sua linguagem, seu uso e sua interpretação por parte dos alunos. No segundo, tratamos da Matemática e sua simbologia, que é um ponto crucial nesta pesquisa. O terceiro capítulo traz a linguagem e a comunicação na aula de Matemática, mostrando que a Matemática utilizada na escola está distante daquela utilizada no cotidiano, podendo isto causar o desinteresse nos alunos por esta disciplina, já que os mesmos não conseguem fazer relações entre as duas.

CAPÍTULO I

A MATEMÁTICA E SUA LINGUAGEM

Em nossa experiência como docente de Matemática, em escolas da rede pública do Ensino Fundamental e também do Ensino Médio, temos percebido as muitas dificuldades enfrentadas por parte dos alunos ao lidar com a linguagem matemática, principalmente quando a mesma está escrita através dos símbolos, pois a linguagem exerce um papel fundamental no ensino da Matemática. A dificuldade de ler e entender um texto matemático permeado de símbolos e também de técnicas para resolução de problemas é sem dúvida um fator de segregação, não só nas escolas como também na sociedade.

Toda essa discussão envolve aspectos relacionados à linguagem matemática, sendo assim este capítulo está dividido em quatro seções de forma a facilitar a compreensão do tema apresentado. Na primeira falamos sobre a linguagem matemática na sociedade moderna, enfocando os avanços da tecnologia e a importância da Matemática nas tomadas de decisões políticas, sociais, econômicas e pessoais na sociedade. Na segunda seção fazemos uma abordagem entre o estranhamento entre a matemática cotidiana e a matemática acadêmica. Depois, refletimos sobre dificuldades enfrentadas com a linguagem matemática, mostrando a confusão de sentidos de palavras e simbologia feitas pelos alunos ao fazer a tradução da linguagem matemática para a linguagem natural. Na quarta seção apresentamos algumas relações entre a linguagem matemática e sua comunicação, destacando a importância da compreensão e comunicação nas aulas de Matemática.

1.1 Linguagem Matemática na Sociedade Moderna

O conhecimento da Matemática propicia o acesso a muitas das mais bem sucedidas profissões atuais na sociedade moderna, assim, para que o indivíduo alcance certo grau deste conhecimento, faz-se necessário o uso de habilidades e competências a ela relacionadas.

Segundo Gómez-Granell (1997), o saber matemático no decorrer dos anos tem se tornado cada vez mais essencial na sociedade, devido ao grande avanço tecnológico. Para ela, a maioria das Ciências Humanas está cada vez mais dependente dos conhecimentos matemáticos, devido aos seus comportamentos sociais que estão cada vez mais sendo explicados através de modelos matemáticos.

> E esses comportamentos vêm através da interação de relações entre o nível ontogenético quanto filogenético, causando uma grande resistência do pensamento humano em abandonar o conteúdo do objeto expressado pela linguagem natural e pelo desenho, para substituí-lo pelo símbolo formal. (GÓMEZ-GRANELL, 1997, p. 272).

Diante dos dados alarmantes das avaliações de massa divulgados na última década, como os resultados publicados na revista Veja[2] mostrando que “apenas 10% dos alunos ao final do ciclo escolar atingiram o nível de conhecimento desejado em Matemática”, podemos perceber que as práticas atuais em sala de aula não estão produzindo os resultados desejados. Assim, podemos dizer que o objetivo do ensino da Matemática só será alcançado se as formas de ensino tradicionalmente aplicadas a essa linguagem forem radicalmente modificadas, caso contrário os professores permanecerão falando de algo desconhecido para os alunos e os alunos continuarão sem entender a linguagem (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

Estudos recentes mostram que a Matemática é importante nas tomadas de decisões políticas, sociais, econômicas e pessoais. Ainda de acordo com alguns resultados publicados na revista Veja, as pesquisas realizadas em vários países mostram que em alguns deles 40% a 50% dos alunos não alcançaram o mínimo do conhecimento matemático obrigatório ao finalizar o grau de escolaridade necessário para desenvolver-se melhor numa sociedade moderna. A cada ano surgem novas tecnologias e através deste surgimento a Matemática se torna altamente necessária na sociedade moderna e ao mesmo tempo inacessível para a maioria da população. Gómez-Granell argumenta que a Matemática continua sendo um filtro seletivo do sistema educacional, no entanto queremos acrescentar que outras disciplinas também exercem essa mesma seleção. De acordo com a autora, no Informe Cockcroft, publicado em 1982 por uma comissão de especialistas que analisaram a problemática do ensino da Matemática na Inglaterra e no País de Gales, afirma-se que “a Matemática é uma matéria difícil de ensinar e também de aprender” (GÓMEZ-GRANELL, 1997, p. 258).

Aprender Matemática significa aprender a observar a realidade matematicamente, entrar na lógica do pensamento e da linguagem matemática, usando as formas e os significados que lhes são próprios. Mas na realidade o que existe é um considerável estranhamento entre a Matemática acadêmica e a Matemática do cotidiano (LINS, 2004, p. 93).

---

[2] Dados da ONG Todos pela Educação. Revista Veja, 24 dez de 2008, p. 115

Assim sendo acreditamos na mudança de metodologias para melhorar o conhecimento matemático e que não é difícil de ensinar e muito menos aprender, basta desenvolver práticas educacionais relacionando conteúdos e conhecimento do cotidiano moderno.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p. 111).

Daí a importância da contextualização, pois ela mobiliza as relações no repertório que cada um possui, ampliando o conhecimento matemático, que é *prenhe de vida*. O objetivo e a finalidade do ensino da Matemática devem ser que os alunos dominem e usem significativamente sua linguagem e os usos específicos da mesma.

Para isso, cabe ao professor explorar as diferentes expressões da linguagem matemática, como a oral, a tátil, a escrita, a visual, não só a simbólica, visando assim diminuir as distâncias entre a Matemática de sala de aula e a vivenciada no dia-a-dia. O professor precisa levar o aluno a desenvolver a linguagem matemática de forma que ela se torne tão natural quanto a linguagem cotidiana. Para tanto precisamos perceber que o contexto em que atuamos necessita ser modificado, pois a Matemática tal qual como qualquer outro conhecimento sofre a influência do meio onde está inserida e da época em que está sendo trabalhada e apresentada. É preciso integrá-la tanto espacial quanto temporalmente. Ela não pode estar imune ao contexto circundante e precisa tirar partido da evolução e da tecnologia. Não é possível ensiná-la hoje como ela foi ensinada ontem porque tanto a linguagem quanto o comportamento dos seus usuários e beneficiários se alterou e continua se alterando de forma contínua.

Se perguntarmos por que isso deve ser assim e por que a Matemática tem uma privilegiada posição dentro do currículo escolar, certamente vamos ouvir que uma das razões é que frequentemente a Matemática é *indispensável* no desenvolvimento da sociedade. Para muitos, isso é visto em termos da aritmética necessária para o uso em casa ou no escritório ou oficina; alguns vêem Matemática como a base do desenvolvimento científico e da tecnologia moderna; outros enfatizam o crescente uso de técnicas matemáticas como uma ferramenta de gestão em comércio e indústria.

1.2 Linguagem Matemática e Seres Estranhos

Apoiados em Lins (2004), a partir de agora vamos examinar de que forma monstros podem ter um papel de regulador da diferença entre duas culturas, a da Matemática do matemático e a da Matemática do cotidiano.

O estranhamento entre a Matemática do cotidiano e a Matemática do matemático é constituído por processos de produção de significado. O fracasso de tantos alunos com relação à Matemática escolar não é um fracasso de quem não consegue aprender, mas um sintoma de uma recusa em sequer se aproximar daquelas coisas, ou seja, uma espécie de auto-exclusão induzida (LINS, 2004).

Sabemos que os professores nas séries iniciais muitas vezes, em sala de aula, impulsionados por alguns livros-textos tentam de forma inadequada passar uma linguagem, quando na verdade esses livros são adotados porque acreditam estar correta a Matemática, mas misturam inadequadamente linguagem natural, linguagem matemática e outros registros linguísticos inventivos situados entre os dois, pensando o autor que está ajudando o aluno a compreender a Matemática, que é uma disciplina para muitos alunos tida como o monstro que apenas atormenta.

A Matemática do matemático não depende de coisa nenhuma que exista no mundo físico, assim sendo, esta Matemática não tem como ser natural para os cidadãos, tornando-se muito hábil em engendrar seres estranhos (LINS, 2004).

Partindo deste resultado, talvez a Matemática que tínhamos na escola só existisse dentro da escola e, como consequência, todo o contato que tínhamos com ela era através dos professores, acentuando o efeito de aceitação ou rejeição da matéria associado a gostar ou não do professor. Segundo Lins, havia uma grande distância entre o que eram as salas de aula de Matemática e o que era a vida ordinária das pessoas. A lógica pressuposta era que bastava aprender a Matemática primeiro, pois as aplicações viriam depois.

Na Matemática do matemático há seres que ao mesmo tempo em que mantém a maioria das pessoas fora do jardim do matemático, por serem para eles monstros monstruosos, são para o matemático monstro de estimação que, ao invés de assustarem, são fonte de deleite (LINS, 2004). Baldino faz um paradoxo de que “Matemática é o que o matemático faz quando ele diz que está fazendo Matemática”. E isto ocorre no jardim do matemático que é onde os matemáticos estão praticando a sua Matemática.

Buscamos captar o que os monstros são para nós, para nossas culturas. Se eles são monstros de nossa cultura, não podemos evitar vê-los. De outra forma, quando não são de nossa cultura, sentimos medo, buscamos refúgio, procuramos fugir deles.

Para modificar esta cultura, são necessárias mudanças concretas, dando ao professor instrumentos para rever sua prática pedagógica, fazendo com que a aprendizagem da linguagem matemática seja vista de forma correspondente à da linguagem natural.

Entretanto, verdadeiramente, os monstros por não serem deste mundo, não seguem as regras deste mundo. E a Matemática está inserida no mundo, mas não segue as regras sugeridas pelo mundo, ao contrário, é ela que dá as regras e exige seu cumprimento, tornando-se assim um monstro malvado para aqueles que não se identificam com ela, e um monstro de estimação para aqueles que compreendem e gostam dela. “Quando encontramos os monstros não sabemos o que fazer, não fomos educados, nem pela vida, nem pela escola, a lidar com essa situação” (LINS, 2004, p. 105).

Como pode os monstros ser duas coisas diferentes, uma para quem frequenta e outra para quem não frequenta o jardim do matemático, uma monstruosa e outra de estimação? Com isso é preciso assumir fortemente e não incidentalmente que a objetividade é construída, e que o monstro é constituído por quem diz o que ele é (LINS, 2004).

É natural que haja recusa em lidar com a diferença, e esta diferença existe, muitas das vezes “postula-se apenas uma *falta*:, se você não me decifra é porque *não sabe*” (LINS, 2004, p. 116. Grifos do autor). Ainda de acordo com Lins (2004), o problema não está na diferença, mas exatamente na recusa em reconhecê-la e lidar com ela frente a frente, passando ao aluno a responsabilidade de lidar com ela: decifra-me ou te devoro, nada mais (p. 116).

Diante desses problemas matemáticos os alunos podem recorrer a vários procedimentos ou métodos de resolução. Isto não quer dizer que o aluno não compreendeu determinado conteúdo, pois não é necessário seguir certo procedimento imposto a ele (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

1.3 Linguagem Matemática e Dificuldades

A linguagem matemática exerce um grande poder, e esse poder é o que nos permite fazer operações matemáticas, o que nos dá a habilidade para nomear e renomear, para transformar nomes e usar nomes e descrições, evocar, comunicar e controlar nossas imagens, nosso mundo mental. Gattegno[3] afirma que nós vivemos de acordo com nossas imagens e, neste sentido, não há realidade que não seja humana.

A linguagem matemática envolve a *traduç*ão da linguagem natural para uma linguagem universal formalizada, permitindo a abstração do essencial das relações matemáticas envolvidas, bem como o aumento do rigor gerado pelo estreito significado dos termos. A História da Matemática está repleta de exemplos que mostram como a elaboração de linguagem mais complexa exigia a formulação de linguagens mais abstratas que, por sua vez, possibilitaram novos cálculos e inferências. (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

Existe uma fonte contínua de dificuldade na aprendizagem da Matemática que vem da confusão de sentidos de palavras e outros símbolos e significados variantes. Dentro da linguagem matemática em si existem dúvidas sobre as escolhas de palavras que são convencionalmente empregadas. Devido a Matemática ser aquela disciplina em que o jogo de símbolos e significados é intencional, tudo isto causa grandes dificuldades. Esta dificuldade é gerada por uma apresentação inadequada da linguagem matemática, o que é bastante lamentável, pois afinal de contas *esta linguagem foi desenvolvida justamente com a intenção oposta*.

Com isso o estudante não consegue suportar o *p*eso de uma linguagem construída dessa maneira, e termina criando para si um aparato lingüístico mais modesto, mais simples, uma espécie de quase-modelo, no qual são abundantes maneiras de fazer frases feitas nesse estilo.

Segundo D' Amore (2007), essa falsa linguagem é chamada matematiquês, porque se trata de um dialeto matemático que se usa na sala de aula.

Muitos autores afirmam com convicção que a Matemática é por si mesma uma linguagem. Mas, ainda conforme D'Amore (2007), a Matemática de maneira evidente possui uma sintática, uma semântica e uma pragmática próprias.

A *sintática* como sendo a maneira em que as palavras ou símbolos são usados em uma sentença ou fórmula matemática. Se o aluno não tiver o domínio dessa simbologia e não perceber as suas nuances, estará resolvendo questões de forma mecânica e sem significado que pouco ou nada irão acrescentar a sua aprendizagem.

A *pragmática* que faz referência aos significados que cada palavra ou símbolo tem em relação às vivências e experiências individuais. Podemos afirmar que nesta dimensão estão incluídas as atitudes em relação à Matemática, já que experiências ruins do aluno nas aulas de

[3] Citado em Pimm (1995).

Matemática ou com um professor que utiliza a disciplina como forma punitiva (resolver listas intermináveis de exercícios) leva os alunos a desenvolverem atitudes negativas em relação a ela.

A *semântica* que se refere às transformações do significado. É a dimensão mais abrangente e tem ligação com as demais, pois se o aluno entende a linguagem simbólica e tem experiências positivas nas aulas e com seu professor, então essa disciplina terá significado para ele. Esta dimensão faz referência aos vários significados que um conceito pode ter em diferentes contextos. Referindo-se à dimensão semântica, afirmamos que: “O professor é constantemente solicitado a usar os conceitos de maneira contextualizada, mas ele necessita, antes, estabelecer o significado da palavra ou símbolo quando usados de forma isolada” (MENEZES, 2004, p. 3).

Dentro da linguagem matemática em si, existem dúvidas sobre as escolhas de palavras que são convencionalmente empregadas. Por que usamos a mesma palavra, *multiplicação,* para operações bem diferentes, como entre os números inteiros, entre os números negativos, entre frações e entre matrizes? Isto pode não ser considerado ou entendido pelas pessoas que não frequentam cotidianamente esse jardim. “O uso de termos adequados, em língua comum, é um meio muito poderoso, ativador de conhecimento” (D’Amore, 2007, p. 261-262).

O professor deve ser criativo, no sentido de buscar compreender as diferentes lógicas dos alunos e é por meio do diálogo que essas lógicas podem convergir para a lógica da Matemática. Ele precisa tomar cuidado no uso de suas palavras, pois as palavras da linguagem natural são polissêmicas e a palavra em linguagem matemática pretende ser unívoca.

No contexto de uma aula de Matemática, diferentes critérios podem ser envolvidos, a fim de acentuar o potencial matemático da tarefa. Para um aluno aprender a falar como um matemático deve ser capaz de usar a linguagem tanto para evocar o controle pessoal sobre imagens matemáticas, bem como para transmitir aos outros. As perguntas podem ser feitas e os alunos têm de trabalhar no comando da refinação da linguagem matemática, a fim de transmitir o significado desejado.

Todos esses trabalhos sobre linguagem compartilham a idéia de que o ensino de Matemática é verbal e não está baseado na ação. (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

A linguagem da matemática consiste em diagramas e símbolos, associados segundo convenções. O poder especial de Matemática reside na sua capacidade não apenas para descrever e explicar situações abstratas, mas também para prever, sugerir e buscar possíveis respostas a problemas, que lhe são inerentes. Nisto consiste o desenvolvimento, a aplicação e a justificativa da presença da Matemática no cenário educativo.

Por isto, na medida em que, através da escolaridade, os alunos estão habilitados a pensar como matemáticos, esta possibilidade está disponível para eles. Uma vez que ao fazer matemática é necessário pensar, organizar, classificar, intuir, para através das hipóteses, ensaios, erros e comparações, organizar o caos inicial de uma situação problema e então propor uma solução, seja ele um problema puramente matemático, seja ele um problema do cotidiano que requer o domínio dessas mesmas habilidades em sua resolução. Alguns matemáticos defendem a concepção formalista da Matemática na manipulação de sinais escritos de acordo com as regras, outros acreditam que é possível atribuir um significado aos símbolos que se manipula (GÓMEZ-GRANEL, 1997).

Ela acredita que a Matemática realmente desempenha um papel muito menor e menos significativo por parte do pensamento racional sobre o mundo material que nos cerca do que muitos educadores matemáticos e outros nos querem fazer crer. Uma expressão Matemática só pertence ao domínio da Matemática quando é totalmente autônoma em relação aos contextos e situações específicas de referência (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

1.4 Linguagem Matemática e sua Comunicação

Tendo a Matemática uma linguagem própria, com uma vasta simbologia, para que ocorra uma comunicação é preciso que quando o professor falar dela na linguagem natural o aluno faça uma codificação, transforme a linguagem natural na linguagem matemática.

De acordo com Devlin (2004), a Matemática e a linguagem natural têm as mesmas características no cérebro humano, então porque as pessoas têm facilidade em entender o que as outras estão falando, mas têm dificuldades de entender a Matemática? *Ler* Matemática não é simplesmente saber o significado de cada símbolo, já que a notação matemática não é Matemática, assim como a notação musical não é música.

Aprender Matemática não é só aprender regras é também aprender uma linguagem que através dela possa adquirir um grau de competência comunicativa que permita usar tal linguagem adequadamente de forma clara de acordo com as regras apresentadas. Portanto para ensinar Matemática de forma significativa para os alunos, devemos conhecer seu uso e suas funções que o conhecimento matemático cumpre na sociedade e aplicar estes procedimentos matemáticos no contexto de tais usos e funções (GÓMEZ-GRANELL, 1997). Vários professores, apesar de todo avanço nas discussões sobre metodologias de ensino da Matemática, ainda pensam que os alunos entendem o significado dos conceitos e procedimentos matemáticos quando apresentados em sua forma mais tradicional, acreditando que eles não têm nenhuma dificuldade em dominar a linguagem formal.

Os jogos de linguagem em sala de aula entre professor e alunos se apresentam como uma alternativa na busca de entendimento, pois eles adquirem uma forma de vida que pode fornecer significados aos símbolos matemáticos, como também às regras matemáticas. Por isto, é preciso que o professor compreenda que a linguagem é instrumento de comunicação e é por meio dela que ele pode entrar em entendimento com o aluno.

Segundo Machado (1990), para superar os obstáculos com o ensino da Matemática temos que reconhecer a essencialidade da relação entre linguagem natural e linguagem Matemática, a necessidade de noções intuitivas, aproximadas, imprecisas, mas significativas, desvelando-se através do recurso à linguagem natural.

Nesse sentido, atividades de leitura e escrita na Matemática são extremamente produtivas no âmbito escolar e os professores necessitam não só oferecer situações– problema conectados com a linguagem matemática, como também, instigar os estudantes a desejarem alcançar a solução das situações propostas, encorajando-os na busca de caminhos para a solução.

Ao resolver um problema, o aluno usará a simbologia matemática, que é parte de sua linguagem, sua forma de expressar uma maneira de pensar. Se todo esse processo se der de forma satisfatória, pode-se admitir que houve uma comunicação. Quando se faz Matemática, a comunicação não ocorre na linguagem matemática dos matemáticos, e também não ocorre na linguagem comum, ela assume uma sintaxe específica, uma semântica considerada oportuna e nasce uma linguagem estranha (D'AMORE, 2007).

A linguagem matemática foi desenvolvida para facilitar a comunicação do conhecimento matemático entre as pessoas de forma a viabilizar a resolução de problemas propostos, tanto os externalistas quanto os internalistas. Não há dúvida de que a linguagem algébrica simplifica a comunicação, por seu caráter universal, preciso e econômico. Você já imaginou um livro de Matemática todo escrito por extenso, sem o uso de símbolos matemáticos? Sem dúvida ele teria muito mais páginas do que os livros usuais.

O professor de Matemática deve ter um amplo domínio dos significados gerados na comunicação em sala de aula e, para tanto, precisa compreender também as especificidades da linguagem matemática que permea o discurso dos alunos e o seu próprio. A linguagem matemática busca a generalização, o rigor e a formalização no ensino de Matemática. A objetividade dessa linguagem não pode ser compreendida sem a subjetividade do aluno. A subjetividade está presente na intuição e na sensação que é privada e se objetiva por meio da palavra. A linguagem é um dos meios pelos quais nos comunicamos e é por meio dela que o professor deve buscar um intermediário entre a subjetividade do aluno e a objetividade da Matemática. Portanto, em Matemática é lícito dizer as coisas usando apenas palavras, isto é, usar como registro representativo o proposicional.

Todos os matemáticos ensinam de seu modo e pensam que estão sendo compreendidos por seus alunos, mas nem sempre é assim que ocorre.

Dessa maneira, se aceitarmos que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) merecem ser considerados, o debate acerca do preparo do professor de Matemática com relação à comunicação e à linguagem faz-se premente. É claro que apenas uma comunicação clara não é garantia de maior qualidade na aprendizagem, mas sem sombra de dúvidas é um fator importante para troca de experiências mais significativas. Assumimos que o ensino é comunicação e um de seus objetivos é o de favorecer a aprendizagem dos alunos (D'AMORE, 2007).

Esse fato mostra ao professor que não se pode tratar a Matemática apenas como linguagem formal, pois é preciso dar vida aos seus símbolos e às suas regras que muitas vezes poderão ter significados para o aluno. Pensamos a linguagem como parte integrante do processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos e é mister do professor o seu uso intencional e consciente. Cabe a nós, educadores, proporcionarmos aos alunos as condições necessárias para que eles venham a se tornar protagonistas de seu aprendizado, que passem de objetos a sujeitos. Para que isso ocorra, precisamos ter sempre em mente que a linguagem que utilizamos deve ser acessível a todos, ao mesmo tempo em que buscamos a complexificação dos conceitos trabalhados e, conseqüentemente, da linguagem. Na Matemática, a sua linguagem se faz necessária diante dos avanços tecnológicos ocorridos na sociedade moderna, para identificação dos símbolos é imprescindível. Diante desse fato, no próximo capítulo iremos falar sobre a linguagem matemática e sua simbologia.

CAPÍTULO II

A MATEMÁTICA E SUA SIMBOLOGIA

Na Matemática é comum o uso de símbolos para representar a linguagem natural, mas em algumas ocasiões o ensino de Matemática se reduz à manipulação de símbolos. Em nossos dias, os símbolos são usados com muita frequência e com a maior naturalidade, pois os símbolos podem substituir palavras, mas nem sempre foi desse jeito. O rigor com a linguagem matemática e com a simbologia torna-se necessário para desenvolver conceitos convenientes e para não induzir o aluno ao desacerto ou à falta de entendimento de algumas questões. As duas precisam ser claras para que o encadeamento seja perfeito e permita a análise completa do problema. No caso da linguagem matemática, as frases podem ser construídas por palavras e por símbolos matemáticos. Neste capítulo enfatizamos as dificuldades em compreender a simbologia da Matemática.

2.1 Dificuldades em Compreender a Simbologia da Matemática

Desde quando éramos alunos da escola e agora como docentes sempre nos espantamos com o número de alunos que são brilhantes em outras disciplinas e sofrem tanto para passar de ano em Matemática. Era difícil acreditar que nossos alunos e colegas de escolas tivessem alguma deficiência em compreender a Matemática, pois ela sempre se mostrou para nós como sendo agradável, desafiadora e *natural*. Sempre houve uma polêmica em torno da Matemática, por ser uma das disciplinas da escola que mais reprovam e que os alunos mais têm dificuldades de compreender. Suas definições e seus cálculos, devido à grande quantidade de símbolos usados, contribuem para isto.

O excesso de simbologia frequentemente cria dificuldades para o aluno, chegando mesmo a impedir que ele compreenda a idéia representada. A pessoa que compreende e manipula a simbologia matemática frequentemente é tomada como gênio, pois fórmulas e símbolos matemáticos são considerados coisas complicadas, difíceis e incompreensíveis para a maioria.

A Matemática, por ter um caráter abstrato e uma linguagem simbólica, quando apresentada sem nenhuma relação ou aplicação concreta se torna realmente incompreensível, aumentando assim o desinteresse por parte dos alunos, mesmo sendo esta ciência tão fundamental em nossas vidas práticas. Algumas formulações da linguagem matemática possibilitam converter os conceitos matemáticos em objetos facilmente manipuláveis e calculáveis, facilitando assim determinadas deduções, que de outros modos seriam impossíveis de acontecer, pois os conceitos e os teoremas matemáticos não se definem por indução, mas por dedução, segundo argumentos de Gómez-Granell (1997).

Ainda de acordo com essa pesquisadora, o fato de que a linguagem formal é essencial e construtiva no conhecimento matemático torna necessário que exista algum vínculo dela com a realidade. A Matemática constitui uma maneira determinada e específica de interpretar e observar a realidade. "Esse seria o verdadeiro sentido da alfabetização Matemática que nos permitiria circular pelos 'domínios da Matemática' como se estivéssemos em nossa própria casa e não num país estrangeiro". Para os professores de Matemática todo e qualquer problema é fácil de manipular e compreender mesmo traduzido para a linguagem algébrica. No entanto, não é que a maioria dos alunos não precise realmente da capacidade abstrata para o domínio dos conteúdos, mas é o processo de ensino que está inadequado (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

Entretanto, quando abusamos do uso de símbolos e não nos preocupamos em trabalhar a compreensão dos mesmos, clareando o seu significado, conseguimos o efeito contrário aos pretendidos pelos professores, dificultamos o processo de aprendizagem da Matemática, causando uma verdadeira confusão na mente dos alunos em relação à compreensão dos conteúdos. Pois a tradução da linguagem matemática para a linguagem natural exige a compreensão dos símbolos matemáticos que estão inseridos no texto.

Segundo Duval[4], na maioria das vezes em Matemática são utilizados significantes diferentes para um mesmo significado: Por exemplo, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$ e 0,5 representam o mesmo objeto (D`AMORE, 2007).

Dominar a linguagem matemática e as técnicas de resolução de problemas é imprescindível ao ensino desta disciplina. O objetivo e a finalidade do ensino da Matemática devem ser que os alunos dominem significativamente sua linguagem e os usos específicos da mesma (GÓMEZ-GRANELL, 1997). Mas sabemos que a linguagem matemática muitas das

[4] Raymond DUVAL. *Registres de representation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.*1993.

vezes é deixada de lado, sendo dada prioridade apenas para a utilização das regras dos registros através dos símbolos, causando assim um verdadeiro desastre. Dessa forma, os alunos tornam-se meros copiadores de símbolos, não entendendo em que situação deve-se aplicar as regras e em que contexto estão inseridos no seu dia-a-dia.

Para D'Amore (2007), de forma geral os alunos preferem usar a linguagem natural, muito mais do que o simbolismo matemático.

2.2 Representações Matemáticas e seus Significados

A Matemática não dispõe de seus objetos, e sim apenas de suas representações, pois o objeto matemático não é visível e não podemos imaginar aquilo que não vemos e, por esse motivo, o objeto precisa de uma representação. Granger[5] (1990), analisando o pensamento de Wittgenstein[6], afirma que o objeto matemático não é representado pelo simbolismo matemático, os símbolos formam um sistema que envia às regras matemáticas. Assim, o simbolismo matemático atua como intermediador entre o objeto e o seu conceito, pois o conjunto de símbolos forma um sistema que interpreta regras.

Os símbolos matemáticos têm dois significados: o formal, que obedece a regras internas do próprio sistema, e o referencial, que permite associar os símbolos matemáticos às situações reais tornando-se úteis para resolver problemas (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

Em várias ocasiões percebemos que os alunos e alguns professores não compreendem a lógica de tal algoritmo e muito menos as regras por eles ensinadas. Ambos aprendem apenas a manipular símbolos e regras sem significado ou mesmo sem ligação com a prática do dia-a-dia. Os matemáticos anteriormente se preocupavam apenas em manipular sintaticamente os símbolos e regras sem nenhuma preocupação com o significado dos mesmos (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

De acordo com Rotman (1980):

> Em toda expressão matemática é necessário reconhecer um significado formal intrínseco – no qual uns símbolos fazem referência a outros dentro de um código específico –, e um significado pragmático – que permite a tradução para sistemas de signos não matemáticos (linguagem natural, imagens e representações icônicas, ações, etc.) – e, associar tais expressões ao seu significado referencial (ROTMAN, 1980, *apud* GÓMEZ-GRANELL, 1997, p. 266).

Partindo da fase inicial da criança percebemos que elas desenvolvem em idades precoces procedimentos e formas próprias de raciocínio de caráter não formal que diferem

---

[5] GILLES-GASTON, GRANGER. *Invitation à La lecture de Wittgenstein*. 1990.
[6] LUDWIG. WITTGENSTEIN. *Investigações Filosóficas*. 1996.

daqueles que são propostos e ensinados em Matemática na escola. E a partir desse ponto o ensino da Matemática deveria usar procedimentos dos próprios alunos sem formalidade, mas com caráter intuitivo (GÓMEZ-GRANELL, 1997).

De acordo com Gómez-Granell, as crianças primeiro constroem o significado das operações matemáticas fundamentais através da manipulação de materiais concretos e da ação e uma vez construídos tais significados ela traduz em linguagem simbólica, considerando que a linguagem simbólica da Matemática é a representação dos movimentos numéricos feitos por meio de símbolos matemáticos.

Ela argumenta que o ensino da Matemática apresentado por um problema em que o aluno aprende manipular símbolos de acordo com as regras as quais não entendem faz com que o aluno encontre dificuldades para associar tais símbolos ao seu significado referencial.

Para a autora, o saber matemático implica em dominar os símbolos formais independentemente das situações especificadas e, ao mesmo tempo, poder devolver a tais símbolos o seu significado referencial e então usá-las nas situações e problemas que assim o requeiram.

Isto está de acordo com as recomendações de Lins (2004, p. 93), para quem uma solução "é buscar fazer os alunos verem 'a Matemática na vida real', 'trazer a vida real para as aulas de Matemática'", fazendo uma ligação entre "a Matemática que se estuda nas salas de aula com a 'Matemática do cotidiano', 'da vida'".

2.3 A Matemática do matemático

O ensino da Matemática em várias ocasiões era apresentado por teólogos, que escreviam contra o absurdo do cálculo e falavam em funções contínuas traçando uma curva no papel sem tirar o lápis de sua superfície, ou seja, de forma excessiva, não era como é a educação de hoje, "onde todo mundo se sentia autorizado a dar palpite, que estes palpites só vinham atrapalhar o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos" (LINS, 2004, p. 99).

Hoje a Matemática está diferente, criaram-se critérios de ensino para esta ciência, ficou estabelecido quem é que pode falar dela propriamente com mais rigor e precisão, sem deixar brechas para pessoas que por estudar um pouco de Matemática se sentiam no direito de lecionar conforme suas convicções. Mas após certo tempo, culminou um processo que estabelece "que o que define a Matemática do matemático são certos modos – tomados então como *legítimos* – de produção de significado para a Matemática, um conjunto de enunciados (Lins, 2004, p. 99. Grifo do autor). Em nosso entendimento, exercer uma verdadeira educação através da Matemática significa colocar os conteúdos de forma clara e sequencial, não apenas como uma escolha do que vai ser mais útil na empreitada do professor, como uma escolha do que deve ser ensinado, tudo tem que ser seguido a partir de um planejamento e uma metodologia adequada, de acordo com a faixa etária da turma, como também de acordo com o dia-a-dia dos alunos.

Antes de todo esse processo, a Matemática não era *pura*, não era *do matemático*, ela servia a quem dela precisasse (LINS, 2004). Segundo o autor, o matemático Jean Dieudonnée, conhecido por João Dado-por-Deus, disse que "deveria perguntar aos matemáticos o que é realmente importante ali e de que modo, pois apenas assim poderíamos aspirar a uma instrução matemática com *alguma* qualidade, *do primário à universidade*" (p. 99. Grifos do autor).

Devido à linguagem matemática ter se tornado mais acessível nas séries iniciais, por meio de operações concretas como a comparação e a classificação, as aulas levaram as crianças ou os jovens a perceberem a necessidade de representações lógicas e, mais tarde, às abstrações, possibilitando posteriormente a associação desta a uma simbologia própria. Para Gómez-Granell, conhecimento matemático é dependente de qualquer linguagem seja ela específica ou de caráter formal.

Sabemos que novas metodologias de ensino orientam os professores a apresentar os conceitos matemáticos através de problemas contextualizados, de acordo com o cotidiano dos alunos, com uma linguagem natural voltada para situações cultural e socialmente significativas, aos poucos aproximando-os de uma linguagem e símbolos abstratos e dos algoritmos convencionais.

Quando essas orientações não são seguidas, podemos verificar que ao chegarem ao primeiro ano do Ensino Médio os alunos sentem muitas dificuldades em relacionar o conteúdo intervalo de números reais com o seu cotidiano, e a partir daí tornar-se mais difícil ainda para o professor criar situações para que o aluno compreenda os vários tipos de situações e representações deles.

O intervalo real é um subconjunto dos números reais, logo de caráter contínuo. Se I é um intervalo e a e b são elementos deste intervalo, com $a < b$, então todo número entre a e b também pertence ao intervalo.

O intervalo real pode ser representado de quatro maneiras: notação de conjunto, notação de intervalos, representação geométrica e através da linguagem natural.

D'Amore (2007, p. 254) diz que "ao escrever [*a*, *b*[não se designa apenas o nome do intervalo, mas são dadas várias informações sobre ele; por exemplo, diz-se que contém *a*, mas não contém *b*".

Os intervalos também são classificados de acordo com seus extremos, superior e inferior. Cada extremo pode ser ilimitado, limitado e aberto ou limitado e fechado. Os intervalos são representados através do seu limite inferior, seguido da vírgula (ou ponto-e-vírgula) e o limite superior.

Muitos alunos não entendem como pode um infinito ser menor que outro infinito, como representá-los através dos símbolos matemáticos, causando assim dúvidas e incertezas sobre os intervalos representados. Nas palavras de Lins (2004. p. 119), "o infinito (pequeno e grande) me parece excelente; as coisas de Estatística também. Métricas e retas. Números e medidas (o que é mesmo pi ?). Como eu disse, a lista segue sem fim".

Com tantos símbolos, as dúvidas tendem a aumentar na cabeça dos alunos, surgindo várias interrogações, como ocorre quando um professor de Matemática diz que o limite de uma função *f* é tal e tal e tal, é isso que "limite de uma função *f* fica sendo", isso não se dá por alguma causa natural, mas por uma determinação simbólica (LINS, 2004, p. 95). Mas, como observa o autor, quando um matemático define um objeto não cabe a discussão de que esta definição corresponde bem ou não a algo fora da própria Matemática.

Porém nenhum símbolo é vazio, desprovido de conexões. Para ser reconhecido como um símbolo, ele precisa ter uma forma estável e repetível: para funcionar com sucesso como um símbolo, a nossa atenção não pode estar voltada para o modo como formá-lo. A leveza dos símbolos permite transformações que as coisas em si desencorajaram ou impediram. Por exemplo, nós acreditamos que se não formos capazes de oferecer aos alunos o poder transformador da álgebra, nós os impediremos de voar (PIMM, 1995, p. 5. Tradução livre, nossa).

De acordo com Lins (2004), podemos dizer que os objetos simbólicos são iguais aos bizarros: faz sentido ordinário falar de um objeto, dizendo que se jogado ao chão ele se quebra, sem antes ter passado por dizer que ele é, por exemplo, de vidro? Pois na vida ordinária não: primeiro dizemos o que uma coisa é, depois falamos dela.

Marilyn Frankenstein diz que "se houvesse" justiça social, ninguém iria de fato se preocupar com Matemática significativa na escola (LINS, 2004, p. 111). A Matemática do matemático nos oferece uma oportunidade única de discutir a diferença, exatamente porque o matemático é entre todos nós humano, o único que exerce costumeiramente o *Fiat lux* (LINS, 2004).

No próximo capítulo abordaremos algumas relações entre a linguagem matemática e a comunicação na aula de matemática, com o intuito de mostrar que existem dificuldades por parte dos alunos em compreender como utilizar a linguagem corretamente na aula de matemática usando uma comunicação adequada.

CAPÍTULO III

A LINGUAGEM E A COMUNICAÇÃO NA AULA DE MATEMÁTICA

A ligação entre a linguagem e a comunicação é óbvia, uma vez que esta última é a principal função da primeira. Sendo assim, e tendo em conta a onipresença da linguagem na sala de aula, parece oportuno questionar, por um lado, a eficácia da comunicação que tem um lugar em uma aula de matemática e, por outro, problematizar a própria comunicação em termos de ensino e aprendizagem da disciplina. Por isto, neste capítulo pretendemos abordar, de forma clara e objetiva, a Matemática, a linguagem e a comunicação na aula de Matemática. Pois nem sempre a comunicação entre os professores de Matemática e os alunos tem sido a mais adequada, porque os primeiros professores tendem a apresentar como pouca rigorosa a matemática que se pretende partilhar com as gerações mais jovens. Com isso, dividimos este capítulo em quatro seções. Na primeira falaremos sobre o ensino de Matemática e a comunicação, pois o ensino é comunicação e um dos seus objetivos é favorecer a aprendizagem dos alunos através de um contrato didático. Na segunda, enfocaremos o surgimento da linguagem matemática. Já na terceira seção falamos sobre a linguagem matemática e o ensino que exerce um papel importante no sistema educativo. E na última seção falaremos sobre a Educação Matemática e os monstros de estimação.

3.1 Ensino de Matemática e a Comunicação

Na área da Educação, é consensual a idéia de que a sala de aula ainda é um local que facilita a aprendizagem dos alunos, como também ajuda na sistematização do conhecimento aprendido fora dela. Essa aprendizagem só será possível na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar idéias. É importante atentar para o fato de que as interações que ocorrem na sala de aula entre professor e aluno ou entre alunos devem ser regulamentadas por um *contrato didático*[7] no qual, para cada uma das partes sejam explicitados claramente seu papel e suas responsabilidades diante do outro.

Quaisquer que sejam as relações estabelecidas no contrato didático, compreendemos que os atos de ensinar e aprender são, na sua essência, atos de comunicação.

Segundo o dicionário Mini Aurélio (p. 180), *comunicação* é:

> [...] Um ato ou efeito de comunicar-se, ou seja, é um processo de emissão, transmissão e recepção de mensagens por meio de métodos e sistemas convencionados. É a capacidade de trocar ou discutir idéias, de dialogar, com vista ao bom entendimento entre pessoas.

O ensino é comunicação e um de seus objetivos é o de favorecer a aprendizagem dos alunos. E para que a aprendizagem dos alunos ocorra é preciso que o professor compreenda que a linguagem é instrumento de comunicação e é por meio dela que podemos entrar em entendimento com o aluno.

Segundo D'Amore (2007), a comunicação ocorre por meio da linguagem e é um dos assuntos sobre os quais os futuros docentes de Matemática devem conjeturar sempre. As práticas dos professores têm uma forte componente de linguagem. Estas práticas estão muitas vezes encharcadas das visões e dos valores dos professores, dentre outras sobre o lugar da linguagem e da comunicação no ensino e na aprendizagem da Matemática.

O domínio da linguagem aplicada na sala de aula deve ser uma preocupação constante, cabendo ao professor tomar o cuidado de estabelecer um diálogo que vise à interação entre todos os envolvidos no processo. Logo, o professor deve ter em mente que a linguagem matemática possui uma grande influência na aprendizagem dos alunos, tendo dupla função além da dimensão pedagógica, as funções representativa e a comunicativa. Donde decorre que, ao mesmo tempo em que empregamos a linguagem para comunicar algo e estabelecer as pontes necessárias entre os diferentes sujeitos envolvidos, também damos significados diferentes ou específicos aos vocábulos quando utilizamos.

---

[7]Estamos tomando contrato didático como as regras que regulam entre outras coisas as relações que alunos e professores mantêm com o conhecimento e com as atividades escolares, que estabelecem direitos e deveres em relação às situações de ensino e de aprendizagem, e modelam os papéis dos diferentes atores do processo educativo e suas relações interpessoais. Representa o conjunto de condutas específicas que os alunos esperam dos professores e que estes esperam dos alunos, e que regulam o funcionamento da aula e as relações professor-aluno-saber. Como toda instituição, a escola organiza-se segundo regras de convívio e de funcionamento que vão se constituindo ao longo do tempo, determinadas por sua função social e pela cultura institucional predominante. A consciência do professor sobre esse fenômeno é necessária para compreensão dos papéis e relações envolvidas nas situações de ensino e de aprendizagem e, conseqüentemente, para o planejamento e a realização de intervenções adequadas (BRASIL, 2001, p. 109).

Assim, uma idéia apresentada por Roberto Baldino é que a Matemática dos matemáticos é resultado de um esforço de colar significados a significantes (LINS, 2004).

A presença da linguagem numa sala de aula é verdadeiramente avassaladora, sendo bastante *difícil olhar para a aula de Matemática* sem atentarmos à linguagem dessa mesma aula, através da análise do discurso e da análise de conteúdo. A linguagem da Matemática é híbrida, pois resulta do cruzamento da linguagem da matemática com uma linguagem natural, no nosso caso, o Português.

A linguagem da aula de Matemática *além das concepções dos professores* é influenciada por outros fatores, como as aprendizagens anteriores dos alunos, o nível sócio-cultural e a formação de professores. Na aula, professor e alunos desempenham papéis diferenciados, para os quais contribuem formas de agir deliberadas, que variam consoante o modelo de ensino e de aprendizagem preferido. As tarefas propostas influenciam e são influenciadas pela linguagem da aula.

3.2 A Linguagem Matemática tem História

A linguagem matemática surgiu graças à criação egípcia que marcou o ponto de partida do desenvolvimento da linguagem matemática. Com ela o pensamento matemático começa a desenvolver uma linguagem adequada, diferentemente da linguagem natural das palavras. É, portanto, com a Matemática egípcia que a linguagem matemática começa a se separar da linguagem natural.

O segredo de tudo isto está em entender o *enigma* da esfinge: decifra-me ou te devoro. E o que seria da esfinge se ninguém se interessasse por seu enigma? (LINS, 2004).

Os matemáticos da Idade Média européia, principalmente Cardano[8], se preocupavam em fazer contas com a raiz quadrada de -15, dizendo que deveríamos deixar de lado as *torturas mentais*, como quando Arnaud[9] diz a Leibnitz que os números negativos são *absurdos* porque não é possível que o menor esteja para o maior assim como o maior está para o menor (LINS, 2004).

No entanto, o que o aluno pode dizer quando o professor assegura e demonstra que a cardinalidade dos números reais é maior que a cardinalidade dos números racionais? Como pode um infinito ser maior que o outro? Isso é verdadeiramente monstruoso para o aluno, e, para o professor, o representante da Matemática do matemático, embora este *fato* seja

[8] Citado em Lins (2004, p. 97)
[9] Citado em Lins (2004, p. 97)

reconhecido como peculiar, é nada mais que um monstro de estimação, embora se reconheça a distância entre isto e a *vida comum* (LINS, 2004).

Para Arnaud o “-1” era um monstro monstruoso, para Leibnitz o importante era preservar a utilidade na solução de problemas, o que era natural. Assim podemos perceber a diferença entre dois objetos diferentes, mesmo “algo” com significados diferentes. Parecia falar do mesmo objeto, mas não estavam falando do mesmo, pois existe uma diferença grande em relação ao número negativo, pois na rua ele não pode nunca realizar-se plenamente, mas na escola ele se realiza naturalmente (LINS 2004).

Nessa época existia em Oxford acadêmicos que podiam dizer em público que os números negativos eram absurdos. O absurdo maior é o que o pai de Janos Bolyai[10] disse, em cartas, a seu filho, que abandonasse aquela idéia de geometrias estranhas. Daí pode perceber que a história internalista deste processo é riquíssima, e foi estimulada de forma teleológica porque a Matemática do matemático veio a se tornar em nosso tempo (LINS, 2004).

Juntos internalismo e objetos simbólicos dão conta do que se quer dizer quando se diz que a Matemática do matemático é *teórica* ou *abstrata* e que, em sua des-familiaridade para o homem da rua, põe em movimento o processo de estranhamento (LINS 2004). Porém o internalismo e o objeto simbólico são partes importantes da grife da Matemática do matemático, “assim como o vermelho e o cavalinho são parte da grife dos carros da Ferrari” (LINS, 2004, p. 99).

Da mesma forma que Lins, estamos entendendo a Matemática do matemático como internalista e que os objetos da Matemática do matemático têm uma natureza simbólica, sendo que esta natureza simbólica se opõe a uma natureza ontológica, significando dizer que os objetos são conhecidos não pelo que eles são, mas apenas propriedades, pelo que deles se pode dizer.

Em outros casos podemos perceber que a versão ingênua de que internalismo e objetos simbólicos bastam para que prossiga argumento faz com que agora eu mim sinto na obrigação de dizer por que quando o internalismo fala do matemático ele o coloca na posição de deus, falou, está falado (LINS, 2004, p. 100).

Esta situação não é encontrada apenas em situações envolvendo *Matemática avançada*. O que importa mesmo é que exista de um lado aquele para quem uma coisa é natural, ainda que estranha, e, de outro, aquele para quem aquilo não pode ser dito (LINS, 2004).

[10] Citado em Lins (2004).

3.3 A Linguagem Matemática e o Ensino

De acordo com D'Amore (2007), a linguagem com a qual se faz Matemática possui um *código semiológico próprio,* o que acarreta várias convenções mais ou menos explícitas: existe o uso de escritas específicas, as expressões simbólicas, como as fórmulas. Não só os símbolos matemáticos, mas a própria linguagem natural, quando utilizada em Matemática, parece bem mais complexa, uma vez que com poucas palavras são dadas muitas informações.

Assim, em nosso entendimento, exercer uma educação por meio da Matemática é colocar a escolha de conteúdos claramente apenas como uma escolha do que vai ser mais proveitoso na empreitada dos professores e nunca como uma escolha do que deve ser ensinado.

Lins (2004) cita um estudo feito por Célia Hoyles em meados dos anos 1980, envolvendo alunos, por meio do qual chegou ao resultado de que com relação à Matemática havia uma forte correlação positiva entre "gostar do professor e gostar da matéria" ou em "não gostar do professor e não gostar da matéria".

De forma geral se empregam números e não se escreve uma coisa já feita, mas se colocas palavras e depois números para fazer Matemática. Logo é lícito em Matemática dizer as coisas *apenas com palavras,* isto é, usar como registro representativo proposicional (D'AMORE, 2007).

Para D'Amore, entender uma linguagem é da mesma espécie que compreender os cálculos. Citando Klúsener,[11] D'Amore constata que na atualidade as linguagens matemáticas estão presentes em quase todas as áreas do conhecimento. Por isso, o fato de dominá-las passa a constituir-se em um saber necessário considerando o contexto do dia-dia. Para D'Amore, a dificuldade ou a incapacidade de dar respostas a problemas é muitas vezes ocasionada pela incapacidade de verbalização, por uma restrita e limitada possibilidade verbal.

A situação analisada do ponto de vista crítico do matemático, do professor ou de quem escreve livros didáticos, é bem diferente quando vista por parte do aluno. No entanto já são aceitas como corretas as respostas que espontaneamente são dadas pelos alunos, usando apenas a linguagem natural, já que os alunos tendem a evitar o uso da escrita simbólica, até mesmo da função de designação. A linguagem não deve ser utilizada como empecilho para a compreensão e solução da aprendizagem em sala de aula.

---

[11] Citado em D'Amore (2007).

O professor de Matemática deve ter um amplo domínio dos significados gerados na comunicação em sala de aula e, para tanto, precisa compreender também as especificidades da linguagem matemática que permea o discurso dos alunos e o seu próprio.

Lins argumenta que muitas das vezes os professores só querem mesmo é se livrar de uma tarefa que seria de sua responsabilidade, encaixar mais uma peça na máquina, não se importando com o efeito posterior, apenas o efeito momentâneo.

Os significados que o professor oferece a um determinado símbolo ou a uma regra matemática podem ser interpretados de modo diferente pelo aluno. Esses significados não estão no texto, mas no uso do texto em um contexto.

Gómez-Granell (1997, p. 269) deixa claro que "são numerosos os exemplos históricos que demonstram a interação, e não a filiação direta, em linguagem natural e simbólica".

No ensino da Matemática há um problema muito grande relacionado com o simbolismo, revelando quando os professores exigem identidade entre o conceito que se deseja por seu símbolo Matemático e suas referências algorítmicas, e tudo isto causa uma verdadeira desordem na aprendizagem do aluno (D'AMORE, 2007).

A fase mais crítica para a aprendizagem da Matemática é a adolescência, sendo nessa fase em que a aprendizagem muitas das vezes ocorre. São nestes níveis de escolaridade frequentados pelos adolescentes que começa na verdade a existir a necessidade do uso da linguagem específica da Matemática, não apenas aplicativa, mas também formal. Para D'Amore, existem problemas específicos com relação às atividades de Matemática, digamos linguísticos, ou trata-se de falsos problemas, que são os problemas de conceitualização em Matemática.

Deste modo, como faz Lins (2004), comunicamos a nossos colegas educadores que é possível sim termos uma ação educativa efetiva, e não sugerir o desânimo.

3.4 A Educação Matemática e os Monstros de Estimação

A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desprendida da realidade, habitando na penumbra de gabinete, num gabinete fechado, onde não entram barulhos do mundo exterior, nem sol, nem os clamores dos homens, portanto ela é considerada receosa e monstruosa. Isto ocorre porque os monstros não são deste mundo, e por não ser deste mundo, não seguem as regras deste mundo (LINS, 2004).

Continuando, Lins diz que a Matemática do matemático não apenas se auto-define como construtora de mundos, como também propaga, por isso tem seu direito, sobre seus modos de produção de significado.

Logo quando surgem os monstros, estes nos causam medo. Por serem diferentes e monstruosos, por isto nos paralisam.

Isto é assustador porque não estamos preparados para ele, nós, *coisa de carne e osso*, e digamos que nós professores não estamos preparados, porque ele não nos é familiar. Mas a hora do encontro com o monstro é um momento crítico, em todos os sentidos, assim como o encontro do professor com os alunos é crítico para ele (LINS, 2004).

A crise de um sistema no encontro com o monstro é sua falência como possibilidade de fazer o mundo ter um sentido confortável, argumenta Lins. De acordo com Cohen, citado por Lins, monstro é o que não somos, ele é o que somos. Por isso nós somos quem criamos os monstros e, esperançosamente, queremos que eles fiquem *para lá*, apenas nas sombras.

Logo o mal reside nisto, e deixá-lo fugir é que se funda um processo de seleção e exclusão exercido pela Matemática, pois estamos falando de sombras e vestígios, de resíduos. Por isso deixar o monstro escapar porque assim posso retomar minha paz minha vida ordinária. Nego o monstro e a monstruosidade. Acredite, se nós quiséssemos fariam como os heróis, mas não o fazemos porque não é confortável. Como nós dissemos, é mais fácil dar aula expositiva e manter os monstros no limbo. Nós não podemos evitar o monstro, nem tão pouco derrubá-lo, matá-lo ou paralisá-lo. Deixemos apenas sombras (LINS, 2004, p. 106).

Segundo Lins (2004), o professor na maioria das vezes usa a reprovação como recurso adotado para acalmar a pressão sobre ele, reprovando o aluno que não conseguiu fazer nada com a diferença, tudo está em ordem, já que alguma coisa acontece como conseqüência. Somos nós que colocamos o monstro monstruoso do outro lado, porque somos o que produzimos, para aquele, significados segundo um modo de produção de significados no qual o que o matemático diz pode ser dito, e por isso aquilo é monstruoso (p. 116).

Ainda de acordo com Lins (2004, p. 109), no portal de entrada da academia de Euclides estava escrito “que não entre aqui aquele que é ignorante da geometria”.

As pessoas muitas das vezes acreditam que há uma “terra dos monstros”, em cujas fronteiras o monstro insistiria em ficar, simbolicamente ameaçador e incômodo, e delimitado o lá e o cá, afirmo que há não-monstros dos dois lados dos portões da diferença. O corpo do monstro é um corpo cultural e, portanto, relativo. Que este monstro não é universal: para alguém talvez ele nem seja mesmo um monstro. Para alguns nossos monstros são monstruosos, logo ele teria que permanecer num limbo estritamente matemático, a fronteira, nem lá nem cá, a linha sem espessura.

Porque não dizermos que na verdade existem humanos que vivem também “do outro lado”. São humanos que vivem aqui e lá. Mas como isto seria possível, se o monstro estivesse lá para impedir a humanos que passassem pelos portões da diferença.

É possível entendermos que o monstro policia a entrada naquela terra, no nosso caso o Jardim do Matemático, de forma que o limite se torna agora obstáculo. Com isso surge a questão de que nós criamos os monstros para dizermos que não somos, e nesta situação os monstros são uma forma de um outro dizer quem nós não somos e nos impedir de entrar no Jardim. O Jardim do Matemático seria, para todos os efeitos, uma cidade fantasma, talvez uma Atlântida, para romancear.

Cohen cria a imagem e nos leva além dessa imagem quando ele diz que os monstros são nossos filhos, e pergunta por que nós criamos. Para Cohen[12], o monstro que nós mesmos criamos pode estar a serviço de alguém mais que não nós. Nisso, talvez seja possível existir sucesso (LINS, 2004, p. 108).

A Educação Matemática faz o monstro monstruoso tornar-se monstro de estimação, com isso os alunos mesmo não se assustando com ela se recusam a enfrentá-la.

Para o matemático ele é um monstro de estimação porque, apesar de ser reconhecido como culturalmente estranho, não há nada de errado no que dele se diz lá dentro do Jardim. Tornar-se é naturalmente possível, nem sempre o matemático foi um matemático, ele tornou-se um (LINS 2004.p.117).

Ainda, de acordo com Lins (2004), podemos afirmar com convicção:

> De que se a Matemática fosse coisa só para os inteligentes, mas ao mesmo tempo fôssemos todos “inteligentes”, não haveria capital aglomerado, não haveria desejo. Por isso, para os que passeiam no Jardim, deve manter um certo segredo sobre o fato de que os monstros são, para eles, monstros de estimação (LINS, 2004, p. 110).

O monstro de que nós falamos é aquele que guarda o Jardim do Matemático, nos desafia, mas nós não ficamos parados ao contrário avançamos em sua direção, não damos as costas e vamos embora. Será que se fôssemos todos *inteligentes* e frequentadores do Jardim do Matemático, a Matemática receberia tanta atenção? Se a geografia fosse a terra dos monstros teríamos cinco aulas por semana dela e apenas duas ou uma de Matemática? (LINS, 2004, p. 111).

---

[12] J. J. COHEN. *A Cultura dos Monstros*. Belo Horizonte, 2000.

Com isso, podemos dizer que a Educação Matemática não significa resolver, mas aprofundar o estranhamento e explicitá-lo. Deixando claro que a intenção não é facilitar a vida epistêmico-escolar do aluno, porque na verdade essa facilitação só vem a trazer dificuldades de criação posteriores. O monstro monstruoso pode tornar-se de estimação, sem querer dizer que nós queríamos viver lá onde ele mora, esta é uma experiência da diferença e do diferente, onde o aluno poderia esta no nosso lugar e ver os monstros monstruosos onde nós professores só enxergamos monstro de estimação (LINS, 2004, p.112).

Portanto, “posso dizer que quem está fora e quem está dentro podem apontar para uma mesma coisa, e um dizer *eis um monstro monstruoso* e o outro dizer *eis um monstro de estimação*” (LINS, 2004, p.114).

Queremos também distinguir aquele que foge assustado, do monstro e recusa-se a tentar entendê-lo, daquele a quem pelo menos foi dito que o monstro é de estimação do matemático é assim porque é pensado e entendido em outro mundo que não a rua, e que ao menos pode tentar viver neste outro território ou poderia, se quisesse. Mas, de modo geral, só consideramos, até hoje, um tipo de fracasso, o do aluno que “não consegue” (LINS, 2004, p.116).

No capítulo que se segue traremos os aspectos metodológicos, juntamente com os dados coletados na escola e a análise feita de acordo com o referencial teórico apresentado até aqui.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo apresentamos alguns aspectos metodológicos de nossa pesquisa e analisamos os desempenhos dos alunos nos exercícios propostos que abrangiam símbolos básicos de linguagem matemática no contexto do nível médio a fim de buscar um desfecho segundo nossos objetivos.

4.1 Aspectos metodológicos

Este estudo se enquadra no modelo exploratório, uma vez que o professor-pesquisador não participou de forma direta com os alunos nesse processo. Quanto à abordagem dos dados, a pesquisa é quantitativa e qualitativa, tendo em vista o tipo de produção do material.

A coleta de dados foi realizada por meio de questões, durante uma atividade da disciplina eletiva de conteúdo específico, *intervalos de números reais*, com o intuito de trabalhar a compreensão da simbologia e a linguagem matemática nele inserida.

Quanto aos alunos, a pesquisa envolveu um grupo de 56 alunos, sendo 37 do sexo feminino e 19 do sexo masculino, que em março de 2011 encontravam-se cursando o 2º bimestre do primeiro ano do Ensino Médio, no turno da noite da Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Conselheiro José Braz do Rêgo, na cidade de Boqueirão do Estado da Paraíba. O professor da turma tem formação na área em que atua, é dinâmico, procura sempre meios de enriquecer suas aulas. O professor observou que mesmo depois de sua aula, os alunos demonstraram muitas dificuldades em responder as atividades.

Tendo em vista que a proposta do trabalho, ora apresentado, vislumbra diagnosticar as dificuldades encontradas pelos alunos em resolver problemas matemáticos quando se encontram recheados de símbolos, muitas vezes causando confusão entre a linguagem natural, a simbologia e a linguagem matemática. Para realização deste trabalho foi proposta aos alunos uma atividade com três questões, com a instrução de fazer um apanhado geral dos principais símbolos matemáticos usados no conteúdo intervalos a fim de trabalhar o significado de intervalos, sua simbologia e a sua linguagem.

Ao longo da pesquisa os alunos foram observados quanto aos seus posicionamentos registrados, ou seja, todas as produções escritas ocorridas durante as diferentes tentativas de solução dos exercícios, que envolvia a linguagem dos símbolos e a escrita desses símbolos matemáticos. Foram também observados a forma que os alunos interagem com a Matemática e em que medida a linguagem natural contribui para a apropriação de significados e escrita desta simbologia, com o intuito de facilitar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática juntos aos alunos do Ensino Médio, primeiro ano.

Para aperfeiçoar a nossa análise separamos a simbologia matemática usada no conteúdo intervalo em três categorias, a saber: significado de intervalos para os alunos, significado dos símbolos, representações de intervalos.

Segundo o professor da turma, os alunos se mostraram bastantes interessados em responder os significados dos símbolos utilizados no conteúdo intervalos e que compõem a linguagem matemática conectados com a linguagem natural.

4.2 Primeira questão: O que são intervalos?

A primeira questão tinha como pergunta "O que você compreende por intervalo?", tendo por objetivo fazer com que os alunos escrevessem livremente sobre sua compreensão acerca do conteúdo intervalo, para que pudéssemos identificar os pontos em que os alunos apresentam dificuldades ou compreensão do conteúdo.

De acordo com o levantamento realizado, podemos perceber a dificuldade apresentada pelos alunos ao responder o que compreendem por intervalo, pois 30,4% deixaram a resposta em branco, 7,2% não demonstraram conhecimento do conteúdo, pois suas respostas não tinham qualquer relação com intervalos.

Mais de 20% dos alunos deram respostas que têm relação direta com o conteúdo, demonstrando haver em suas recordações algum conhecimento relativo ao conteúdo, conforme podemos verificar a seguir:

> Intervalo é uma forma de expressar números em reta real, colchetes e em conjunto.(Resposta de 7,2 % dos alunos).
> [Podemos chamar de intervalo] aberto, fechado e semi-aberto (Resposta de 12,5% dos alunos)
> acho que intervalos é uma forma de aprender mais prático ele ensina, a saber, o significado de símbolos e de várias outras coisas (Resposta de 1,8% dos alunos).

Alguns alunos demonstraram uma confusão quanto ao conceito de intervalos quando mencionaram outros conjuntos numéricos além dos números reais, como revelam as respostas de alguns alunos. 10,7% chamaram de intervalo a representação dos conjuntos dos números naturais, números inteiros números racionais e dos números irracionais tornando-os como subconjunto dos números reais.

Da mesma forma, 5,4% chamaram de intervalos os conjuntos de números reais e "não reais". Grande parte apresentou respostas relacionadas com intervalos, mas de forma confusa demonstrando pouca compreensão.

No Quadro 1 estão todas as respostas dos alunos, transcritas de suas anotações:

Quadro1. Respostas dos alunos à primeira questão.

RESPOSTAS	QUANTIDADES DE ALUNOS	FREQUÊNCIA %
"Intervalo é uma forma de expressar números em reta-real, colchetes e em conjunto."	4	7,2%
"Intervalo: podemos chamar de intervalos: aberto, fechado e semi aberto".	7	12,5%
"Intervalos eu acho que é uma forma de aprender mais prático ele ensina, a saber, o significado de símbolos e de várias outras coisas".	1	1,8 %
"Intervalo é a representação dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros dos números racionais e dos números irracionais são subconjunto dos números reais".	6	10,7%
"São os conjuntos Reais e não reais",	3	5,4%
"Intervalos é um conjunto de números reais e que pode ser aberto ou fechado, infinito".	1	1,8 %
"Chamamos de intervalos os conjuntos de números".		
"Chamamos de intervalo aberto o conjunto de números reais entre A e B, incluindo esses dois extremos".	2	3,5 %
"Os intervalos são os conjuntos de números reais que pode ser em colchetes na reta real e em notação de conjuntos".	1	1,8 %
"Uma relação de um ponto a outro".	1	1,8 %
" uma forma de representar uma reta em aberto e fechado entre em representados por números".	2	3,5 %
"É uma reta que classificamos dois pontos chamados de A para B ou infinitos".	2	3,5 %
"Eu compreendo por intervalo é que vai ter intervalo aberto, fechado, representar ele na linha reta real eu entendo que ele pode ser representado em conjunto, colchetes".	2	3,5 %

Responderam sem nenhuma ligação com o conteúdo intervalos de números reais.	4	7,2%
Deixaram a questão em branco	17	30,4%
TOTAL	56	100,0%

Nessa atividade o que mais nos chamou a atenção foi o número de alunos que deixaram a questão sem resposta, (30,6%). Isso mostra que os alunos não conseguem relacionar o conteúdo intervalo com outros conteúdos, ficando assim uma lacuna no significado de intervalo.

Podemos dizer que a finalidade desta questão sobre o significado de intervalos foi atingida, pois podemos identificar claramente de acordo com as respostas dadas que são enormes as dúvidas em escrever suas compreensões.

4.3 Segunda questão: Símbolos e Significados

A segunda questão, enunciada como "Escreva o significado dos seguintes símbolos", tinha por finalidade verificar se os alunos sabiam identificar 10 símbolos freqüentemente utilizados junto ao conteúdo de intervalos: >, <, ≥ , ≤, ϵ, ∉, |, + ∞, -∞, ℝ. No Quadro 2 abaixo, sintetizamos o desempenho dos alunos (a questão completa está em Anexo).

Quadro 2- Desempenho dos alunos em relação aos símbolos utilizados na representação de intervalos.

Símbolos	Acertos	Freqüência	Erros	Freqüência	Em branco	Freqüência
>	06	10,7%	50	89,3%	-	-
€	54	96,4%	02	3,6 %	-	-
|	32	57,1%	05	8,9%	19	34,0%
≥	09	16,1%	43	76,7%	04	7,2%
- ∞	10	17,9%	44	78,5%	02	3,6 %
+ ∞	14	25,0%	40	71,4%	02	3,6 %
ℝ	33	58,8%	19	34,0%	04	7,2%
≤	10	17,9%	41	73,2%	05	8,9%
<	06	10,7%	49	87,5%	01	1,8 %
∉	55	98,2%	-	-	01	1,8 %

Os dados mostram que os alunos apresentam dificuldades no domínio da linguagem matemática, com isto afirmamos ao verificar que dos dez símbolos trabalhados apenas dois tiveram percentual acima de 90% de acertos e somente dois ficaram com o percentual entre 50% e 60% de acertos, “|” e “IR”. Todos os demais símbolos ficaram abaixo de 50% de percentual de acertos.

Já em se tratando de erros, o símbolo menos reconhecido pelos alunos foi “>” (maior que), com um percentual de erros de 89,3% . Isto é bastante assustador, pois este símbolo é trabalhado desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. O mesmo ocorreu com o símbolo < (menor que), ≥ (maior ou igual), ≤ (menor ou igual), que apresentaram um percentual muito alto de erros, chegando quase a 100% de erros. Tomamos como pressuposto que o aluno leva adiante os problemas de comunicação e linguagem enfrentados nos anos escolares anteriores. Grande parte dos erros cometidos por alunos do Ensino Médio dependem de conteúdos que foram apenas vistos, mas não compreendidos, isto é, onde a linguagem foi apenas utilizada, mas não de fato assimilada e compreendida. Isto pode ser notado nas respostas dos alunos a essa questão.

4.4 Terceira questão: Intervalos e suas Notações

Com relação à terceira questão, os alunos teriam que completar o quadro de acordo com as várias representações de intervalos dos números reais, conforme enunciado a seguir: “Complete o quadro de acordo com as várias representações de intervalos dos números reais” (ver Anexo). A mesma tinha como objetivo identificar se os alunos conseguiam fazer a leitura das várias representações de intervalos através da linguagem natural, como também verificar se os alunos são capazes de realizar os registros das várias notações de intervalos existentes.

Quadro 3- Desempenho dos alunos em leitura e representação de intervalos

Representações de intervalos	Acertos	Freqüência	Erros	Freqüência	Em branco	Freqüência
Notação de conjuntos	43	76,8%	11	19,6%	02	3,6 **%**
Notação de intervalos	02	3,6 **%**	50	89,2%	04	7,2%
Representação gráfica	43	76,8%	09	16,0%	04	7,2 %
Esquematizaram os intervalos de outra forma	37	66,0%	0,0	0,0%	20	35,7%

O Quadro 3 mostra que os alunos comprendem bem os intervalos quando expresso em notação gráfica ou através de notação de intervalos, apresentando grande dificuldade apenas quando os intervalos estão representados com a simbologia de conjuntos.

4.5- Matemática e a Beleza do Conhecimento

A comparação que fazemos entre a linguagem natural e a linguagem da matemática, em que apontamos paridades, apresentam, como são fáceis de adivinhar, diferenças marcantes. Desde logo, porque a linguagem matemática não se aprende a falar em casa, desde tenra idade, aprende–se, isso sim, a utilizar na escola. A aprendizagem da Matemática apresenta, também, diferenças quando comparada com a aprendizagem de uma segunda linguagem natural que habitualmente também ocorre em uma escola, pois não encontramos, no dia-a-dia, um grupo de falantes que a utilize, em exclusividade, para comunicar. Segundo Menezes (1996), a linguagem da matemática carece, pois, do complemento de uma linguagem natural.

A Matemática carrega consigo alguns estigmas, como o de ser uma disciplina árida, difícil, destinada à compreensão de poucos. Esse problema parece ser cultural, pois a Matemática é vista como vilã, e uma vez que o preconceito se instaure, ele acaba sendo passado adiante. Isto incomoda aqueles que conseguem percebê-la de outra forma. Pois a beleza da Matemática é o que está por detrás dos números, o que está além da sua aparência árida, rígida, exata, lógico-dedutiva, é o "espírito" da Matemática, é sua essência, que nos possibilita movimentar suas estruturas, dando-lhe sentido e significado. Portanto, enxergar a beleza do conhecimento, não apenas matemático, é poder desvelar o aparente, tirando-lhe o véu para encontrar a essência (THOMAZ, 1996, p. 109).

Os alunos, mesmo quando nomeavam os símbolos de forma certa, tinham dificuldades na aplicação do mesmo no contexto de uma proposição ou operação matemática, ficando impossibilitados de realizar a leitura das sentenças ou das expressões matemáticas. Processo que nos aponta para um procedimento de ensino que, possivelmente, investe numa aprendizagem mecânica, pautada por uma manipulação automática da linguagem matemática.

As respostas dos alunos às questões propostas apresentam várias deficiências. Dentre elas podemos destacar a linguagem matemática utilizada no intervalo, em que apenas dois alunos conseguiram representar o conjunto $\{ x \in IR / 6 \leq x \leq 10 \}$ usando a notação de intervalos corretamente, que percentualmente equivale a 3,6% dos alunos pesquisados.

Símbolos aparentemente tão simples, pois estão presentes nas aulas de Matemática, como os apresentados na segunda questão, ainda não fazem parte do repertório desses alunos, logo percebemos que fazem parte de um jardim ainda não habitado por eles, mas por monstros monstruosos, fazendo alusão a Lins (2004).

As definições são de fundamental importância no ensino de Matemática, pois é o ponto de partida para que os alunos entendam ou construam o significado dos conceitos matemáticos, principalmente como a sugerida na primeira questão, mas percebemos as dificuldades que os alunos encontraram para definir intervalos, logo pensamos que se os alunos entendem o significado dos conceitos e procedimentos matemáticos não têm nenhuma dificuldade de dominar a linguagem formal, conforme Gómez-Granell (1997).

Menezes (2004,p. 2) mostra que podemos entender a palavra *comunicar* em dois sentidos: no sentido etimológico, será *Tornar Comum* e no outro, numa acepção mais corrente, significa *Transmitir* ou *Transferir para o outro*. Nos dois sentidos, é possível perceber como a relação entre professor-aluno pode facilitar ou não essa comunicação já que o meio é um elemento importante para que ela ocorra com clareza.

As representações matemáticas realizadas através de símbolos aparentemente tão simples para alguns alunos e tão difícil para outros, conforme apresentados na terceira questão ainda mostram em seus registros, os equívocos dos alunos quando lidam com textos matemáticos, logo não conseguem traduzir de um registro para o outro e nem reconhecem que diferentes significantes relacionais são relativos ao mesmo significado (D'AMORE, 2007).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa teve como objetivo central retomar a discussão no âmbito da apropriação da linguagem matemática, contextualizando tal discussão no entorno da construção do conhecimento matemático, mais especificamente, a linguagem da Matemática quando a mesma está expressa em sua simbologia no conteúdo de intervalos de números reais. Analisando as dificuldades demonstradas pelos alunos na lista de exercícios, podemos perceber uma grande dificuldade na interação e leitura da simbologia básica em Matemática. Grande parte das respostas dos exercícios vem denunciar estes problemas, tanto no que diz respeito ao símbolo matemático como aos exemplos atribuídos.

Percebemos que a maioria dos alunos, apesar de estar em nível médio de ensino, ainda não conseguiu superar o processo de alfabetização da própria disciplina. Nesse sentido percebemos que muitos alunos não conseguem transpor as dificuldades, fracassam e podem abandonar a escola. Muitos que persistem muitas vezes não conseguem superar o analfabetismo matemático.

Autômatos e analfabetos em linguagem matemática são os alunos que estão sendo pruduzidos na escola, dentro da sala de aula. E se nós professores continuarmos colaborando para a formação de indivíduos com esse perfil. O fracasso nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática tende, consideravelmente, a se agravar cada vez mais. A Matemática no Ensino Médio deve ser trabalhada priorizando as formalizações, porém esse conhecimento matemático, precisa ser interligado com o mundo, com a vida, confirmando as suas ligações com outras áreas do saber, proporcionando ao aluno que ele reconheça sua capacidade de produzir conhecimento.

Durante a elaboração desta pesquisa, foram encontradas várias dificuldades, a principal de todas é a escassez de referências bibliográficas que trate exclusivamente sobre intervalos de números reais, envolvendo toda a simbologia nele contida. Alguns matemáticos publicaram trabalhos acadêmicos sobre a linguagem matemática, outros enfocam apenas a linguagem e a simbologia da Matemática. Com isto percebemos que ficamos limitados. No entanto a partir deste trabalho pretendemos avançar de forma gradativa, com o intuito de darmos continuidade a esta pesquisa, aperfeiçoá-la com mais embasamento, como também desenvolver outras possibilidades de pesquisas ligadas à Matemática.

Como possibilidade de continuidade dessa pesquisa, vislumbramos uma investigação aprofundando as reflexões sobre interrelações entre as linguagens materna e matemática, buscando um referencial teórico que fundamente questões epistemológicas relacionadas e um referencial metodológico para embasar um trabalho de acompanhamento de atividades dos alunos em sala de aula por um período maior.

REFERÊNCIAS

BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio* – Matemática, Brasília*:* Ministério da Educação, 2002.

BRASIL, *Ministério da Educação. Programa de Formação de Professores Alfabetizadores.* Guia de Orientações Metodológicas Gerais. Organização Rosaura Soligo, Angélica Soligo - Brasília. Ministério da Educação/ Secretaria da Educação. Fundamental, 2001.

COHEN, J. J. *A Cultura dos Monstros: Sete Teses. Pedagogia dos Monstros*. In Da SILVA, T. T. (Ed.). Belo Horizonte: Autêntica, 2000

D'AMORE, Bruno. *Elementos de Didática da Matemática: Matemática, Didática da Matemática e Linguagens.* São Paulo: Livraria da Física, 2007.p.241-284.

DEVLIN, K. *O Gene da Matemática*. Rio de Janeiro: Record, 2004.

DUVAL, *Raymond. Registres de representation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.* Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5.IREM de Strasbourg, p.37-65,1993.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. O minidicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. *A aquisição da linguagem matemática: Símbolo e significado*, In: A. TEBEROSKY e L. TOLCHINSKI (Orgs.). Além alfabetização: A aprendizagem fonológica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 1997. p.257-282

GRANGER, Gilles-Gaston. *Invitation à la lecture de Wittgenstein*. Aix-em-Provence: Editions Ainea, 1990.

LINS, Romulo Campos. *Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática.* São Paulo: Cortez, 2004. p.92 -120.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua*. São Paulo: Cortez, 1990.

MAIER, H. Conflit entre langue mathématique et langue quotidienne pour lês eleves.*Cahieu de didactique des mathématique*. 3,86-118, 1989.

MENEZES, L. Concepções e Práticas de Professores de Matemática. Contributos para o estudo da pergunta. Associação de Professores de Matemática. Lisboa: 1996.

_____________. Matemática, linguagem e comunicação. Revista Milennium, Instituto politécnico de Viseu, n.20, outubro de 2000. Disponível em: http://WWW.ipv.pt / millenium /20_ect3. htm. Acesso em 12/08/2011.

PIMM, David. *Symbols and Meanings in School Mathematics:* New York; 1995

Revista Veja 24 dez. 2008.

SALES, E. R.; SLVEIRA, Maria Rosâni Abreu. *Por entre Letras, Números e Símbolos: linguagem natural e matemática uma experiência em um curso de licenciatura plena em matemátic*a. In: Encontro Nacional de Letramento em João Pessoa. Letramento em pauta. João pessoa: idéia, 2008.

STERNBERG, R. J. Psicologia Cognitiva. Trad. M. R. B.Osório. Porto Alegre. Artes Médicas Sul, 2000.

THOMAZ, T. C. F. *Não gostar de Matemática que fenômeno é este?* Dissertação Mestrado em Educação. Faculdade de Educação da PUCRS. Porto Alegre, 1996.

WITTGENSTEIN, Ludwig. *Investigações Filosóficas*. Rio de Janeiro: Coleção Pensamento Humano, 1996.

ZUFFI, Edna Moura.Linguagem na Educação Matemática. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, Cultura e Divaersidade. Anais do X ENEM, Salvador-BA, 7 a 9 de julho de 2010.

ANEXO A – Atividades desenvolvidas na escola

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PROFESSORA PESQUISADORA: Euvânia Barbosa dos Santos

ORIENTADOR: José Joelson Pimentel de Almeida

ATIVIDADE DE PESQUISA

1. O que você compreende por intervalo?

2. Escreva o significado dos seguintes símbolos:

a) $>$

b) $\in$

c) $|$

d) $\geq$

e) $-\infty$

f) $+\infty$

g) $\mathbb{R}$

h) $\leq$

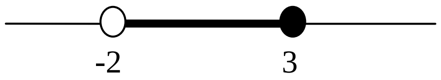
i) $<$

j) $\notin$

l) $\subset$

m) $\not\subset$

3. Complete o quadro abaixo de acordo com as várias representações de intervalos dos números reais.

Notação de conjuntos	Notação de intervalos	Representação gráfica	Escreva ou esquematize os intervalos da forma que você compreende
$\{ X \in IR \mid 6 \leq x \leq 10 \}$			
	[0 , 7]		
			
	[**1 / 2** , + ∞ [		

Obrigada pela colaboração

Aluno(a):____1º ANO NOITE