UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANTÔNIO CARLOS MASCARENHAS TEJO

MEDIDAS - ÁREAS DE FIGURAS PLANAS E VOLUME DE SÓLIDOS: UMA EXPERIÊNCIA METODOLÓGICA NO 9º ANO

Campina Grande – PB
Junho/2011

ANTÔNIO CARLOS MASCARENHAS TEJO

MEDIDAS - ÁREAS DE FIGURAS PLANAS E VOLUME DE SÓLIDOS: UMA EXPERIÊNCIA METODOLÓGICA NO 9º ANO

Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

ORIENTADOR: Prof. Ms. Aníbal de Menezes Maciel

Campina Grande – PB

Junho/2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

T266m Tejo, Antônio Carlos Mascarenhas.

Medidas-áreas de figuras planas e volume de sólidos [manuscrito]: uma experiência metodológica no 9°ano / Antônio Carlos Mascarenhas Tejo. – 2011.

51 f.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2011.

“Orientação: Prof. Me. Aníbal de Menezes Maciel, Departamento de Matemática”.

1. Ensino da Matemática. 2. Geometria. 3. Aprendizagem. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

ANTÔNIO CARLOS MASCARENHAS TEJO

MEDIDAS - ÁREAS DE FIGURAS PLANAS E VOLUME DE SÓLIDOS: UMA EXPERIÊNCIA METODOLÓGICA NO 9º ANO

BANCA EXAMINADORA
DATA 27/06/2011

Aníbal de Menezes Maciel
____
Prof. Ms. Aníbal de M. Maciel
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Orientador

Maria da Conceição Vieira Fernandes
____
Prof. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Examinador

Fernando Luiz Tavares da Silva
____
Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Examinador

Campina Grande – PB
Junho/2011

Ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira, às quatro horas da tarde; ninguém nasce educador ou marcado para ser educador, a gente se faz educador, a gente se forma como educador, permanentemente na prática e na reflexão sobre a prática.

Paulo Freire

Dedico este trabalho à minha mãe Maria Tejo e ao meu pai Carlos Tejo, que muito os amos e amarei por toda minha vida

AGRADECIMENTO

À Deus, pela vida, razão do meu ser.

Aos meus pais, irmã, sobrinhos e familiares.

À minha turma, exemplo de garra e coragem, em especial a Obadias e Samuel.

Ao verdadeiro amigo e irmão, Samuel Carlos Vieira da Silva, que estudamos e vencemos este obstáculo.

Ao professor e orientador, Aníbal de Menezes Maciel, exemplo de homem culto e humano.

Aos professores, que transmitiram conhecimentos, em especial a professora Izabelli Borges, um exemplo de professora a ser seguido.

SUMÁRIO

RESUMO

O presente trabalho, resultado de nossa experiência como aluno do Curso de Licenciatura em Matemática, teve como objetivo abordar os conteúdos de áreas de figuras planas e volumes de sólidos a partir da análise bibliográfica sobre o assunto, considerando que esse conteúdo é de fundamental importância no cotidiano das pessoas e da aplicação de uma experiência metodológica em sala de aula. O referencial teórico que fundamenta a abordagem e a análise dos conteúdos estudados são traços históricos sobre o ensino de matemática, tendo como foco central o estudo do Sistema de Pesos e Medidas, o Imperial Inglês, o Métrico Decimal e a grande referência, o matemático Arquimedes. Utilizamos no processo de análise 3(três) livros didáticos de matemática, que são trabalhados na 8ª série (9ºano) do ensino fundamental, na Escola Murilo Braga. O conhecimento de figuras planas e espaciais transmitidos através de material concreto, metodologia eficaz, tem importância relevante no aprendizado do aluno envolvendo a parte de Geometria e Aritmética, além de auxiliar em futuras graduações como, por exemplo, a Engenharia civil e a Arquitetura. Além disso, este conhecimento de planos e espaços permite aos alunos no processo de ensino aprendizagem assimilar melhor e obter uma visão mais nítida do ramo da matemática.

Palavras - chave: ensino de matemática, medidas, metodologia.

INTRODUÇÃO

O trabalho que ora apresentamos intitulado MEDIDAS-ÁREAS DE FIGURAS PLANAS E VOLUME DE SÓLIDOS: UMA EXPERIÊNCIA METODOLÓGICA NO 9ºANO tem como finalidade oferecer aos alunos uma melhor compreensão sobre os conteúdos de áreas de figuras planas e volume de sólidos, conhecimentos básicos necessários para o futuro. Daí é que, afirmamos na condição de aluno concluinte do Curso de Licenciatura em Matemática, o uso de material didático manipulável é uma das formas que podemos fazer para melhorar o processo de ensino-aprendizagem através de atividades didático-pedagógicas compreensíveis e eficazes.

Procuramos estudar e analisar alguns aspectos neste sentido, iniciando no 1º capítulo, com considerações sobre o ensino de matemática, abordando a sua importância para o desenvolvimento da humanidade e para os diversos setores da sociedade. Mostramos a Educação Matemática, movimento que emergiu no contexto da política educacional para reformular o processo de ensino tornando-o mais prazeroso, criativo e produtivo, tanto para os docentes, como para os alunos. Explanamos sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (2001), instrumento que, segundo o Ministro de Educação, "é útil dar apoio às discussões pedagógicas em sua escola, na elaboração de projetos educativos, no planejamento das aulas, na reflexão sobre a prática educativa e na análise do material didático" (Souza, 2001).

No 2º capítulo, descrevemos a evolução histórica das medidas e instrumentos de medir, o Sistema de Pesos e Medidas e tratamos de abordar alguns fatos históricos sobre o grande matemático Arquimedes.

No 3º capítulo, explicitamos 3(três) livros didáticos adotados no 9º ano afim de investigar a melhor proposta adotada acerca do conteúdo de áreas de figuras planas e volume de sólidos.

No 4º capítulo, ilustramos os aspectos metodológicos do estudo, com a proposta pedagógica, tendo como princípio a manipulação de material concreto didático para construir os conceitos de figuras planas e volume de sólidos.

Ressaltamos que este trabalho no campo escolar nos serviu como experiência para o despertar de novos horizontes em relação à prática pedagógica em matemática dentro dos objetivos da Educação Matemática. Finalizando, constatamos que a maioria dos alunos participou da aula com essa nova metodologia proposta com o uso de material concreto demonstraram interesse para o estudo em matemática.

CAPÍTULO I

1-CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

Com o passar dos anos a matemática tornou-se cada vez mais um componente curricular importante para o desenvolvimento humano. A matemática, como instrumento, aparece no começo da humanidade para resolver problemas de contagem vinculada a sobrevivência. Com o progresso surgiu a necessidade de se formalizar as descobertas matemáticas, dando início a matemática abstrata. O seu desenvolvimento possibilitou as descobertas científicas. Todavia, essa disciplina sempre foi considerada como assunto para poucos. Porém, nas últimas décadas vem-se discutindo o que fazer para que ela esteja ao alcance de todos, por sua importância no desenvolvimento do indivíduo, pois aprendendo matemática o aluno poderá fazer aplicações nas mais diversas áreas. Desta forma, o ensino de matemática torna-se prioritário na escola.

Assim, as reformas escolares incluindo as de conteúdos, são importantes para que a matemática seja cada vez mais entendida, acompanhando o processo de modernização que o mundo atingiu. Antes era a matemática só para alguns, e hoje é preciso reformular, para que o aluno aprenda novos caminhos, para todos terem acesso a tão importante conteúdo, pois é um componente curricular considerado difícil de ensinar e mais ainda de aprender.

A matemática é importante na economia, pois resolve problemas salariais, juros, etc; na política, na formação da cidadania; no cotidiano das pessoas, enfim nos vários setores das nossas vidas. Mas porque ela é tão "odiada"? O ensino tradicional desta disciplina sempre priorizou a memorização, em detrimento da construção dos conceitos, fazendo com que o aluno não aprendesse, apenas acumulasse regras e fórmulas decoradas. Sem falar da falta de contextualização dos conteúdos ministrados, o que dá aquela impressão de que a matemática não serve para nada na vida do aluno.

O movimento de Educação Matemática surgiu para modificar o processo de ensino de matemática, pois não basta só aprender as fórmulas e algoritmos. A referida organização veio para dar mais flexibilidade de soluções alternativas, diferentes das propostas tradicionais. É preciso que os alunos tenham a necessidade de criação, interesse em resolver problemas matemáticos através da curiosidade.

Nesse contexto, o uso do material concreto e jogos matemáticos são exemplos de recursos didáticos que o professor pode aplicar na sala de aula, a fim de que os alunos tenham desenvolvido a curiosidade e o interesse de aprender a matemática. Já os jogos matemáticos são bem aceitos na forma de aprendizagem, pois o objetivo é de desenvolver o raciocínio da criança, a estimativa e o cálculo mental. Além do mais, o uso da modelagem, de computadores, da etnomatemática, da história da matemática são outras propostas que motivam os alunos para o aprendizado dessa disciplina. A Educação Matemática propõe que a resolução de problemas tenha destaque e que ela seja adotada pelos docentes em sala de aula de uma forma que o aluno se conscientize da importância que a matemática traz para suas vidas. Enquanto, o uso da etnomatemática visa valorizar os grupos culturais, verificando que matemática existe em suas experiências, fora do contexto da escola. Por sua vez, a história da matemática está relacionada ao uso histórico dessa ferramenta e a formação dos seus conceitos, o que pode despertar o interesse por essa disciplina. Por fim, uso de computadores constitui-se num dos instrumentos mais importantes para o aprendizado da matemática, pois há programas para criar ambientes de investigação e exploração matemática, haja vista, essa metodologia tem o poder de dar aos alunos uma autoconfiança na sua capacidade de criar e fazer matemática. Enfim, são diversas formas metodológicas para o ensino de matemática que tornem os alunos mais ativos e a partir dessa diversidade acreditamos que o ensino se torne cada vez mais atraente, e conseqüentemente o aluno consiga aprender de forma mais eficaz.

O currículo de matemática, ao longo dos anos, tem sido reformulado para melhorar a qualidade do ensino, só que as dificuldades continuam. Já foram realizados vários encontros de educadores para tentar modificar a forma como o professor deve proceder metodologicamente para que o aluno desenvolva melhor o seu raciocínio, de forma mais ampla e flexível. Como também as aulas se tornem mais atraentes, e conseqüentemente o aluno aprenda a gostar dessa disciplina. Portanto, o professor deve estar mais atento, flexível e competente para utilizar os vários recursos metodológicos quando necessário for.

Dentro dessas perspectivas pode-se citar as idéias básicas contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, as quais refletem mais que uma mudança de conteúdos, mas principalmente como ensinar e avaliar a aprendizagem. Aprender matemática é desenvolver o pensamento, é saber o seu significado, é entender as conexões que se estabelecem entre ela e as demais disciplinas, enfim estar consciente de que a matemática tem relevância social em todos os aspectos: econômico, político, cultural, outros.

Os conteúdos de matemática são organizados em blocos, por exemplo, (álgebra e aritmética) e (álgebra e geometria). Esses tópicos são chamados intra-conexões, pois favorecem melhor o aprendizado e raciocínio do aluno. Já nas interconexões, existem temas sobre ética, saúde, meio ambiente, várias possibilidades. Como por exemplo, medir, área, volumes, proporcionalidade são idéias matemáticas, úteis para os temas transversais.

O foco é que o aluno compreenda cada vez mais a matemática, resolvendo situações-problemas, desenvolvendo seu aprendizado, colaborando para o desenvolvimento de diferentes tecnologias. Os conteúdos dos PCN(2001) são elaborados, mas para compreensão das idéias matemáticas e a forma abordada, havendo atitudes positivas, motivando o aluno, investigando as situações-problemas, são exemplos de compreender o que a matemática oferece, pois devemos eliminar a forma de ensinar mecanicamente, usando a história da matemática como auxiliar na compreensão de conceitos, usando outros recursos de ensinar como a calculadora, jogos, computadores, etc.

No 2º Capítulo abordaremos alguns traços históricos sobre a evolução da Matemática no que se referem ao Sistema de Pesos e Medidas, ao Sistema Imperial Inglês e ao Sistema Métrico Decimal, e referências sobre um grande matemático que foi Arquimedes.

CAPÍTULO II

2-BREVE HISTÓRICO

Desde épocas remotas havia uma necessidade muito grande de medir, em conseqüência das necessidades da vida. Com o decorrer do tempo apareceram diferentes medidas e instrumentos de medir, sendo essas medidas arbitrárias conseqüentemente não favoráveis ao comércio. Cada país e cada região tinham o seu próprio sistema.

Durante muito tempo, o homem usou o corpo humano para a medição, sendo o pé, a mão, o braço e os dedos as unidades mais utilizadas para medir comprimentos. O corpo de um rei ou imperador era usado como referencial. Algumas unidades usadas no passado eram as seguintes:

A polegada = 2,54 cm, o palmo = 22 cm, o pé = 30,48 cm, a jarda = 91,44 cm, o passo = 1,65 m e a braça = 2,2 m.

Segundo Bendick (1965), as civilizações antigas não usavam necessariamente, o sistema decimal como instrumento de medida. Por exemplo, 1 jarda = 3 pés = 36 polegadas, gerava muitas dificuldades com as medidas. Por isso, os egípcios resolveram fixar um Cúbito-padrão, que é o nome de um dos ossos do antebraço, a sua unidade refere à distância do cotovelo à ponta do dedo médio, no qual media 52,4 centímetros, feito em barras de madeira ou pedra.

Para medir grandes extensões não era cômodo o uso de bastões cujo comprimento fosse igual a um cúbito padrão. Os egípcios passaram, então, a usar cordas que continham nós espalhados a intervalos iguais, equivalente a 10 cúbitos, facilitando a medição de distâncias maiores.

Por sua vez, os romanos usavam o pé para pequenas distâncias (aproximadamente 29 centímetros), e o passo duplo para medir grandes distâncias. Mil passos duplos constituíam uma nova unidade: a milha, que equivale aproximadamente 1609 metros.

Na Inglaterra, as unidades mais usadas eram a polegada, o pé, a milha e a jarda. O pé e a milha constituíam uma herança dos romanos, que dominaram a Inglaterra do século I ao século V de nossa era.

Desde 1878, a unidade fundamental do sistema inglês é a jarda imperial, que vem da palavra yard e significa varas. Foi definido como a distância entre a ponta do nariz do rei Henrique I e a ponta do seu dedo polegar com o braço esticado.

A jarda (yd) inglesa equivale a 0, 9144 metros e a milha (ml) corresponde a 1760 jardas ou 1609, 344 metros. Entre os submúltiplos da jarda temos:

Pé = 1/3 yd = 30,48 Polegada = 1/36 yd = 2,54 cm

Com o desenvolvimento econômico das cidades, houve desentendimentos entre a relação de medição de produtos, em virtude do comércio intenso e as diversas medidas. Com o decorrer do tempo, surgiu a necessidade de medir distâncias muito grandes, como a medição de uma estrada. Necessitando os cientistas a criarem um sistema de medidas-padrão, que pudesse medir universalmente, como também estabelecer os múltiplos e submúltiplos dessa unidade padrão, para facilitar os cálculos em qualquer parte do mundo. Na França, por recomendação da Academia Francesa de Ciências, adotou-se como unidade de comprimento, o metro.

A palavra metro vem do grego, **métron**, significa "que medi". Foi adotado oficialmente no Brasil somente em 1828.

Em Outubro de 1960, a Comissão Internacional de Pesos e Medidas deu uma nova definição para o metro, baseada no comprimento de onda de radiação emitida por um gás, o critônio-86.

- SISTEMAS DE PESOS E MEDIDAS

Há muito tempo, as comunidades viviam em forma de padrões e regras, comuns ao grupo o que originou o primeiro "padrão" de vida. Com o passar dos anos, surgiram, mais grupos e maior produção de artigos, surgindo a necessidade de regras prescritas de ação. Formas e medidas de definição de artigos, dinheiro, pesos e medidas. Assíria, Babilônia, Caldéia e Egito foram países de sistemas mais antigos de pesos e medidas, sendo os egípcios com maior predominância aos demais. A maior parte da documentação do Egito evidencia a obrigatoriedade de um sistema fixo de medidas, sendo interessante observar, a existência de duas unidades de comprimento: o côvado ordinário (450 mm) e o côvado real (525 mm). A medida nacional o quodet (um pouco mais de 9 gramas), tendo-se encontrado múltiplos e submúltiplos que datam da I dinastia, constituídos de pequenos cones de alabrasto.

O sistema de pesos e medidas adotados pelos egípcios foi executado na Ásia, Grécia, Judéia, Itália, onde foram adotados pelos romanos.

A unidade veio para transformar e engrandecer a noção de medir. Dadas as circunstâncias de serem mal definidas, as unidades foram materializadas e conservadas com significado religioso.

Os padrões, representando materialmente as unidades escolhidas, serviram de base ao estabelecimento dos antigos sistemas de pesos e medidas, porém, os povos imaginavam quase sempre padrões correspondentes as suas condições de existência, daí a multiciplicidade de sistema de pesos e medidas. Com o tempo, muitas reformas foram feitas no sentido de verificar-se o comportamento desses padrões.

- SISTEMA IMPERIAL INGLÊS

Na Inglaterra é regulamentada por lei em 8 de agosto de 1878, a questão de pesos e medidas, as unidades fundamentais passam a ser a "jarda imperial" e a "libra imperial".

O padrão imperial da jarda é constituído por uma barra de bronze, prismática, alongada, de uma polegada de seção transversal e em suas extremidades existe um pequeno furo onde está afixada uma pequena peça cilíndrica de ouro. A jarda vale 0, 914.399 m.

O padrão imperial da libra é constituído por um bloco cilíndrico de platina, com um pequeno rebaixo para facilitar o seu manuseio. A libra vale 0, 453.592 Kg.

Entre os múltiplos da jarda temos: milha: mi = 1.760yd = 1609,3m, furlong:fur = 220 yd = 201,168m , vara = 5,5 yd = 5,029.2m e braça:fath = 1 yd = 1,828.8m

Entre os submúltiplos da jarda temos: Pé:1/3 yd = 0, 304.8m, Polegada = 1/36 yd = 25, 400 mm.

É usada corretamente a jarda, o pé, a polegada e a milha. Não existem submúltiplos inferiores a polegada; esta se divide em frações de 1/2, 1/4, 1/8, 1/16 e assim por diante.

- SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Na França houve grande dificuldade na implantação do sistema métrico decimal porque a população já estava acostumada com as unidades antigas. Mas o imperador Napoleão Bonaparte assinou um decreto tornando obrigatório o ensino do novo sistema nas escolas Francesas. Em 1875, foi realizado em Paris a Convenção do Metro muitos países adotaram o sistema métrico decimal.

Depois de decidir que o sistema seria decimal, o comprimento foi escolhido com base ou grandeza fundamental, cuja unidade passou a ser o "metro", definida como a décima milionésima parte da quarta parte do meridiano terrestre. Essa linha imaginária apresentava caráter acentuado de universalidade, que faria da nova unidade um elo entre os povos da terra.

Construíram três exemplares do metro-padrão, confeccionados de platina pura, e apresentam secção transversal retangular. Já o comprimento definiu-se pela distância entre duas superfícies terminais, onde são corpos sólidos, em geral, prismáticos, esféricos ou cilíndricos, nos quais a distância de sua superfície tem um valor conhecido. Existe também o padrão de traço que são réguas metálicas sobre os quais comprimento é determinado pela distância entre dois traços, foi construído também o quilograma, constituído por um cilindro reto de cobre, de altura aproximadamente igual ao diâmetro (243,5 mm), representando o peso do decímetro cúbico de água destilada a 4°C. Foi elaborada uma nomenclatura para o sistema métrico; os múltiplos são expressos por meio de palavras gregas (deca = 10, hecto = 100, kilo = 1000, miria = 10000) e os submúltiplos por meio de palavras latinas (deci = 0,1, centi = 0,01, mili = 0,001), colocadas antes do nome da unidade principal.

Na França, final de 1798 reuniram-se pesquisadores para difundir o novo sistema de medir. Os trabalhos da comissão foram divididos em subcomissões; uma encarregou-se de estudar as réguas usadas na medição das bases; outra, de determinar a unidade de peso; e outra de calcular o comprimento do meridiano e fixar o padrão de comprimento. Das conclusões resultaram em um metro e um quilograma, ambos de platina, ficando assim estabelecidos e materializados os padrões fundamentais do sistema métrico decimal.

Em 10 de dezembro de 1799, os padrões foram aceitos e aprovados, representando o primeiro comprimento legal do metro à temperatura de 0°C e o peso legal do quilograma no vácuo. Entretanto, foi constatado que o metro não representava exatamente a décima milionésima parte da quarta parte do meridiano terrestre: diferenciava, para menos, de 0, 187 mm. “A solução foi definir o metro como sendo: ‘‘ O comprimento entre dois traços médios extremos gravados na barra de platina existente nos Arquivos de França”.

Em 1872 a comissão decidiu que o metro dos Arquivos de França seria construído em platina iridiada (90% de Pt e 10% de Ir); teria seção transversal em X, e os traços seriam gravados sobre a superfície neutra das réguas. Em relação ao padrão da massa a comissão decidiu que seria de platina e teria forma de um cilindro de altura igual ao diâmetro, com arestas arredondadas.

Em 20 de maio de 1875, foi assinada a convenção do metro criando o Bureau Internacional Des Poisd ET Mesures que era uma entidade científica e permanente, para verificar os padrões internacionais, estudar e construir novos padrões.

2.1-FATOS HISTÓRICOS SOBRE UM MATEMÁTICO

Arquimedes nasceu em 287 a.c em Siracura no estado da Magna Grécia. Era filho de um astrônomo chamado Fídias. Arquimedes destacou-se ao longo da sua vida principalmente como inventor e matemático, descobridor de importantes conteúdos da geometria e matemática, como por exemplo, um método para calcular o número π (razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro), utilizando séries. Ele aumentou diferentes tipos de máquinas, usadas para o uso militar e civil, no campo da física, contribuiu para a fundação da hidrostática.

Arquimedes acreditava que nada do que existe é tão grande que não possa ser medido. Aperfeiçoou o sistema grego de numeração, criando uma notação cômoda para os números muitos grandes, semelhante ao atual sistema exponencial, as suas invenções engenhosas de máquinas de caráter utilitário e bélico o fez famoso. As criações matemáticas foram várias, entre elas tem-se: em um círculo dado, ele inscreve e circunscreve um polígono de 96 lados obtendo a fórmula para o cálculo da área do círculo, por muitos séculos o mais acertado valor para π.

Arquimedes é descrito por Jeanne Bendick como um grande descobridor, talentoso em mecânica e o maior matemático da Antiguidade (Bendick, 2002).

A sua morte foi após a tomada de Siracura durante a segunda guerra Púnica, cerca do ano 212 a.c, foi morto por engano por soldados romanos, apesar de que os romanos o admiravam. Diz-se que quando os soldados invadiram a praia de Siracura, encontraram-no desenhando círculos na areia, no qual os soldados não imaginaram que fosse Arquimedes, o responsável pela criação das sicilionas assassinou-o por ter negado a obedecer a suas ordens, porque não queria ver perturbado o raciocínio que seguia naquele momento. Ao ser sepultado, seu desejo foi realizado, por ter um desenho de uma esfera dentro de um cilindro, onde sua sepultura foi decorada por uma das suas demonstrações favoritas.

No capítulo seguinte, faremos uma análise de três livros didáticos, enfatizando o conteúdo, desde a área do retângulo até o volume da esfera e área da superfície esférica.

CAPÍTULO III

3-ANÁLISE DE TRÊS LIVROS DIDÁTICOS

No presente capítulo apresentamos uma análise crítica de livros didáticos da 8ª série (9º ano), para investigar qual dos autores traz uma melhor proposta, em relação ao conteúdo de áreas e volumes de figuras planas e sólidos. Qual a melhor forma de repassar para os alunos (exercícios práticos, seqüência de conceitos ilustrativos e conceitos contextualizados no nosso cotidiano). Ao mesmo tempo fazemos uma revisão do referido conteúdo.

Desta forma, fizemos a seguinte observação em relação aos livros: vamos chamá-los de livros (A, B e C), por questão de ser mais prático, onde definimos assim:

Quadro I

EDITORA	SÉRIE	LIVRO	AUTOR
FTD S.A	8ª	A	Giovanni/ Castrucci/ Giovanni Jr
FTD S.A	8ª	B	Bonjorno/ Olivares/ R. Bonjorno/ Gusmão
ÁTICA	8ª	C	Oscar Guelli

3.1-CONTEÚDO TRABALHADO

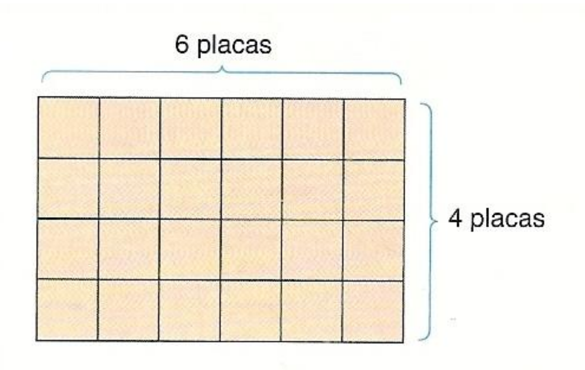
Quadro II

SÉRIE	LIVRO A	LIVRO B	LIVRO C
8ª	- Área de um retângulo - Área de um quadrado - Área de um triângulo - Área de um paralelogramo - Área de um losango - Área de um trapézio - Usando a malha quadriculada para a área de uma figura plana qualquer. - Calculando o comprimento de uma circunferência. - Circunferência - Relações métricas na circunferência (relação cordas, relação entre segmentos secante e tangente) - Polígonos regulares inscritos na circunferência - Elementos de um polígono regular inscrito (propriedades, relações métricas, área de um polígono) - Área de região circular	- Relações métricas na circunferência (introdução, posição relativa entre reta e circunferência, polígonos inscritos e circunscritos, tratamento da informação: a métrica na circunferência usando estatística - Área do losango e trapézio - Área do círculo (área setor circular, tratamento da informação: gráfico, tabelas) - Área da superfície de sólidos geométricos - Área de figuras irregulares	- Polígonos regulares - Área de polígono regular - Área do círculo - Área de setores - Área de cilindro e cones - Volume da esfera e área da superfície esférica

3.2-Área de um retângulo

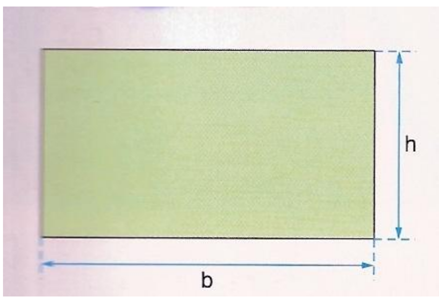
O livro A começa dando o conceito de área, a sua história, que vem dos tempos remotos, a necessidade de determinar a medida de uma superfície (área). No Egito Antigo, por exemplo, os agricultores das margens do rio Nilo pagavam ao faraó pelo uso da terra cultivada. Hoje, pagamos um imposto territorial, urbano ou rural cujo valor é proporcional a área do terreno, entre outros critérios.

O livro B começa com um exemplo muito prático no nosso dia-a-dia: no jardim de uma casa, Zildo quer fazer um gramado retangular de 6m por 4m. Quantas placas quadradas de grama com lados de 1m ele vai usar? Zildo desenhou um esquema do gramado e pensou:

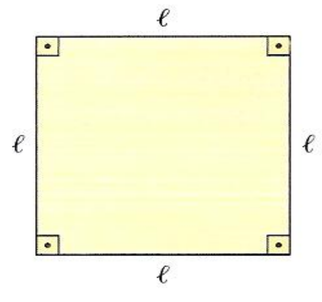


Então, ao todo cabem 24 placas (6.4). Em um retângulo é costume chamar um dos lados de comprimento (ou base) e o outro de largura (ou altura). Então, indica-se por: b = comprimento da base e h = medida da altura. Assim conclui que a área do retângulo é igual **b. h**.

O livro B começa já afirmando que para calcular a área de retângulo, multiplica-se a medida de sua base pela medida de sua altura, e faz uma comparação com caso particular que o retângulo quando é um quadrado para calcular sua área eleva-se ao quadrado a medida do seu lado, já que medidas da base e da altura são iguais.

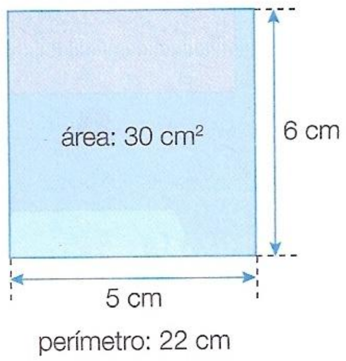


$A = b \, . \, h$



$A = l^2$

Ainda, o livro B faz uma relação entre área e perímetro. Donde conclui que nem sempre quanto maior o perímetro, maior é a área, e mostra duas figuras retangulares onde:

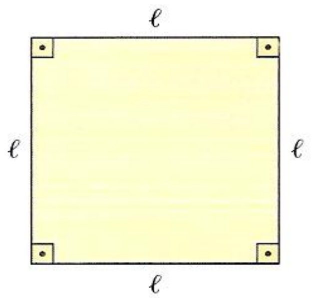


O livro C não faz nenhuma demonstração como se calcula a área do retângulo.

Assim, concluímos que os livros A e B trazem consigo os conceitos de área, só que no livro A está mais compreensível, explica ao leitor como surgiu a necessidade de calcular a área de uma figura, de uma maneira simples e correta, demonstrando como chegou à fórmula da área do retângulo que é A= b. h. Enquanto o livro B não explica o que é uma base e nem o que é uma altura do retângulo, apesar de fazer uma comparação interessante entre perímetro e área.

3.3-Área de um quadrado

O livro A começa conceituando que sendo ℓ a medida do lado de um quadrado, tem-se:



Área do quadrado = l^2

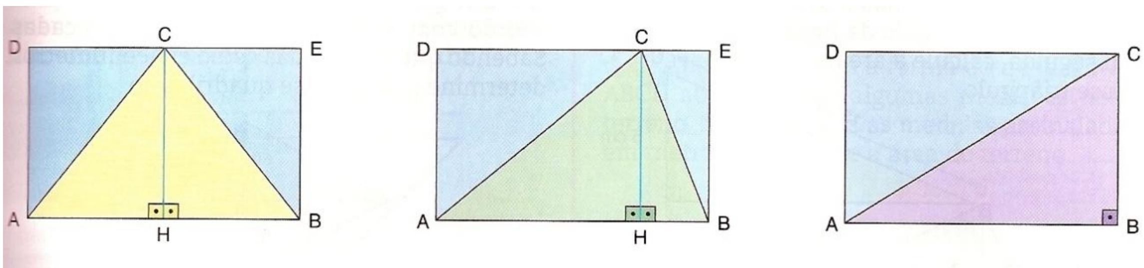
O livro B afirma também que a área do quadrado é A = l^2, pois os 4 lados são iguais, diferentemente do retângulo que apesar de ter 4 lados, não são todos iguais e sim 2 a 2 iguais, que são os 2 do comprimento e os 2 da largura ou altura.

O livro C não demonstra como se chega à fórmula da área do quadrado, apenas afirma que o quadrado é um polígono regular, onde lados e ângulos são congruentes.

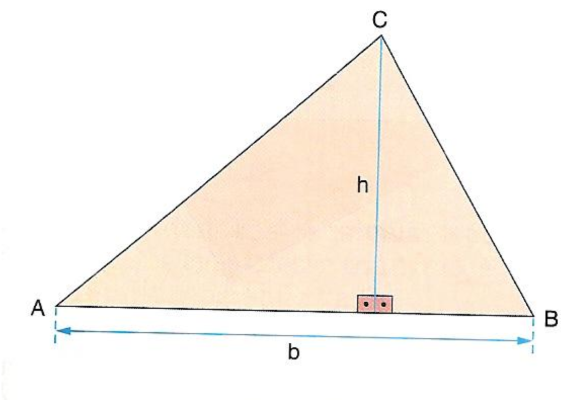
Portanto, os livros A e B afirmam de forma simples o conceito da área do quadrado, que é apenas A = l^2, porém o livro B explica de forma mais atrativa para o aluno, pois faz uma diferença entre quadrado e retângulo. Já o livro C deixa a desejar em relação aos livros A e B.

3.4-Área de um triângulo

O livro A começa solicitando que observem as figuras abaixo:



O autor conduz para que o aluno perceba que em qualquer uma das figuras, a área do triângulo ABC é igual à metade da área do retângulo. Assim, teria-se de modo geral:



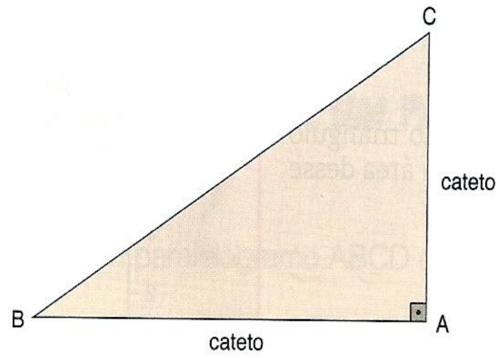
b = medida da base $\overline{AB}$

h = medida da altura relativa ao lado $\overline{AB}$

Área do triângulo = $\frac{b\ .\ h}{2}$

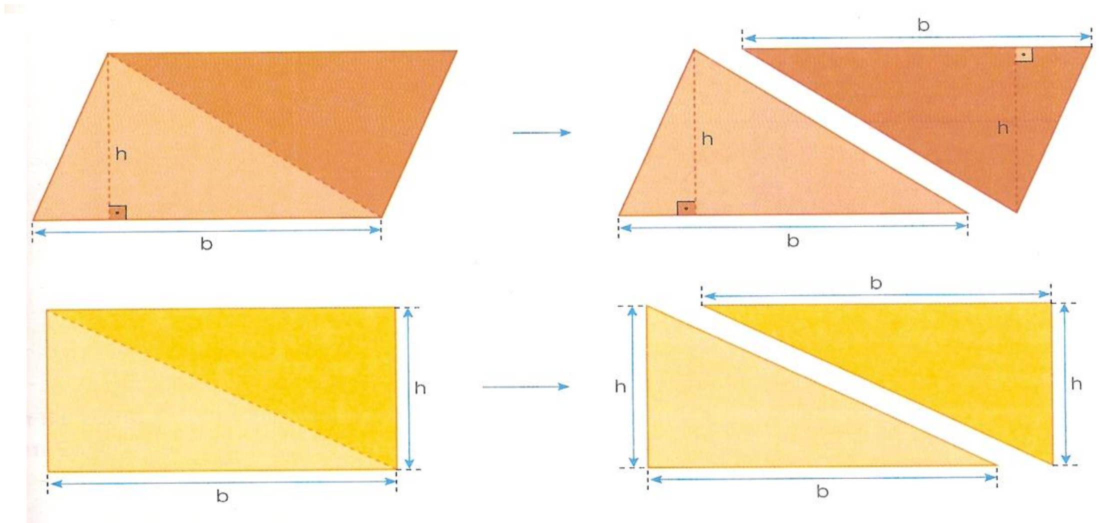
Chama a atenção para o fato de se poder considerar como base, no caso, qualquer lado do triângulo, enquanto a altura será a correspondente a esses lados.

No caso particular dos triângulos retângulos:

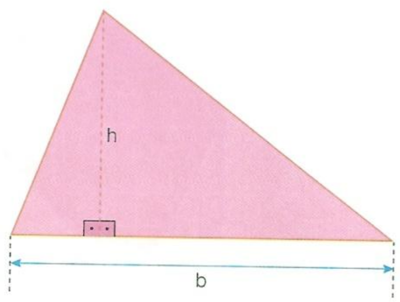


$$Área = \frac{\text{produto das medidas dos cateto}}{2}$$

O livro B faz uma abordagem, primeiramente, sobre paralelogramo. Afirma que sua área é A= base x altura, decompondo um paralelogramo e um retângulo em dois triângulos geometricamente iguais, teria-se:



Se cada uma das figuras contém dois triângulos geometricamente iguais, facilmente percebe-se que a área de cada triângulo vale a **metade** da área do paralelogramo ou da área do retângulo, ou seja, $A_t = \frac{b\ .\ h}{2}$

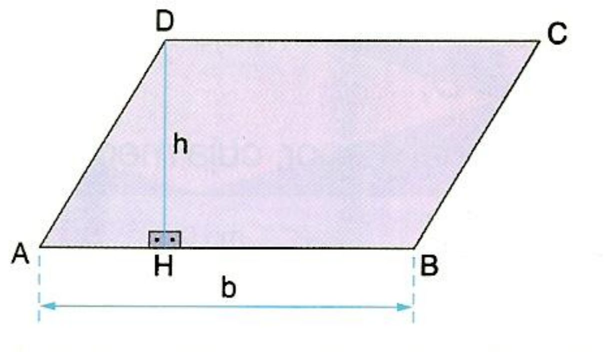


O livro C não traz nenhum conceito da área do triângulo eqüilátero.

Os livros A e B apresentam com clareza e de forma simples o conceito da área do triângulo. O livro A conceitua área do triângulo baseando-se na área do retângulo. Enquanto o livro B diz o mesmo, mas conceitua utilizando o paralelogramo também. Ou seja, o livro B está mais explicativo e atrativo em relação ao livro A.

3.5-Área do paralelogramo

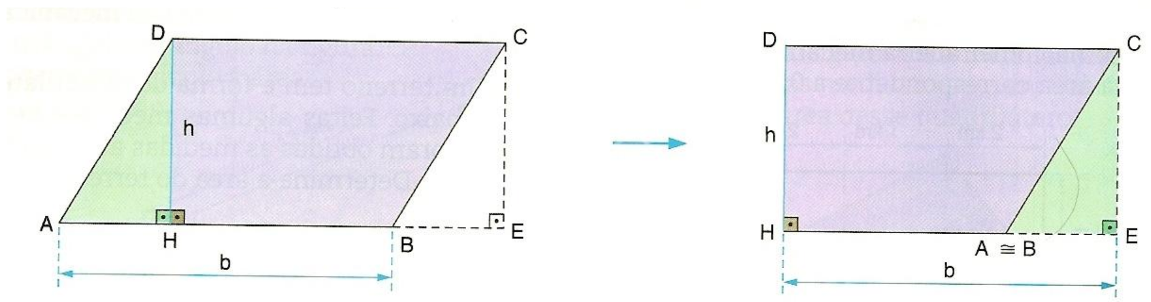
O livro A começa representando uma figura de um paralelogramo ABC em que:



b é a medida da base

h é a medida da altura

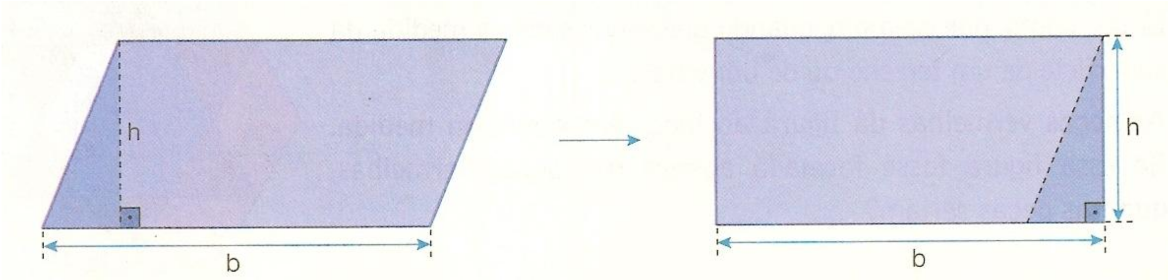
Observe:



Note que a área do paralelogramo é igual á área do retângulo formado. Concluindo que a área do paralelogramo é dada por **b. h**.

O livro B aborda como calcular a área de figuras cujas formas são diferentes da forma do retângulo. Inicialmente, calcula a área do paralelogramo, em que b é a medida de sua base e h é a medida de sua altura.

Afirma que ao cortar um pedaço do paralelogramo, podemos encaixá-lo do outro lado, transformando esse paralelogramo num retângulo.



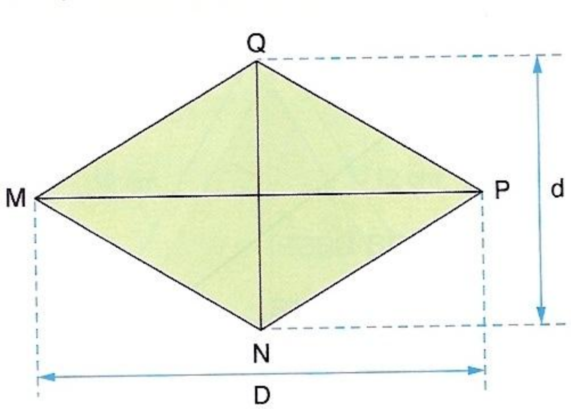
Esses dois quadriláteros são equivalentes, pois têm a mesma área. Assim, a área do paralelogramo é igual á área do retângulo obtido, concluindo que a área do paralelogramo é dada por **b . h**

O livro C não apresenta nenhuma demonstração a respeito da área do paralelogramo, de como se originou esta última.

O livro A e B fazem o conceito do paralelogramo com clareza, e conseqüentemente aborda de forma clara e acessível ao aprendizado do aluno. Enquanto o livro C, como disse não apresentou nenhuma demonstração.

3.6-Área do losango

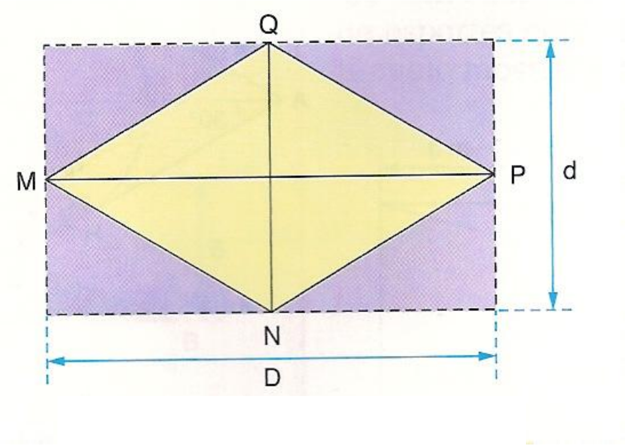
O livro A começa representando um losango MNPQ em que:



- $\overline{MP}$ é a diagonal maior, cuja medida é indicada por D.

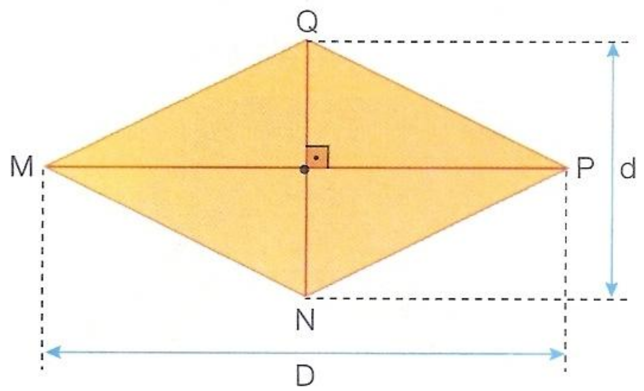
- $\overline{NQ}$ é a diagonal menor, cuja medida é indicada por d.

Observe: a área do losango MNPQ é metade da área do retângulo cujas dimensões são as medidas das diagonais do losango.



Área do losango = $\frac{D\ .\ d}{2}$

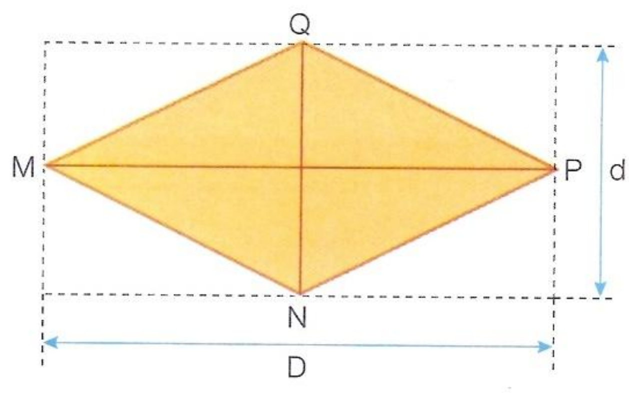
O livro B traz um exemplo de uma figura de um losango MNPQ, abaixo. D é a medida da diagonal maior $\overline{MP}$ e d é a medida da diagonal menor $\overline{NQ}$. Observe que as diagonais são perpendiculares e se interceptam no ponto médio.



Para determinar a área desse losango, vamos considerar o retângulo cujo comprimento é D e a largura é d.

A área do retângulo da figura é a soma das áreas de oito triângulos idênticos. A área do losango é a soma das áreas de quatro desses triângulos idênticos, ou seja, da metade da área da superfície do retângulo.

Como a área do retângulo é dada pelo produto das medidas de D x d, a área do losango é a metade do produto das medidas de suas diagonais.



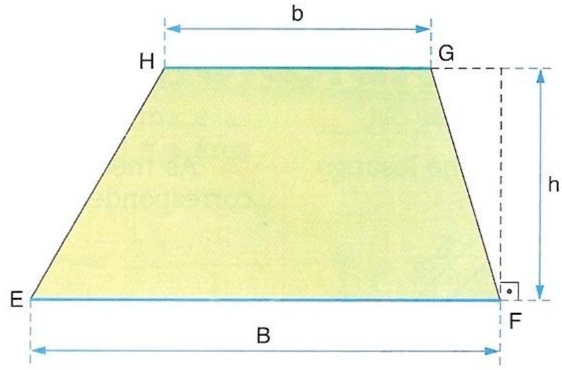
$$A_{losango} = \frac{D\ .\ d}{2}$$

O livro C não faz nenhuma referência do conceito da área do losango. Mais uma vez ficando muito a desejar para o aprendizado do aluno.

Os livros A e B conceituam a área do losango de forma correta e objetiva. Porém, o livro B se diferencia em relação ao livro A, ao afirmar que o conceito do losango é a soma das áreas de 4 triângulos e o retângulo é a soma das áreas de oito triângulos, ou seja, conclui que a área do losango é a metade do produto das medidas de suas diagonais, onde o livro B traz para o leitor uma maneira mais fácil de entender o conceito de área do losango em relação ao livro A.

3.7-Área de um trapézio

O livro A, começa com um exemplo prático a partir de uma figura de um trapézio. No trapézio EFGH:



- $\overline{EF}$ é a base maior, cuja medida indicou por B
- $\overline{GH}$ é a base menor, cuja medida indicou por b
- A distância entre as bases é a altura do trapézio, cuja medida indicou por h.

Se for traçado a diagonal $\overline{EG}$, obtém-se dois triângulos, EFG e EGH, que têm a mesma altura h. Assim:

Área do trapézio = área do ΔEFG + área do ΔEGH

Área do trapézio = $\frac{Bh}{2} + \frac{bh}{2}$

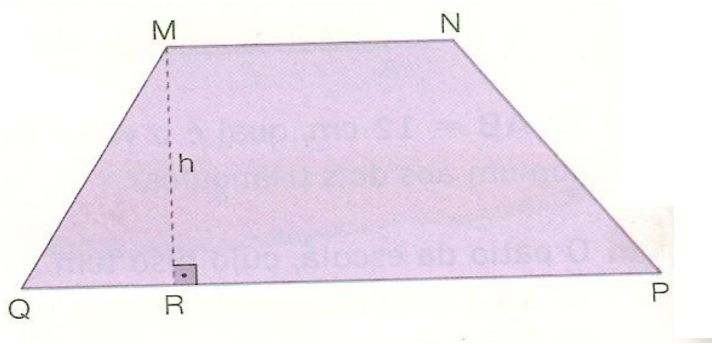
Área do trapézio = $\frac{Bh+ bh}{2}$

Então: área do trapézio $= \frac{h(B+b)}{2}$

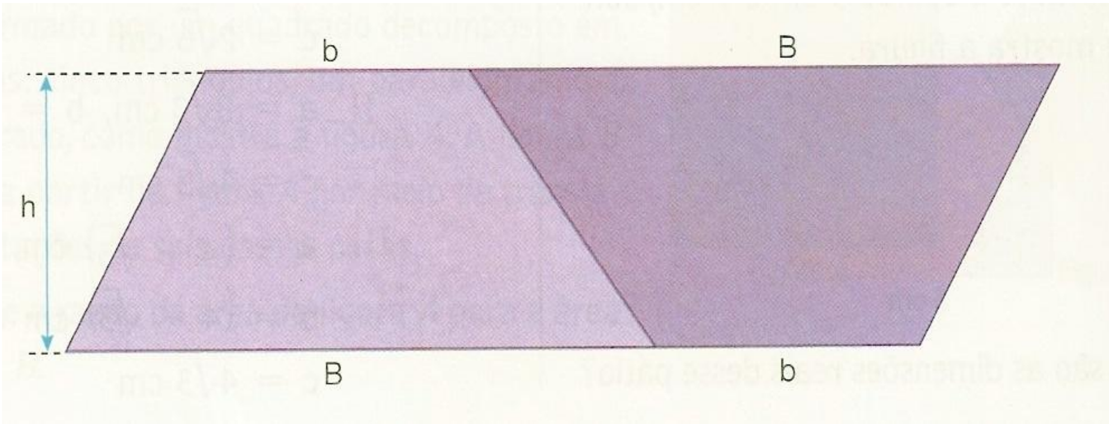
O livro B começa mostrando a figura de um trapézio MNPQ em que:

- B = PQ é a medida da base maior
- b = MN é a medida da base menor
- h = MR é a medida da altura

Assim:



Para calcular a área desse trapézio, vamos juntar dois trapézios idênticos ao anterior, como mostra a figura abaixo:



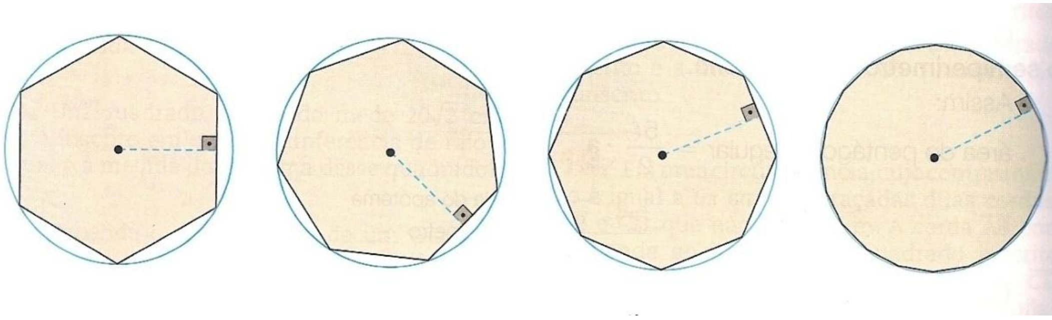
Obtém-se um paralelogramo cuja área é (B+b)h. Logo a área de cada trapézio é dada pela metade da área do paralelogramo, isto é: $\frac{(B+b)h}{2}$

Enquanto o livro C não detectamos o conceito da área do trapézio.

Portanto os livros A e B se expuseram o referido conceito de forma clara, mas para o melhor entendimento preferimos a abordagem do livro A, pois se apresenta mais fácil do aluno entender.

3.8-Área do círculo

O livro A inicia observando a seqüência de regiões poligonais inscritas em uma circunferência.



À medida que o número de lados aumenta, o polígono regular se aproxima do círculo determinado pela circunferência. Isso faz com que a área do polígono regular se aproxime da área do círculo.

Assim:

- O perímetro do polígono regular se aproxima do comprimento, C = $2\pi r$, da circunferência;
- O semiperímetro do polígono regular tende ao valor $\frac{2\pi r}{2}$ ou seja, πr;
- O apótema do polígono regular tende ser o raio.

Daí:

A área do polígono regular tende a coincidir com a área do circulo. Logo:

Área do círculo = $\underbrace{\pi r}_{\text{Semi perímetro}} . \underbrace{r}_{\text{Medida do apótema}}$ ou πr^2

O livro B começa sugerindo que o circulo seja formado por várias circunferências com o mesmo centro.

Quanto maior o número de circunferências utilizadas para desenhar o círculo, melhor será a sua transformação em um triângulo.

As medidas da base e da altura do triângulo são respectivamente, o comprimento da maior circunferência ($2\pi r$) e a medida do raio do circulo (r).

A área desse triângulo é igual a:

$$A = \frac{\text{medida da base x medida da altura}}{2}$$

$$A = \frac{2\pi r \cdot r}{2} \Rightarrow A = \pi r^2$$

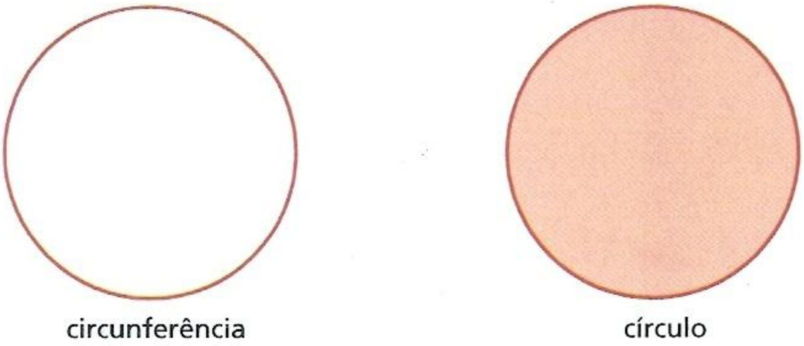
Como o triângulo e o círculo são equivalentes, eles têm a mesma área. Assim, pode-se dizer que a área do círculo é igual ao produto do número racional π pelo quadrado da medida do raio, ou seja, $A = \pi r^2$.

O livro C, inicia afirmando que: a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro é mesma para todas as circunferências e é representada pela letra grega π (PI).

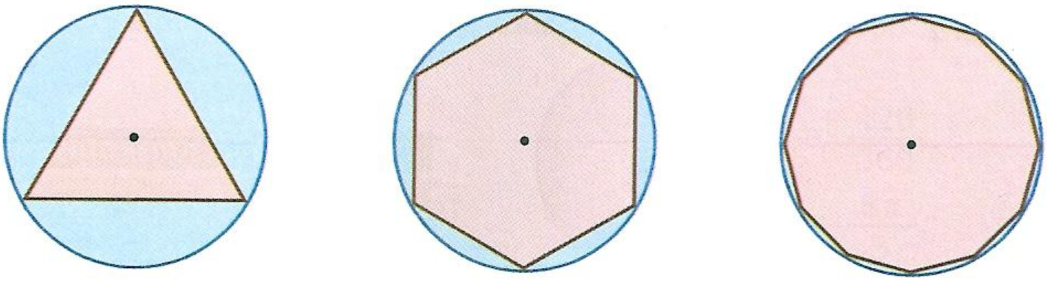
$$\frac{c}{d} = \pi, \quad c = \pi d, \quad c = 2\pi r$$

Os valores aproximados de π que vamos utilizar com mais freqüência são 3,14 e $\frac{22}{7}$

Um círculo é a união de uma circunferência e seu interior.



As figuras mostram três polígonos regulares inscritos em circunferência de raios iguais.



À medida que aumenta-se o número de lados, a área do polígono aumenta e se aproxima cada vez mais da área do círculo.

A área de um polígono regular é dada por:

$$A = \frac{\mathrm{ap}}{2}$$

Sendo "a" o apótema e "p" o perímetro do polígono regular. Intuitivamente, você poder imaginar que, à medida que aumentamos o número de lados do polígono inscrito, o apótema se aproxima do raio, e o perímetro do polígono se aproxima do comprimento da circunferência:

$a \rightarrow r$ e $p \rightarrow 2\pi r$

Área do circulo: $A \rightarrow \frac{\mathrm{a\,p}}{2} = \frac{\mathrm{r\ .\ 2\pi r}}{2} = \pi r^2$

Ao nosso ver, os três livros estão apresentados de modos corretos, sendo que o livro A e C conceituam a demonstração da área do círculo de forma em que haja uma interação com algum conceito de perímetro, apótema. Porém o livro B demonstrou o conceito de área de forma mais original, envolvendo a figura do triângulo, utilizada bastante no cotidiano dos alunos, permitindo uma maior facilidade no aprendizado da área do círculo.

3.9-Comprimento da circunferência

O livro A inicia mostrando um exemplo de um aro de uma bicicleta, ou seja, como se deve medir uma região circular e achar o comprimento da circunferência. Se dividir-se o comprimento $2r$, diâmetro, encontra-se uma aproximação do número irracional π.

$$\frac{c}{2r} = \pi \Rightarrow c = 2r.\pi \ \Rightarrow c = 2\ \pi\ \mathrm{r}$$

O livro B inicia dando um exemplo de um círculo, que ao colocar um barbante ao seu redor e depois o esticando, obter-se-á o comprimento C da circunferência, C = $2\ \pi\ r$.

O livro C faz referência sobre o comprimento da circunferência do mesmo modo que o livro A.

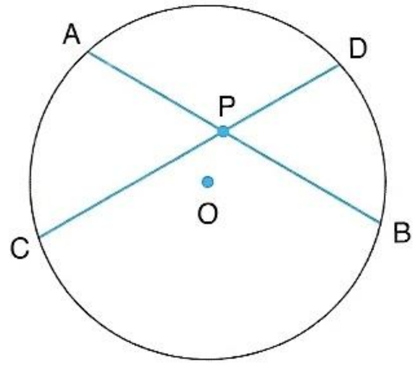
Os três livros afirmam de forma clara a medida de comprimento da circunferência, sendo o livro A e C com uma explicação melhor.

3.10-Relações métricas na circunferência

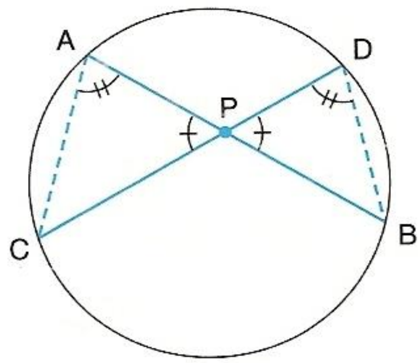
Relação entre cordas

O livro A já inicia a representação entre duas cordas na circunferência.

Destaca $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, que se cortam em certo ponto P, distinto do centro O dessa circunferência.



Considerando o ponto P como uma das extremidades, ficam determinados dois segmentos de reta sobre cada uma dessas cordas. Pode-se estabelecer uma relação métrica entre esse par de segmentos de uma mesma corda, como vê-se a seguir:



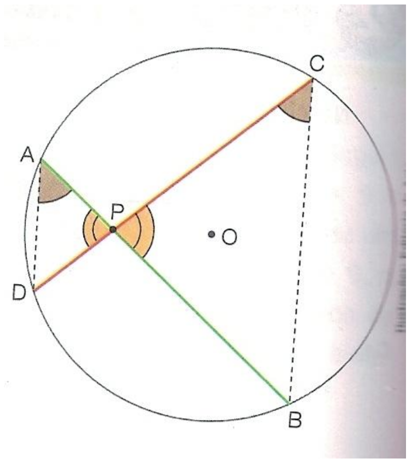
Considerando os triângulos APC e DPB, temos:

- $A\widehat{P}C \cong D\widehat{P}B$ (são ângulos opostos pelo vértice)
- $\widehat{A} \cong \widehat{D}$ (são ângulos inscritos no mesmo arco)

Como todo par de triângulos que tem dois ângulos internos respectivamente congruentes é semelhante, temos: $\Delta\ APC \sim \Delta\ DPB$

E, portanto: $\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB} \Rightarrow PA.\ PB = PC.\ PD$

O livro B traz uma circunferência com duas cordas que se interceptam num certo ponto, chamado de ponto P.



As cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ se interceptam, onde:

Observando os triângulos PAD e PCB

Tem-se:

- med $(\hat{A}) = (\hat{C})$, pois são iguais a $\frac{\text{med (BD)}}{2}$

Ângulos inscritos no mesmo arco BD

- med $(A\hat{P}D)$ = med $(C\hat{P}B)$: oposto pelo vértice

Logo: Δ PAD ~ Δ PCB

Como esses triângulos são semelhantes, escrevemos:

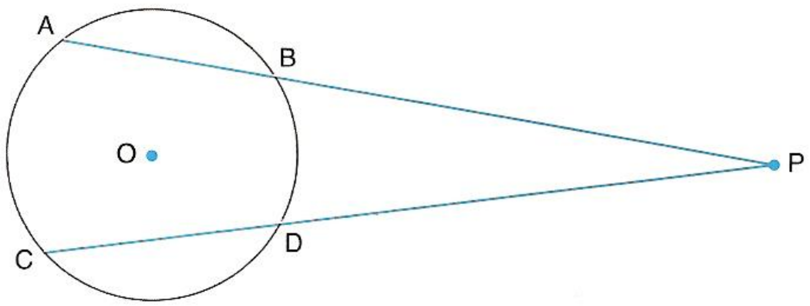
$\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB} \Rightarrow$ PA . PB = PC . PD

O livro C traz o mesmo exemplo do livro B.

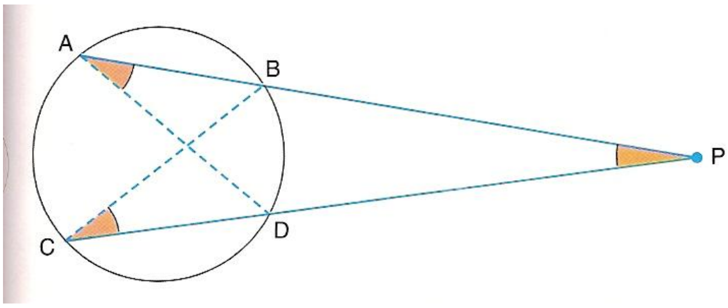
Os livros A, B e C, trazem um conceito correto sobre cordas na circunferência, e mostrando de forma simples e atrativa, de tal forma que o leitor entenda da melhor forma possível.

3.11-Relação entre segmentos secantes

O livro A, traz exemplo de uma circunferência, onde tem duas secantes traçadas de um mesmo ponto exterior P.



$\overline{PA}$ é um segmento de reta secante, e $\overline{PB}$ é a parte desse segmento externa á circunferência.
$\overline{PC}$ é um segmento de reta secante, e $\overline{PD}$ é a parte desse segmento externa á circunferência.
Entre esses quatro segmentos que foram destacados pode-se estabelecer uma relação métrica.

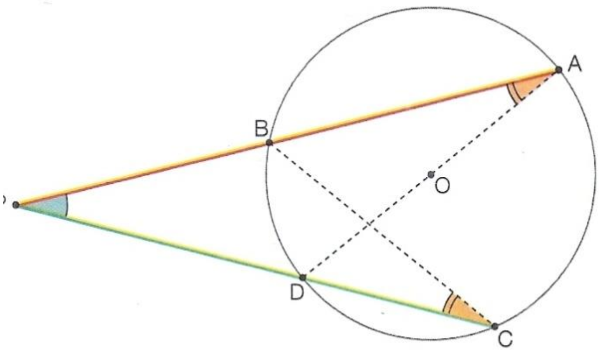


P (ângulo comum)

$\widehat{A} \cong \widehat{C}$ (são ângulos inscritos no mesmo arco)

Assim temos: Δ PAD $\sim$ Δ PCB. E, portanto: $\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}$ $\Rightarrow$ PA. PB = $\overline{PC}$. $\overline{PD}$

O livro B, aborda numa circunferência, dois segmentos secantes $\overline{PA}$ e $\overline{PC}$, traçados por um ponto P externo á circunferência, e suas respectivas partes externas PB e PD.



Observando os triângulos PAD e PCB, temos:

$\widehat{PC}$ é o ângulo comum aos dois triângulos

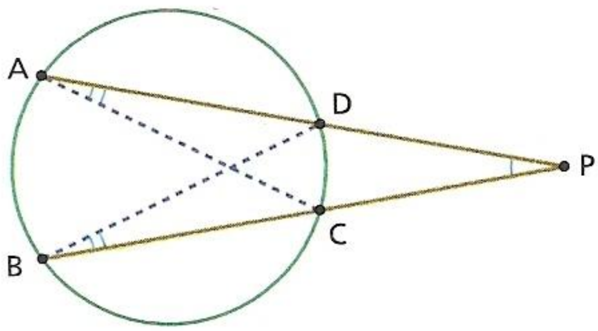
$B\widehat{A}D \cong D\widehat{C}B$, pois valem $\frac{\text{med (DB)}}{2}$: ângulos inscritos no mesmo arco DB.

Logo: Δ PAD $\sim$ Δ PCB

Como esses triângulos são semelhantes, podemos escrever:

$\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}$ $\Rightarrow$ PA. PB = PC. PD

O livro C, mostra em uma circunferência dois segmentos secantes $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$:



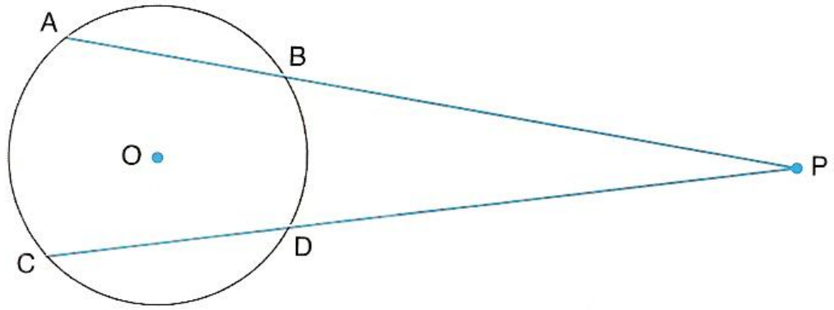
Os triângulos PAC e PBD são semelhantes porque têm dois ângulos congruentes:

- $\widehat{P}$ é comum aos dois lados
- $P\widehat{A}C \cong P\widehat{B}D$ porque m(PAC) = m (PBD) = $\frac{1}{2}$ m($\widehat{CD}$)

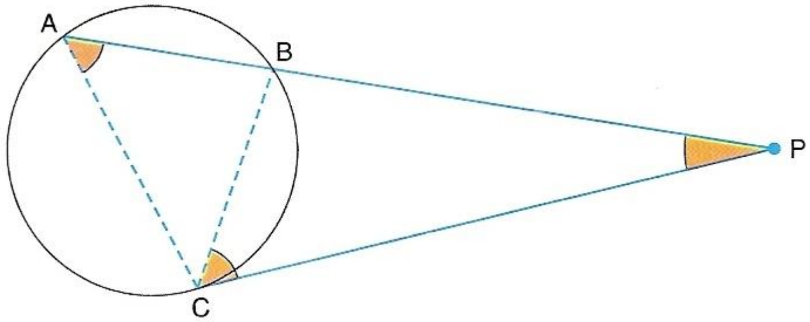
Portanto: $\frac{PA}{PB} = \frac{PC}{PD}$ PA. PD = PB. PC

Os três livros fazem abordagens bem claras e objetivas, onde as demonstrações são todas feitas de forma fácil do aluno entender a sua compreensão e os três livros explicam bem a relação entre segmentos secantes.

Relação entre segmentos secante e tangente traçados de um mesmo ponto externo P.



$\overline{\text{PA}}$ é um segmento de reta secante e $\overline{\text{PB}}$ é a parte desse segmento externa á circunferência.
$\overline{\text{PC}}$ é um segmento de reta tangente.
Entre esses três segmentos que foram destacados, pode-se estabelecer uma relação métrica:



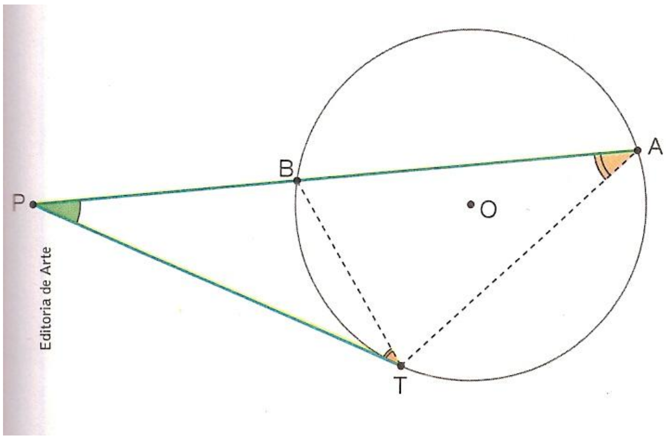
Considerando os triângulos PAC e PCB, temos:

- $\widehat{P} \cong \widehat{P}$ (ângulo comum)
- $\widehat{\text{A}} \cong \widehat{\text{C}}$ (são ângulos inscritos no mesmo arco)

Assim, temos: Δ PAC ~ Δ PCB.

E, portanto: $\frac{PA}{PC} = \frac{PC}{PB} \Rightarrow PC^2 =$ PA. PB

O livro B, traz um segmento secante $\overline{\text{PA}}$, sua parte externa $\overline{\text{PB}}$ e um segmento $\overline{\text{PT}}$ tangente a uma circunferência, traçados de um mesmo ponto externo P.



Observando os triângulos PTA e PTB, temos:

$\widehat{APT} \cong \widehat{BPT}$: ângulo comum

$\widehat{BAT} \cong \widehat{PTB}$: iguais a $\frac{\text{med (TB)}}{2}$:
$\widehat{BAT}$ esta inscrito no arco TB, e $\widehat{PTB}$ é ângulo de segmento correspondente ao arco TB

Logo: Δ PTA ~ Δ PTB.

Como são semelhantes os triângulos, podemos escrever: $\frac{PT}{PA} = \frac{PB}{PT} \Rightarrow (PT)^2$ = PA. PB ou PT = $\sqrt{PA\,.PB}$

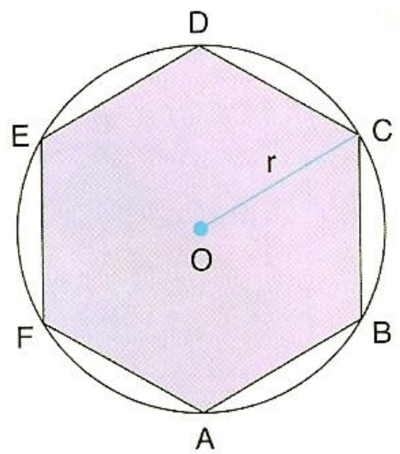
O livro C aborda o mesmo nível do referido no livro B, trazendo de forma compreensível de entender e fixar o modo da relação secante com tangente.

Os três livros abordam de forma correta, mas no livro B e C está demonstrando com maior clareza, por exemplo, quando diz que:

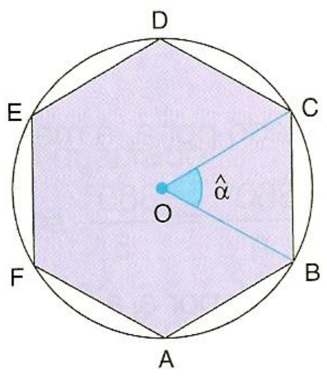
$(PT)^2$ = PA. PB ou PT = $\sqrt{PA\,.PB}$, no qual o livro A não conceitua PT = $\sqrt{PA\,.PB}$, apenas PA^2 = PB. PC, embora sejam iguais.

3.12-Polígonos regulares inscritos na circunferência.

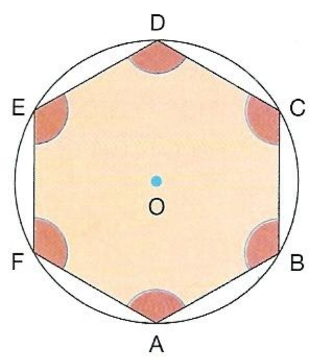
O livro A, começa dando exemplo do raio do polígono regular:



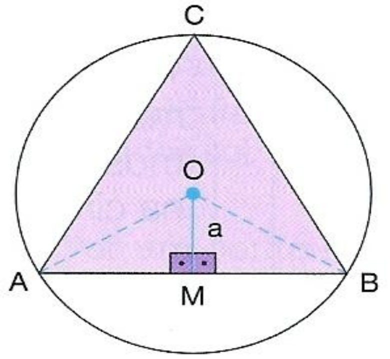
Em seguida, conceitua o ângulo central.



O ângulo $\propto$ cujo vértice está no centro da circunferência e cujos lados passam por dois vértices consecutivos do polígono. Sua medida é dada por $\frac{360°}{n}$, sendo "n" o número de lados do polígono. Em um polígono regular, todos os ângulos internos são congruentes e se o polígono tem n lados, a medida de cada um é dada por $\frac{(n-2)\ .\ 180°}{n}$.

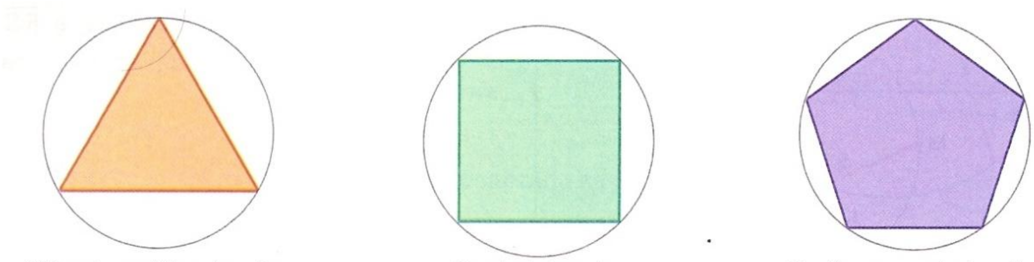


O segmento do centro O até o ponto médio M de um lado do polígono regular chama-se apótema do polígono. Sua medida é representada por a.



Como o triângulo AOB é isósceles o apótema $\overline{OM}$ representa a altura e a mediana relativa ao lado AB.

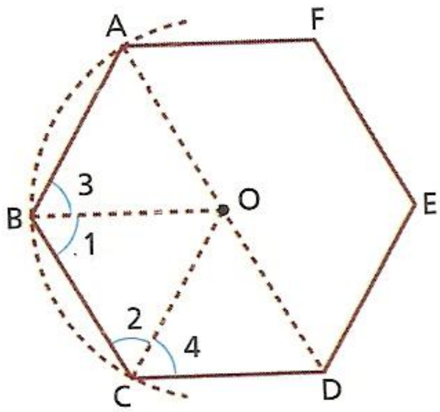
O livro B faz uma única afirmação que todo polígono regular pode ser inscrito numa circunferência.



Triângulo equilátero inscrito. Quadrado inscrito. Pentágono regular inscrito.

O livro C inicia afirmando que todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência.

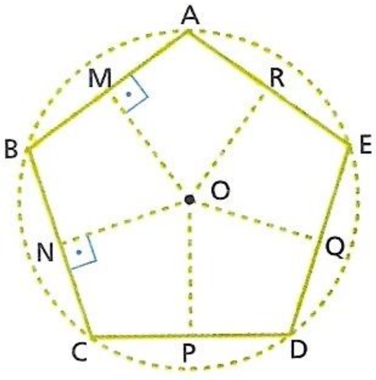
Observe o hexágono regular ABCDEF. Trace um arco de circunferência que passe pelos pontos não colineares A, B e C e cujo centro é o ponto O.



Como $\widehat{ABC} \cong \widehat{BCD}$ (o polígono é regular) e $\widehat{1} \cong \widehat{2}$ (ΔOBC é isósceles), $\widehat{3} \cong \widehat{4}$. Os triângulos OAB e ODC são congruentes pelo postulado LAL:

$$\begin{cases} \text{L: } AB = CD \text{ (lados do polígono regular)} \\ \text{A : } \widehat{3} \cong \widehat{4} \\ \text{L: } OB = OC \text{ (raio do arco de circunferência)} \end{cases}$$

Portanto, $\overline{OA} \cong \overline{OD}$ e $\overline{OD}$ também é um raio. Usando essa mesma idéia, podemos mostrar que $\overline{OE}$ e $\overline{OF}$ também são raios.

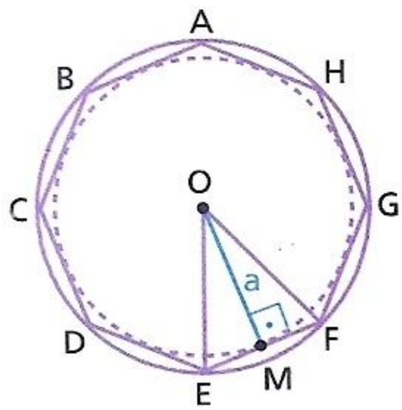


O centro de um polígono regular é o centro comum das circunferências inscritas.

O raio de polígono regular é o raio da sua circunferência circunscrita

O apótema de um polígono regular é o raio da sua circunferência inscrita

Veja:



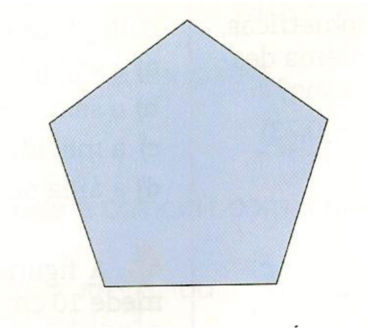
- O é o centro do octágano regular
- $\overline{OE}$ é raio do octágano regular
- $\overline{OM}$ é o apótema do octágano regular

É comum usar as palavras raio, diâmetro e apótema com duplo significado: um segmento ou um número positivo que é a medida desse segmento.

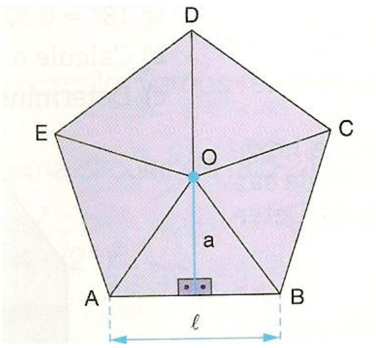
Os três livros fazem abordagem dos elementos de um polígono regular inscrito de forma correta mostrando os elementos do polígono, só que o livro A apresentou seus elementos e conceitos de ângulos inscritos de forma mais fácil, mais atrativa em relação ao livro A e C.

3.13-Área de um polígono regular

O livro A aborda um pentágono regular:



A partir do centro, decomponha esse pentágono em cinco triângulos isósceles e congruentes. São eles: Δ ABO, Δ BOC, Δ COD, Δ DOE, Δ EOA.



Em cada um desses triângulos, temos:

A base do triângulo, que corresponde ao lado do polígono e cuja medida indicaremos por ℓ.

A altura relativa à base do triângulo, que corresponde ao apótema do polígono e cuja medida indicará por a.

A área de cada um desses cinco triângulos é dada por $\frac{\ell \, . \, a}{2}$

Como são cinco triângulos, a área do polígono é dada por:

$5.\frac{\ell \, . \, a}{2}$ ou $\frac{5\ell \, . \, a}{2}$ ou ainda, $\frac{5\, l \, . \, a}{2}$

Como 5ℓ é o perímetro do pentágono, então , $\frac{5\ell}{2}$ representa a metade do perímetro ou semiperímetro do pentágono.

Assim: área do pentágono: $\frac{5l \, .a}{2}$ → Medida do apótema

→ Semiperímetro

Generalizando para todos os polígonos regulares, temos:

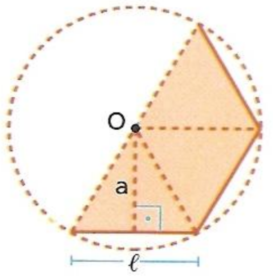
Área do polígono regular = semiperímetro x medida do apótema

O livro B não aborda a demonstração para cálculo da área de polígono regular.

O livro C começa com polígono regular de n lados inscritos numa circunferência.

Traçando-se todos os raios com extremidades nos vértices e dividimos o polígono em n triângulos congruentes.

A área de cada triângulo é $\frac{l \cdot a}{2}$



A área do polígono é a soma das áreas dos n triângulos:

$A = n. \frac{\ell a}{2}$

$A = \frac{(n \cdot \ell)^2 a}{2}$

Como $n\ell = R$ (perímetro do polígono)

$A = \frac{AP}{2}$

A área de um polígono regular é a metade do produto do seu apótema pelo seu perímetro.

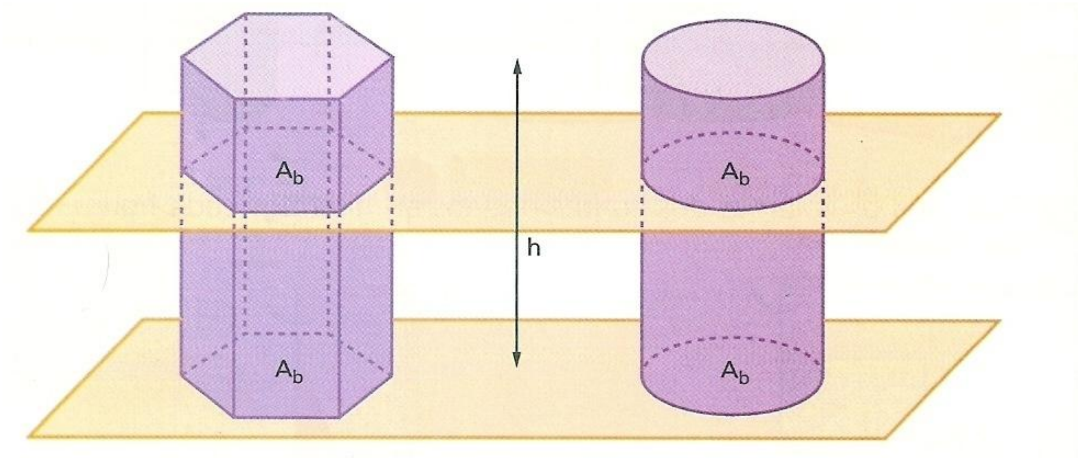
Os livros A e C conceituam a área do polígono regular, de uma maneira bem lógica, pois relaciona com triângulos, no qual esses últimos são assuntos bem vistos pelos alunos motivando-os para um melhor aprendizado.

3.14-Volume de Cilindros e Cones

Os livros A e B não abordam o conceito de volume de cilindro e cones.

O livro C inicia afirmando que o volume de um prisma é o produto da área de uma base pela altura: $V_{Prisma} = Ab \cdot h$

Considere que o prisma e o cilindro da figura têm a mesma área e a mesma altura:

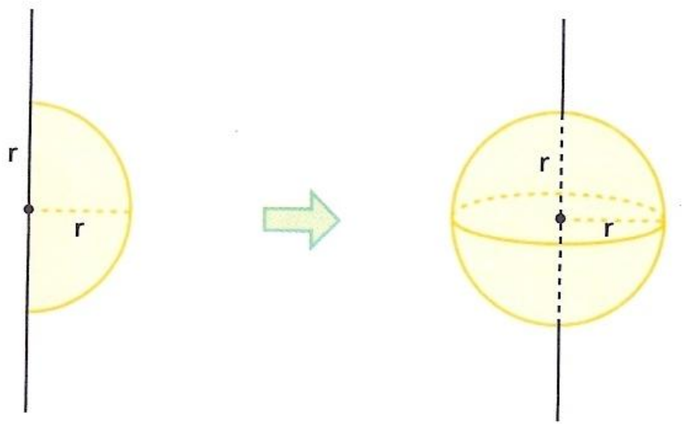


Neste caso as seções produzidas por um plano paralelo às bases á mesma altura têm áreas iguais. Pelo postulado de Cavalieri, o prisma e o cilindro têm volumes iguais. Portanto, o volume do cilindro é igual ao produto da área de uma base pela altura $V_{Cilindro} = Ab \cdot h$

3.15-Volume da esfera e área da superfície esférica

O livro A e B não fazem referência ao volume e a área da superfície esférica.

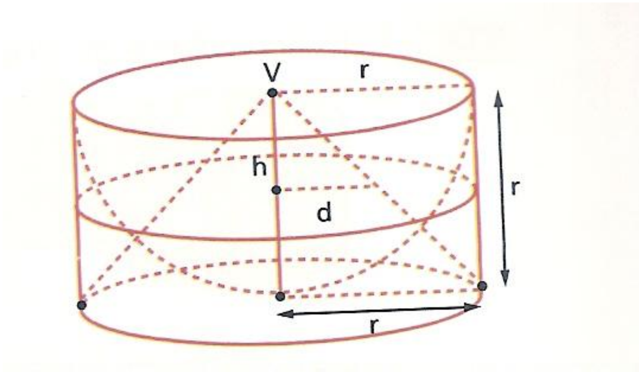
O livro C inicia conceituando a esfera que é o corpo obtido ao girarmos um semicírculo ao redor do seu diâmetro.



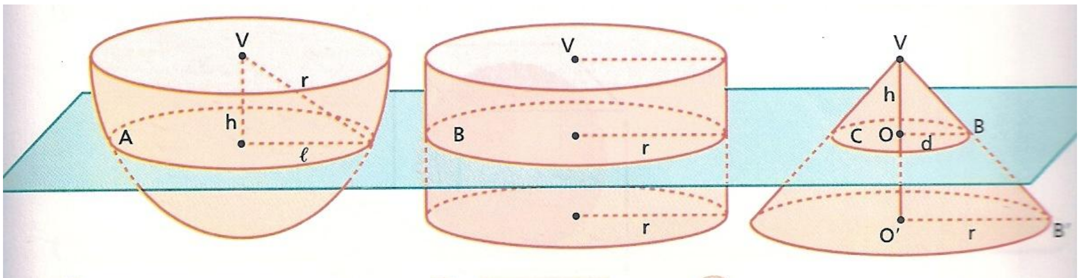
A superfície gerada pela semicircunferência é o contorno da esfera, ou seja, a superfície esférica.

Foi o matemático grego Arquimedes quem conseguiu obter uma fórmula para determinar o volume de uma esfera.

Ele começou considerando uma semi-esfera de raio r, um cilindro e um cone de raio e altura iguais a r.



Observe as relações entre as áreas das seções que podem ser obtidas quando se corta a semi-esfera o cilindro e o cone por um plano paralelo ás bases a uma distanciam h do vértice do cone:



Como: 1) $h^2 + l^2 = r^2$ $\Longrightarrow$ $l^2 = r^2 - h^2$ $\Longrightarrow$ $A = \pi l^2$ $\Longrightarrow$
$A = \pi(r^2 - l^2)$ $\Longrightarrow$ $A = \pi r^2 - \pi h^2$
2) $B = \pi r^2$ 3) $C = \pi d^2$

Os triângulos VOB e VO´B´, são semelhantes. Então:

$\frac{r}{r} = \frac{h}{d} \rightarrow 1 = \frac{h}{d} \rightarrow h = d; \quad C = \pi h^2$

Observe que: $A = \pi \underset{B}{\gamma^2} - \underset{c}{\pi h^2} = A = B - C$

Como as áreas das três seções verificam a relação A= B - C, e com base no postulado de Cavalieri, Arquimedes deduziu que:

$V_{SEMI\text{-}ESFERA} = V_{CILINDRO} - V_{CONE} = \pi r^2 . r - \frac{1}{3}\pi r^2 . \ r$

$V_{SEMI\text{-}ESFERA} = \pi r^3 - \frac{1}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi r^3$

$V_{ESFERA} = 2V_{SEMI\text{-}ESFERA}$

$V_{ESFERA} = 2.\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

3.16-Conclusão da análise dos livros

Os três livros didáticos analisados através da pesquisa feita com os livros da 8ª série (9º ano), com autores diferentes, verificamos que os conteúdos abordados são expostos de maneiras diversas. Os autores mostram de forma objetiva, atrativa e bem conclusiva para o melhor aprendizado do aluno, que se caracterizam pelos conceitos em relação às áreas de figuras planas e volumes de sólidos.

Os três livros analisados apresentam as áreas das figuras planas, sendo o livro C o único que apresenta o conceito e a demonstração do volume. O livro A foi o livro mais bem desenvolvido e atrativo. Embora o livro B traga conceitos melhores em alguns tópicos de áreas, como a área do triângulo. De certa forma, a conclusão é que para o trabalho docente, o melhor livro e mais adequado para o ensino da 8ª série (9º ano) é o livro A, pois evidenciou maior qualidade, em suas demonstrações das áreas, na maioria dos tópicos.

CAPÍTULO IV

4-ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Nesta parte do nosso trabalho desenvolvemos uma proposta pedagógica a qual teve como princípio a manipulação de material concreto didático, utilizamos o material concreto para construirmos os conceitos de áreas de figuras planas e o volume de sólidos.

4.1-SUJEITOS DENVOLVIDOS NA PESQUISA

A experiência foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental **Murilo Braga**, na cidade de Campina Grande-**PB,** o assunto abordado: áreas de figuras planas e volume de sólidos com auxilio do material concreto na 8ª série (9º ano), com 18 alunos, onde a duração foi de 100 minutos.

4.2-Objetivos

- ✓ Desenvolver um melhor raciocínio lógico com os alunos, visando aprender a matemática de forma atrativa e não mecanizada.
- ✓ Identificar o metro como unidade-padrão para um sistema universal de medidas.
- ✓ Aprender os múltiplos e submúltiplos do metro.
- ✓ Aprender a calcular as áreas de figuras planas e volumes de sólidos, não decorando só as fórmulas, mas saber como foi realizada a demonstração das figuras para chegar a essa fórmulas.

4.3-Conteúdo

-Medidas -Área do triângulo -Área do losango
-Área do cilindro -Área do trapézio -Área do retângulo
-Área do paralelogramo -Área e comprimento do círculo -Volume da pirâmide
-Volume do cubo

4.4-Recursos didáticos

Quadro de giz, apagador, livros didáticos, kit pedagógico, lápis, lista de exercícios, folha A4, régua, 1 litro de água, compasso, fita métrica, círculos de madeira, cubo de plástico, pirâmide de plástico e cilindro de plástico.

4.5-Metodologia

Iniciamos a aula explicando o conceito de medidas, o que é medir, como surgiram as unidades de medidas, a história das medidas, até o surgimento do metro e dos seus múltiplos e submúltiplos. Trabalhamos individualmente com eles, mostrando com uma folha de papel A4, lápis e régua para saber quantas unidades de medida é necessário para pavimentar (cobrir) um espaço dado, pedindo para fazer a medida de 2 em 2cm, calculando assim a área do retângulo, e conseqüentemente perguntando qual é a área deste retângulo e como descobrir a maneira mais fácil de achá-la, se foi somando a unidade de medida ou multiplicando e assim definindo a área do retângulo. Fizemos analogias a área do retângulo no seu dia-a-dia, contando, por exemplo, quantas cerâmicas há na sala de sua casa, mostrando que área da figura plana está presente no cotidiano dos alunos.

Dividimos a folha A4 em 4 partes iguais e demonstramos como surgiram as fórmulas das áreas do paralelogramo, triângulo, trapézio e losango. Utilizamos o kit pedagógico de um cubo, seu volume, usando "cubinhos" como unidade de medida. Provamos que $1dcm^3=1$ litro, daí provocando donde surgiu o litro, mostrando que 1 litro de água, por exemplo, cabe no cubo do kit pedagógico. Provamos que o volume da pirâmide é um terço do volume do cubo, demonstrando através do kit pedagógico utilizando três partes da pirâmide de plástico e colocando dentro do cubo de plástico e assim realizamos a experiência.

Demonstramos que o comprimento do círculo é $2\pi r$ e o surgimento do π(PI) e seu valor é aproximadamente 3,14, utilizando o kit pedagógico que continha seis círculos de madeiras de tamanhos diferentes, provando assim que o valor de π é constante, independe do tamanho do círculo. Calculamos a área do círculo do cilindro, utilizando como surgiu a sua fórmula, através do raio e comprimento do círculo. Mostramos que a área do cilindro é área da base vezes altura. Aplicamos lista de exercícios e orientamos os alunos em dúvidas apresentadas no final da aula.

4.6-Aspectos positivos

O assunto abordado em sala de aula com alunos do 9º ano acrescentou os seus conhecimentos em matemática provando que o material concreto é de vital importância para o melhor aprendizado no ensino fundamental. A maioria deles aprendeu com maior facilidade, acharam a aula mais atrativa e prazerosa. O certo e que, como aluno concluinte de Licenciatura em Matemática, utilizamos formas diferentes da aplicação tradicional, observando um maior interesse dos alunos em relação ao tema estudado e exposto neste trabalho.

Verificamos ainda, que com a manipulação dos materiais concretos houve uma contribuição maior para a progressão na construção de conceitos e procedimentos matemáticos em processo de continuidade, bem como houve maior interação da turma presente e vontade desses alunos enfrentarem as dificuldades de aprendizagem com maior segurança na resolução de problemas.

4.7-Aspectos negativos

Verificamos no decorrer de nossa experiência em sala de aula que alguns alunos do 9º ano não sabiam calcular a área do retângulo, além de outras dificuldades para utilizar o material didático, como régua e compasso. Assim, ficou claro que o ensino de matemática necessita ser sempre flexível para lidar com as dificuldades existentes na sociedade contemporânea, com ênfase no contexto da política educacional, especialmente na área do ensino fundamental.

5-CONCLUSÃO

O tema medidas – Áreas de Figuras Planas e Volumes de Sólidos têm grande relevância social, uma vez que estes sempre estão presentes nas atividades da vida cotidiana das pessoas e em particular, na vida dos alunos do ensino fundamental.

Em nossa experiência universitária na área do ensino de matemática, constatamos que o seu papel é realmente significativo na formação básica para a cidadania, o que representa a inserção de todos nós no mundo do trabalho, no mundo da cultura e das relações sociais no âmbito da sociedade. Neste sentido, o professor tem funções de organizador, mediador, controlador e incentivador da aprendizagem devendo estimular a cooperação e a interação entre os alunos, favorecendo o fortalecimento do ensino, em especial, do ensino fundamental.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BENDICK, Jeanne. **História dos pesos e medidas**. São Paulo: Editora Edições Melhoramento, 1957.

BENDICK, Jeanne. **Uma porta para ciência**. São Paulo: Editora odysseus, 2002.

BONJORNO, José Roberto**. Matemática: fazendo a diferença**, Ed. Renovadora - São Paulo: FTD, 2009-(coleção fazendo a diferença).

D´AMBRÓSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje** ? In: Revista temas e debates, Ano VII. 2ª ed – nº 1 e 2 – SBEM - 1994

GIOVANNI, José Ruy, 1937 – **A conquista da matemática**/Giovanni Jr. Ed-renov – São Paulo: FTD, 2007. – (coleção a conquista da matemática).

GUELLI,Oscar,1943- Matemática: **Uma aventura do pensamento**,– São Paulo: Ática, 2002.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: MATEMÁTICO/Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. -3ª. ed. –Brasília, 2001.

ANEXOS

Fotos da experiência pedagógica-Escola Estadual de Ensino Fundamental "Murilo Braga"(9ºano)

Fotos 1

Foto 2