UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

JOSÊNELLE CAVALCANTE SANTOS

UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE ALUNOS CONCLUINTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE VAN HIELE

CAMPINA GRANDE – PB
2015

JOSÊNELLE CAVALCANTE SANTOS

UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE ALUNOS CONCLUINTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE VAN HIELE

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.
Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Me. José Roberto Costa Júnior

CAMPINA GRANDE – PB
2015

S237a Santos, Josênelle Cavalcante.
Uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos concluintes do Curso de Licenciatura em Matemática [manuscrito] : contribuições da teoria de van Hiele / Josênelle Cavalcante Santos. - 2015.
61 p. : il. color.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2015.
"Orientação: Prof. Me. José Roberto Costa Júnior, Departamento de Matemática".

1. Ensino de geometria. 2. Educação matemática. 3. Pensamento geométrico. 4. Teoria de van Hiele. I. Título.

21. ed. CDD 516

JOSÊNELLE CAVALCANTE SANTOS

UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE ALUNOS CONCLUINTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DE VAN HIELE

Monografia apresentada ao Programa de Graduação em Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovada em: 01 / 12 / 2015.
Nota: 9,0 (nove).

BANCA EXAMINADORA

José Roberto Costa Júnior

Prof. Me. José Roberto Costa Júnior
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Orientador

Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

Prof. Me. Fernando Luiz Tavares da Silva
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

“Dando sempre graças por tudo a Nosso Deus e Pai, em nome do Nosso Senhor Jesus Cristo.” Efésios 5.20

Dedico aos meus pais, Janete e Edinaldo, à minha querida avó Maria (*in memoriam*) e a minha família, pelos quais sempre me amaram e pelo apoio constante em todas as dificuldades. Ao meu filho Kalley Santos, por sempre me esperar a noite e ao meu noivo Elias Elnatã, por sempre me incentivar a crescer profissionalmente.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, Bondoso e Misericordioso por tudo que tem feito em minha vida, por todos os propósitos que ainda estão por vim. Agradecer porque o seu amor é infindo, mesmo não merecendo por muitas vezes pecar.

Agradecer a minha família pelo apoio, paciência, sustento, pelos sermões merecidos, pela benção respondida a cada saída e a cada chegada. Agradecer a minha querida mãe Janete por ser uma conselheira, amiga e dona de casa, me incentivando sempre em busca dos meus ideais; ao meu querido pai pelo sustento da casa que por muitas vezes me acordou em sua saída ao trabalho e por me trazer de volta ao lar; agradecer a Deus pela oportunidade de ter uma segunda mãe: minha querida avó Maria da Silva Cavalcante (in memoriam), pelas infinitas bênçãos respondidas em minha saída para a universidade e em minha chegada e pelas orações de proteção.

Aos meus irmãos Josênia, Edenilson, Eclésio e minha sobrinha Allana Renally por muitas vezes me ajudaram.

Ao meu estimado filho Kalley Cavalcante Santos da Rocha por sempre me esperar à noite da universidade, seja para dormir ou para ensinar alguma tarefa da escola. Que por muitas vezes, só íamos dormir depois de resolver todas as atividades da escola.

Ao meu noivo e amigo Elias Elnatã, pelo amor, amizade, pelo apoio profissional, pelos “puxões de orelha”. Por tudo que já passamos juntos e pelo nosso futuro.

Ao meu chefe José Lima Ramos, por ser compreensivo e amigo quando precisei. Às minhas amigas Renata Pontes, Raylla Sabino e Geysa Maia pelas conversas desestressantes, pelas boas risadas e pelo apoio.

Aos meus colegas de curso que se tornaram amigos: Andrea Souza, José Valber Silvino, Jane Cleide, Maria de Fátima Aragão, Viviane Medeiros, Rodrigo Marcelino, Claudenor Torres, Fabrício Donato, Luciene Rodrigues, Fabiana Carlos, Daniela Miranda, Michelly Henriques e Juscelino Araújo. Vocês tornaram meus momentos inesquecíveis e alegres.

Aos meus colegas de curso que contribuíram para esse trabalho: Ataiz Souza, Edson Diego Nascimento, Diego Max Sarmento, Ellen Marques.

Aos meus alunos de reforço: Ana Cecília Santos, Pedro Lucas Veiga, Gabriel Pereira, Raylla Késsia, Nicole Aguiar, Ana Cristina Martins e Sandy Roberta Bispo. Por participarem de minha experiência como professora, por confiarem nos conhecimentos repassados e pela amizade que permaneceu.

Ao Centro de Leitura e Escrita Samelly Xavier - CLESX, pelas aulas ministradas pela Profº Ms. Samelly Xavier, que me serviram de apoio e de aprendizado para a elaboração desse trabalho. Muito obrigada Samelly!

Ao coordenador Claudionor Albuquerque de Farias, pela a oportunidade de lecionar no curso de extensão do Pré-Vestibular da UEPB. Ao projeto PIBID, pela a oportunidade de ser classificada.

Ao Educandário Padre Célio e a Escola Arte de Aprender pela a oportunidade de lecionar Matemática.

Ao meu querido professor e orientador Me. José Roberto Costa Jr. pela paciência e conhecimento repassado, pelo apoio acadêmico do qual me ajudou a crescer intelectualmente e pela simplicidade de suas palavras de conselho e de uma maneira especial por ter aceitado ser meu orientador e ter me apresentado a Teoria de van Hiele da qual me chamou a atenção por envolver o ensino da Geometria.

Não poderia deixar de mencionar o meu carinho pelos professores Me. Fernando Luiz e Dr. Lamartine por se demonstrarem ao longo do curso: profissionais, amigos e o jeito ‘paizão’, motivos estes de serem participantes desta banca.

“Até aqui nos ajudou o Senhor.” 1 Samuel 7:12

“Atribuo especial importância à visão que tenho da Geometria, porque sem ela eu não teria sido capaz de formular a teoria da relatividade.” Albert Einstein

RESUMO

Na educação básica, a Geometria é um ramo da Matemática que tem importância fundamental para a formação intelectual de futuros profissionais. Nossa experiência como professores do Ensino Básico, bem como a atuação na disciplina de Estágio Supervisionado e no Curso de Extensão Pré-Vestibular na Universidade Estadual da Paraíba, revelaram o quanto os alunos sentem dificuldades em compreender definições e, mais ainda os conceitos geométricos. Constatações como estas leva-nos a supor que existe uma ausência do ensino da Geometria desde os anos iniciais. Tal ausência pode ser atribuída a vários fatores, alguns, inclusive, relacionados à formação docente. Em nosso estudo, apresentamos o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, cujos pressupostos teóricos embasam o presente trabalho. O objetivo dessa pesquisa é analisar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus I – Campina Grande, utilizando o modelo de Van Hiele. Metodologicamente, nossa pesquisa apresenta características de um estudo qualitativo, abordando também, aspectos quantitativos, no qual aplicamos um questionário e uma sequência de atividades que abordaram conceitos geométricos. Os resultados indicam desempenhos satisfatórios no que se refere à compreensão dos conceitos geométricos, no entanto percebemos a necessidade de aprofundamento com relação ao ensino da Geometria por parte dos envolvidos neste estudo.

Palavras-Chave: Pensamento Geométrico, Educação Matemática, van Hiele.

ABSTRACT

In the basic education, geometry is a segment of the Mathematics that has fundamental importance for the intellectual formation of future professionals. Our teaching experience in the basic education, the activities developed while taking the Supervised Training class and the observation of the Pre-College extension courses at Universidade Estadual da Paraíba, has revealed how students find it difficult to understand definitions, and more specifically geometric concepts, a fact that allows us to conclude that there is a deficiency in the teaching of geometry in the first years of school. Such absence can be attributed to several factors, some even related to teacher education. In our study, we present Van Hiele's development model of geometrical thinking, whose theoretical assumptions underlying the present work. The aim of this study is to analyze the level of development of geometric thinking of a group of graduating students in Mathematics from the Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus I, Campina Grande –, using Van Hiele’s model. Methodologically, we developed a qualitative study, in which we applied a questionnaire and a sequence of activities that addressed geometric concepts. The results indicate satisfactory performance as regards the understanding of geometrical concepts, however the need for further noticed with respect to the teaching by the geometry involved in this study.

Keywords: Geometric Thinking, Mathematics Education, van Hiele.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EF	Ensino Fundamental
EI	Ensino Infantil
EM	Ensino Médio
ES	Ensino Superior
MMM	Movimento da Matemática Moderna
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Geometria é o ramo da ciência Matemática com importância fundamental no ensino básico para a formação intelectual do futuro profissional. Seu estudo está relacionado às formas planas e espaciais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p.39) mencionam que a Geometria ajuda o aluno a compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vivem.

Devido às experiências em sala de aula, presenciamos as dificuldades dos alunos em Geometria e, de certa forma, percebemos nos alunos, um certo interesse ao falar sobre esse assunto. Por meio da nossa experiência de ensino de professores do Ensino Básico como também na disciplina de Estágio Supervisionado e no Curso de Extensão Pré-Vestibular, percebemos o quanto os alunos sentem dificuldades em compreender definições e mais ainda os conceitos geométricos, o que de certa forma nos leva a supor que existe uma ausência do ensino da Geometria no Ensino Básico, conforme apontam os estudos de PAVANELLO (1993), LORENZATO (1995), entre outros.

Essa exclusão da Geometria inicia-se com a prática dos próprios professores do Ensino Básico, relacionado a alguns fatores que faz com que o Ensino Básico seja defasado e até mesmo o despreparo por consequência de uma má formação nesse ramo, como também a falta de recursos didáticos, sejam os materiais manipuláveis ou recursos tecnológicos, que consequentemente levam os alunos a uma melhor compreensão dos conceitos geométricos.

O ensino da Geometria requer recursos, seja tecnológico ou didático. A utilização de recursos didáticos pode ser um meio de facilitar e possibilitar o aluno entender de forma motivada, não sendo apenas uma brincadeira em que tire o objetivo das aulas, mas faz com que o aluno compreenda, tirando a forma mecanizada e repetitiva de aprendê-la.

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um “aprender” mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e porque faz. Muito menos um “aprender” que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINI, 1990, p. 6)

É um desafio para o professor utilizar novas metodologias para o ensino da Matemática em geral e, em particular para o ensino da Geometria, no entanto nos sentimos prontos para aceitar esse desafio que na nossa concepção de ensino, proporcionará melhores resultados de aprendizagem por parte dos alunos. Não apenas inovando, como também motivando os alunos, mostrando que a matemática pode ser ensinada e ao mesmo tempo aplicada de uma forma “simpática”, tornando o aluno seguro e capacitado a compreender, sem ficar preso a memorizar fórmulas e mais fórmulas, mas compreender e até mesmo aplicar no cotidiano, buscando provocar uma mudança de concepção dos alunos que têm a imagem, da matemática como algo aterrorizante e desinteressante para se estudar.

O objetivo desse trabalho é analisar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus I – Campina Grande, utilizando o modelo de aprendizagem de van Hiele, em uma sequência de atividades elaboradas para este fim.

Definimos os seguintes objetivos específicos:

▪ Analisar a compreensão de conceitos geométricos por parte do grupo pesquisado;

▪ Conhecer indícios de suas concepções acerca do ensino de Geometria nos diferentes níveis de ensino;

▪ Compreender as causas das dificuldades dos concluintes referentes à Geometria.

A escolha do Ensino Superior se deu através das experiências como aluna da UEPB, motivação essa que teve origem com as dificuldades encontradas nas disciplinas de Tópicos de Geometria I e II, Desenho Geométrico cujos conteúdos eram essencialmente geométricos e nos Estágios Supervisionados, quando era necessário ministrar conteúdos geométricos. Nos últimos semestres, foi possível notar deficiências no pensamento geométrico dos alunos do curso de licenciatura, seja da Geometria Euclidiana ou não- Euclidiana.

A aplicação do modelo de aprendizagem de van Hiele requer compreensão de seus níveis para entendermos o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, assim temos uma contribuição de interesse para a comunidade acadêmica, em que alertamos sobre a deficiência que o futuro professor apresenta ao concluir o curso de Licenciatura em Matemática.

No capítulo II apresentamos o nosso referencial teórico sobre a importância do ensino da Geometria e o porquê de ensiná-la, bem como faremos uma descrição do Modelo de aprendizagem van Hiele mostrando alguns exemplos do uso do modelo e sua aplicação, responsável pelo embasamento deste trabalho. Trazemos também as implicações do modelo de van Hiele, mostrando que o aluno deve passar de um nível para outro de uma forma consecutiva. E também, apresentamos alguns aspectos do Projeto Político Pedagógico (PPP) do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB.

No capítulo III trazemos a nossa metodologia de pesquisa, definindo o tipo de estudo, bem como os procedimentos adotados para a realização da presente pesquisa.

No capítulo IV trazemos os resultados da pesquisa, bem como a análise e discussão dos mesmos à luz do nosso referencial teórico.

Por fim, apresentamos nossas considerações a respeito do trabalho realizado, as nossas referências, bem como os apêndices.

CAPÍTULO II
A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA

Apresentamos nesse capítulo algumas discussões sobre a importância do ensino de Geometria no ensino básico, bem como a problemática existente no que se refere à Geometria na formação docente. Em seguida, delineamos o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, cujos pressupostos teóricos embasam o presente trabalho.

2.1 Aspectos teóricos acerca do ensino da Geometria

O ensino da Geometria tem estado ausente das salas de aula, devido a alguns fatores relacionados à formação do professor: "Será que o ensino da Geometria tem sido suficiente para os futuros professores?", "Será que os mesmos tem tido uma formação básica bem elaborada?". Esta preocupação tem sido uma constante entre os educadores matemáticos. Segundo Lorenzato (1995), são inúmeras causas, mas existem duas que estão afetando diretamente a sala de aula do ensino de Geometria. Uma delas é o fato de que a maioria dos professores não detém os conhecimentos geométricos para a sala de aula e, ainda assim, se dispõem a ensiná-la sem conhecê-la ou simplesmente, não ensinam. A outra causa é a exagerada importância é dada ao livro didático, como também, a falta de formação continuada dos professores devido a exaustivas jornadas de trabalho.

Na maioria dos livros didáticos, o conteúdo geométrico aparece nos últimos capítulos, o que acaba sendo motivo para a não realização do ensino da mesma. Dessa forma essa disciplina se torna invisível no ensino básico. Tal fato se dá em especial nas escolas públicas, pois algumas escolas particulares, não sobrecarregam os professores de matemática, colocando assim um professor de Álgebra e um de Geometria, com a carga horária de três aulas de Álgebra e duas de Geometria para cada ano, porém não são descartadas as dificuldades nesta disciplina.

> O gradual abandono do ensino da Geometria, verificado nestas últimas décadas, no Brasil, é um fato que tem preocupado bastante os educadores matemáticos brasileiros e que, embora reflita uma tendência geral, é mais evidente nas escolas públicas, principalmente após a promulgação da Lei 5692/71 (PAVANELLO, 1993, p.7).

Um fato histórico também contribuiu para o abandono da Geometria no Ensino Básico, que foi o Movimento da Matemática Moderna - MMM. Na década de 60, o ensino da

Matemática no Brasil sofreu grandes mudanças, no nível ginasial e secundário, respectivamente o EF e EM, dando origem às dificuldades no ensino da Geometria e dando mais ênfase ao ensino de Álgebra.

> O movimento da Matemática Moderna também tem sua parcela de contribuição no atual caos do ensino da Geometria: antes de sua chegada ao Brasil o nosso ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo com demonstrações. A proposta de ensino da matemática moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até os dias de hoje (LORENZATO, 1995, p.3).

Apesar dessas causas, cabe a nós professores de Matemática, pôr em prática o ensino da Geometria, porque como saberemos ensiná-la se não a aprendemos? Não que seja uma solução única, pois o ensino da Matemática ou de qualquer outra ciência terá outras dificuldades e desafios em suas práticas pedagógicas.

2.2 Por que não ensinar Geometria?

A Geometria é um dos ramos da Matemática de grande importância não apenas para a formação acadêmica da área da Matemática, mas também para outras ciências, a exemplo da Física e da Química; do profissional formado como Engenheiro e Arquiteto bem como do cotidiano da maioria das pessoas; nas profissões mais simples, porém necessárias para a sociedade, como costureira, pedreiro, etc. Apesar de ter sua importância ressaltada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, o ensino da Geometria, ainda tem sido considerado omisso das salas de aula, seja por despreparo do professor, seja por mau uso do livro didático ou pela herança do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, que em sua essência priorizava mais o ensino da Álgebra.

Desde a antiguidade a Geometria está presente no convívio da sociedade, para ser utilizada a partir das necessidades do homem, seja para medir, construir ou reconhecer formas, calcular áreas e volumes; e ainda sobre o estudo do espaço.

> A Geometria foi desenvolvida a partir da necessidade de medir terras, construir casas, templos e monumentos, navegar, calcular distâncias. Através dos tempos, os seus registros estão presentes nos legados de todas as civilizações: babilônios, egípcios, gregos, chineses, romanos, hindus, árabes utilizaram as formas geométricas no seu dia-a-dia. (CÂNDIDO E GALVÃO, 2004, P.5)

Dessa forma, é importante o ensino da Geometria nos anos iniciais, para que a criança tenha um senso sobre o espaço e conhecimentos das formas geométricas.

> Em termos de prática pedagógica, as crianças devem realizar inúmeras experiências, ora com o próprio corpo, ora com objetos e ora com imagens; para favorecer o desenvolvimento do senso espacial das crianças é preciso oferecer situações onde elas visualizem, comparem e desenhem formas: é o momento de dobrar, recortar, moldar, deformar, montar, fazer sombras, decompor, esticar, para em seguida relatar e desenhar; é uma etapa que pode parecer mero passatempo, porém é de fundamental importância (LORENZATO, 1995, p.3).

A Geometria está diretamente relacionada aos aspectos didático-pedagógicos do processo de ensino aprendizagem, seja com a Aritmética ou a Álgebra, relacionando conceitos, propriedades e problemas que podem ser explicados por esta disciplina.

2.3 O modelo de aprendizagem de Van Hiele

O modelo de Aprendizagem de van Hiele originou-se de uma tese de doutorado do casal holandês Pierre M. van Hiele e Dina van Hiele-Geldof. A sua teoria, foi inicialmente aplicada no ensino secundário, como também aplicado em cursos de Geometria. Após o término da tese do doutorado, Dina faleceu, porém Pierre deu continuidade e esclarecimento dos níveis, fases e as propriedades do referido modelo.

Na metade da década de 1960, na União Soviética, o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico tornou-se base para a elaboração de um novo currículo de Geometria, sendo utilizado também no projeto Wiskobas (1971) no desenvolvimento curricular. Através de traduções dos artigos por van Hiele para o inglês, foi que o modelo se tornou conhecido.

Tendo o apoio em práticas adequadas, a teoria estabelece que no processo de aprendizagem dos conceitos geométricos, o aluno passa por cinco níveis de raciocínio sequenciais e ordenados. Para isso, a assimilação dos conceitos e propriedades é necessária para que o aluno domine o nível anterior.

Os van Hiele afirmam que o progresso ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da idade ou da maturidade do aluno e propuseram cinco fases de aprendizagem. Afirmam que a instrução desenvolvida de acordo com essa sequência promove a aquisição de cada um dos níveis.

2.4 O desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele

Segundo Walle (2009), os cinco níveis do modelo de aprendizagem de van Hiele descrevem os processos de pensamento e quais os tipos de ideias geométricas que pensamos mais do que a quantidade de conhecimento ou de formação que temos em cada nível. A diferença de um nível para outro nível são os objetos de pensamento, em que somos capazes de operar geometricamente. Para alguns estudiosos os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele vão do nível 0 ao nível 4, enquanto para outros eles iniciam no nível 1 e vão até o nível 5. A nossa perspectiva teórica sobre o assunto está baseada em Walle (2009) que descreve os níveis de 0 a 4 conforme mostramos a seguir:

Nível 0: Visualização

Segundo Walle (2009) os objetos de pensamento no nível 0 são as formas e "o que elas parecem, ou seja, neste nível, os alunos reconhecem e nomeiam as figuras, baseando-se em suas características globais e visuais; são capazes de comentar sobre as propriedades das formas, porém é a aparência da forma que a define. Eles podem perceber como as formas são parecidas e diferentes, não especificando suas propriedades geométricas, comparando com as formas geométricas, e utilizando vocabulário simples para descrever as figuras.

> Os estudantes nesse nível irão agrupar e classificar formas, baseados em suas aparências – "Eu coloquei essas formas juntas porque elas são todas pontudas" (ou "gordas" ou " se parecem com uma casa", ou são "dentadas", e assim por diante) (WALLE, 2009, p. 440).

De acordo com Walle (2009) os produtos de pensamento no nível 0 são classes ou agrupamentos de formas que são "parecidas".

O objetivo principal é a exploração das formas, sejam parecidas ou diferentes e a partir dessas ideias criar classes de formas, com nomes e propriedades de uma maneira informal e observacional.

Nível 1: Análise

Segundo Walle (2009) os objetos de pensamento no nível 1 são as classes de formas, mais do que as formas individuais.

No nível 1, os alunos são capazes de identificar as formas em uma classe. Os alunos analisam as características das figuras observadas, identificando suas partes, suas propriedades geométricas como também suas consequências, utilizando as propriedades para a resolução de problemas, demonstrando através de exemplos.

> Os estudantes operando no nível 1 podem ser capazes de listar todas as propriedades de quadrados, retângulos e paralelogramos, mas não percebem que esses são subclasses de outra classe, que todos os quadrados são retângulos e todos os retângulos são paralelogramos. Ao definir uma forma, os pensadores no nível 1 vão provavelmente, listar as muitas propriedades de uma forma que conhecem (WALLE, 2009, p. 441).

De acordo com Walle (2009) os produtos de pensamento no nível 1 são as propriedades das formas.

O objetivo desse nível é classificar as formas conforme as propriedades encontradas.

Nível 2: Dedução Informal

Segundo Walle (2009) os objetos de pensamento no nível 2 são as propriedades das formas. Nesse nível, quando os alunos conseguem pensar sobre as propriedades dos objetos geométricos sem as restrições de um objeto particular, eles conseguem desenvolver relações entre as propriedades. Os alunos conseguem relacionar entre as propriedades de uma figura e compará-las com outra figura. Como por exemplo: o quadrado é um retângulo, pois o mesmo possui as propriedades de um retângulo. Os alunos também realizam classificações, definem conceitos, possuem raciocínio dedutivo informal, como entender uma demonstração, por exemplo, porém não sabem elaborar uma demonstração formal completa.

> Por exemplo, "quatro lados congruentes e um ângulo reto" pode ser suficiente para definir um quadrado. Retângulos são "paralelogramos com um ângulo reto". As observações vão além das próprias propriedades e começam a enfocar os argumentos lógicos sobre as propriedades. (WALLE, 2009, p. 442)

De acordo com Walle (2009) os produtos de pensamento no nível 2 são relações entre as propriedades de objetos geométricos.

O objetivo desse nível é o raciocínio lógico informal, em que os alunos desenvolvem uma compreensão de várias propriedades das formas. Nesse momento, seria interessante o aluno fazer conjecturas e questionamentos em cima dessas propriedades.

Nível 3: Dedução

Segundo Walle (2009) os objetos de pensamento no nível 3 são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos.

No nível 3, os alunos são capazes de responder se as conjecturas questionadas no nível anterior são verdadeiras, necessitando de um sistema lógico, trabalhando com sentenças abstratas sobre as propriedades geométricas, estabelecendo conclusões na base da intuição. Os alunos conseguem diferenciar postulados, teoremas e definições, como também elaborar demonstrações formais sem memorizá-las, percebendo que existem diferentes formas de demonstrar e de formular problemas com linguagem adequada.

> Um estudante operando no nível 3 pode claramente observar que as diagonais de um retângulo bissectam uma a outra, como um de um nível de pensamento inferior também poderia (WALLE, 2009, p.443).

De acordo com Walle (2009) os produtos de pensamento do nível 3 são sistemas axiomáticos dedutivos para a Geometria. O objetivo desse nível é provar a partir de vários argumentos dedutivos as propriedades geométricas.

Nível 4: Rigor

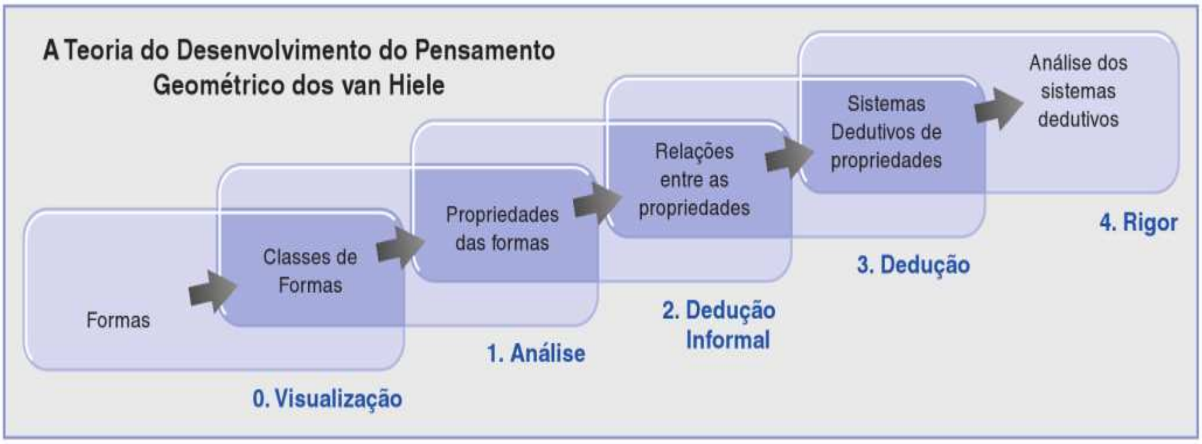
Segundo Walle (2009) os objetos de pensamento no nível 4 são os sistemas dedutivos axiomáticos para a Geometria.

O nível 4 é o nível mais elevado do modelo de van Hiele. Geralmente é o nível de um especialista em Matemática no Ensino Superior que tenha como área específica a Geometria. O nível é direcionado aos sistemas axiomáticos, considerando as suas relações e distinções entre os seus diferentes sistemas axiomáticos. Apesar de ser um nível pouco explorado pelos pesquisadores, van Hiele afirma que o interesse seria nos três primeiros níveis, pois o desenvolvimento do modelo surgiu a partir do ensino secundário.

Operando nesse nível, o aluno é capaz de compreender uma demonstração formal, fazendo comparações entre diferentes sistemas axiomáticos. De acordo com Walle (2009) os produtos de pensamento no nível 4 são comparações e confrontos entre os diferentes sistemas axiomáticos da Geometria.

Os produtos de pensamento de cada nível se tornam os objetos de pensamento do nível seguinte. A relação objeto-produto entre os níveis está ilustrada na figura abaixo. Os objetos (níveis) devem ser criados em um nível de modo que as relações entre esses objetos possam se tornar o foco do nível seguinte (WALLE, 2009, p. 443).

FIGURA 1: diagrama dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele



Fonte: Figura extraída de Walle 2009.

2.5 Propriedades do modelo

Para a compreensão do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico é necessário conhecer as características de cada nível.

Sequencialidade – é necessário que o aluno siga a sequência dos níveis. Não há como estar no nível 1 sem ter passado no nível 0. A idade independe para se passar de um nível para outro. O aluno pode se encontrar em níveis diferentes com conteúdos diferentes.

Linguagem – para cada nível é necessária uma linguagem específica para a compreensão e interpretação do aluno. Devido ao mau uso da linguagem o objetivo almejado não será alcançado.

Localidade dos níveis - o aluno pode estar em níveis diferentes com relação a assuntos diferentes, porém algumas pesquisas comprovaram que alguns desses alunos podem ter uma progressão de nível em outro assunto com menos tempo e esforço.

Continuidade de níveis – de acordo com van Hiele, o aluno passa de um nível para outro de forma brusca, mas algumas pesquisas realizadas indicaram que existe uma fase de transição.

Fases de Aprendizado – São cinco fases sequenciais de aprendizado para cada nível. O aluno que estiver na quinta fase alcançará um nível superior.

a) Fase 1: interrogação ou informação – verificar quais são as habilidades prévias do aluno diante do objeto estudado, tomando cuidado na simbologia utilizada.

b) Fase 2: Orientação dirigida – utiliza-se materiais ordenados numa sequência de grau de dificuldade. Espera-se respostas específicas percebendo propriedades, conceitos e definições.

c) Fase 3: Explicitação – É a troca de experiências. A experiência das fases anteriores de forma escrita ou oral. Determinando um acordo relacionado ao conteúdo estudado.

d) Fase 4: Orientação Livre – Formalizar o conceito através de resolução de problemas.

e) Fase 5: Integração – os alunos fazem uma análise e resumem o que aprenderam.

2.6 O modelo Van Hiele em Projetos de Pesquisa

Na década de 1970, os Estados Unidos, empenhados em solucionar problemas relacionados ao ensino de Geometria da escola secundária, passam a recomendar o modelo de van Hiele como suporte para o ensino da Geometria. No entanto, era uma forma de testar sua competência, viabilidade e a sua utilidade de aplicação. De muitos projetos, três trabalhos de pesquisa ficaram mais conhecidos: Projeto de Brooklin, Projeto de Chicago e o Projeto de Oregon.

a) Projeto de Brooklin

Os objetivos do Projeto de Brooklin era desenvolver e documentar os níveis do modelo, a partir dos artigos publicados em holandês traduzidos para o inglês – o que contribuiu com a divulgação do mesmo – avaliando os alunos em que níveis se encontravam de 6ª a 9ª séries (crianças entre 11 a 15 anos de idade); analisando também os livros e o material didático em que níveis se encontravam de acordo com o modelo de aprendizagem; como também determinando professores para a identificação dos níveis dos seus alunos.

b) Projeto de Chicago

O Projeto de Chicago foi orientado por Zalman Usiskin, avaliando 2700 alunos do ensino secundário com vários testes, sendo aplicados antes e depois do modelo de van Hiele no ensino de Geometria. Tendo como objetivo a observação do nível antes e depois da aplicação; determinando se o nível admite corretamente um bom/mau resultado do aluno; apontando relações e diferenças entre os níveis de raciocínio aplicados.

c) Projeto de Óregon

O Projeto de Óregon avaliou 48 estudantes da escola básica com entrevistas orais para investigar os níveis de raciocínio no ensino de Geometria, tendo como conteúdos quadriláteros e triângulos.

2.7 O Senso Espacial e o Conteúdo Específico

Os objetivos da Geometria estão relacionados em dois referenciais: o raciocínio espacial (ou senso espacial) e o conteúdo específico os quais são habitualmente utilizados nos objetivos das instituições públicas. Para isso é necessário compreender os aspectos do senso espacial e do conteúdo específico para orientar os alunos na ampliação e no desenvolvimento geométrico.

Segundo Walle (2009) o senso espacial se dá ao modo como os alunos pensam ou raciocinam sobre formas e espaços, e que pode ser definido como uma intuição, ou sensibilidade sobre formas e as relações entre as formas. O aluno com senso espacial possui uma sensibilidade para os aspectos geométricos e para as formas dos objetos em seu cotidiano. Dessa forma, o aluno terá uma habilidade para visualizar mentalmente objetos e relações espaciais. Indivíduos com senso espacial apreciam formas geométricas na arte, na natureza e na arquitetura, pois são capazes de usar ideias geométricas para descrição e análise de seu ambiente.

O conteúdo específico se refere ao seu sentido mais tradicional – como simetria, triângulos, retas paralelas, etc. Os Padrões em Geometria nos Princípios e Padrões é um guia utilizado para o currículo da Educação Infantil ao Ensino Médio, possuindo uma série de objetivos que são aplicados em todas as séries de ensino. Os quatro objetivos para a Geometria com os temas são: Formas e Propriedades, Transformação, Localização e Visualização.

a) Formas e Propriedades: estudo das propriedades das formas nas dimensões bidimensional e tridimensional e o estudo das relações construídas entre as propriedades.
b) Transformação: Estudo de translação, reflexões, rotações, simetria e conceito de semelhança.
c) Localização: estudo da Geometria de coordenadas no plano ou no espaço.

d) Visualização: estudo do reconhecimento de formas no ambiente, o desenvolvimento de relações entre objetos bidimensional e tridimensional, habilidade de desenhar e reconhecimento de objetos diferentes.

2.8 As implicações da teoria para o ensino da Geometria

Um aluno do EF deve desenvolver o pensamento geométrico para a Geometria dedutiva do EM. Nesse caso é importante que tenha se desenvolvido ao nível 2 ao final do 9º ano do EF. Portanto, dessa forma um aluno do ES, deve apresentar o pensamento geométrico dedutivo e axiomático (se possível), ao final do curso de Matemática.

Segundo Walle (2009) a forma como os professores abordam os conteúdos geométricos nem sempre é eficaz para que o aluno desenvolva o pensamento geométrico (experimental ou dedutivo) de um nível para o outro, mas devem perceber algum traço de desenvolvimento do pensamento geométrico durante o ano, tendo a necessidade de ensinar conforme o nível geométrico do aluno.

O desenvolvimento do pensamento geométrico é o objetivo fundamental do currículo do EF e para isso, devemos organizar as atividades educacionais do ensino da Geometria da seguinte forma:

TABELA 1: Atividades Educacionais no Nível 0

Nível 0
- Envolver agrupamentos e classificações. - Observar como as formas são parecidas e diferentes, é o foco primário. - Na medida em que propriedades tais como simetria e quantidade de lados e "cantos" forem introduzidas, os alunos devem ser desafiados a usar esses aspectos para classificar formas; - Incluir uma variedade suficiente de exemplos das formas, de modo que os aspectos irrelevantes não se tornem importantes. Os alunos precisam de oportunidades para desenhar, construir, fazer, compor e decompor formas em espaços bi e tridimensionais.

Fonte: Walle, 2009.

Dessa forma, o auxílio do professor fará com que o aluno seja desafiado a verificar se as observações feitas sobre uma forma particular se aplicam a outras formas do mesmo tipo ou semelhante (Walle, 2009). Portanto, o professor estará contribuindo para que o aluno avance para o nível seguinte.

TABELA 2: Atividades Educacionais no Nível 1

Nível 1
- Enfocar mais as propriedades das figuras do que a simples identificação das mesmas; - Aplicar ideias a uma classe inteira de figuras (por exemplo, todos os retângulos, todos os prismas...) em vez de aplicar aos modelos individuais; - Analisar as classes de figuras para determinar novas propriedades; por exemplo: "Encontre maneiras de selecionar triângulos em grupos".

Fonte: Walle, 2009.

O professor nesse nível irá auxiliar o aluno desafiando com questões que envolvam raciocínio. Por exemplo: "Por quê?" e "Se os lados de uma forma de quatro lados são todos congruentes, você sempre terá um quadrado?" (Walle, 2009). Portanto, o professor estará contribuindo para que o aluno avance para o nível seguinte.

TABELA 3: Atividades Educacionais no Nível 2

Nível 2
- Encorajar a elaboração e testagem de hipóteses ou conjecturas: "Você acha que isso funciona o tempo todo?", "Isso é verdadeiro para todos os triângulos ou apenas para os equiláteros?"; - Examinar as propriedades das formas para determinar as condições necessárias e suficientes para diferentes formas ou conceitos: "Que propriedades das diagonais você considera para garantir a obtenção de um quadrado?"; - Usar a linguagem da dedução informal: todos, alguns, nenhum, se... então, etc.; - Encorajar os alunos a tentar estabelecer provas informais.

Fonte: Walle, 2009.

2.9 O Projeto Político Pedagógico do curso de Matemática da UEPB

Antes de aplicarmos o modelo de van de Hiele, entendemos ser de grande importância conhecer a grade do curso de Licenciatura Plena em Matemática.

As disciplinas do ramo da Geometria estão inseridas nas Atividades Básicas correspondendo a cinquenta por cento do curso e que são: Desenho Geométrico, Tópicos de Geometria I, Tópicos de Geometria II; e nas Atividades Didático- Pedagógicas: Estágio Supervisionado e Prática Pedagógica no Ensino da Matemática.

A disciplina de Desenho Geométrico, conforme o PPC da UEPB, é lecionada no quarto semestre pelo período diurno e no quinto semestre pelo período noturno, tendo uma carga horária de 66h com as seguintes ementas e objetivos:

TABELA 4: Ementa e Objetivos da Disciplina de Desenho Geométrico

EMENTA
Construções Geométricas Fundamentais. Concordâncias. Escalas. Sistemas de Projeções. Estudo da Reta e do Plano no espaço tridimensional. Poliedros. Superfícies curvas. Superfícies de revolução. Noções sobre propriedade topográficas das figuras. Estudo dos Sólidos.
OBJETIVOS
- Introdução do aluno no exercício do desenho, desenvolvendo sua capacidade de expressão gráfica, dimensão, precisão. - Habilitar o aluno a visualizar e representar os objetos por suas vistas ortogonais, como também representar os objetos utilizando a perspectiva. - Desenvolver a teoria e a representação gráfica bem como lidar e aprofundar os conhecimentos básicos da Geometria Euclidiana tridimensional sobre retas, planos, diedros e triedros. Ampliar conhecimentos sobre poliedros e corpos redondos.

Fonte: PPC/UEPB/Matemática, 2006.

De acordo com o PPC do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB, o primeiro contato que o aluno de graduação tem com a Geometria, é no quarto/quinto semestre, com a disciplina de Desenho Geométrico. Nesse caso, se aplicarmos o modelo de van Hiele, os alunos estarão ainda no nível 3, que seria o nível indicado para o EM.

Na disciplina de Desenho Geométrico, o aluno irá desenvolver sua capacidade de expressão gráfica, dimensão e precisão, dessa forma, aprenderá a manusear os instrumentos utilizados como a régua graduada, os esquadros e o compasso.

Na disciplina de Tópicos de Geometria I, os alunos retomarão o pensamento geométrico lógico, ou ainda uma Geometria axiomática. Essa disciplina é lecionada no quinto/sexto semestre do curso de Matemática da UEPB, com 66h de carga horária.

TABELA 5: Ementa e Objetivos da Disciplina de Tópicos de Geometria I

EMENTA
Segmento; ângulo. Triângulos: congruência e desigualdades. Paralelismo e perpendicularidade de retas. Pontos notáveis do triângulo. Teorema de Tales. Semelhança de triângulos, retângulos... Circunferência e Circulo. Ângulo quaisquer. Quadriláteros notáveis. Polígonos e Polígonos regulares. Comprimento da circunferência. Área. Área de figuras planas.
OBJETIVOS
- Adquirir capacidade de desenvolvimento lógico; - Contextualizar a Geometria trazendo o universo para a sala de aula e retornando com o conhecimento adquirido a fim de melhor se situar no mundo físico em que vive; - Aquisição do conhecimento formal de Geometria plana para melhor desempenho de suas funções como professor e orientação a seus alunos; - Aplicabilidade dos conhecimentos da Geometria em outras disciplinas do curso; - Formar os conceitos de Geometria plana a fim de melhor defini-los, quando possível; - Estabelecer, intuitivamente as relações entre os elementos básicos da Geometria plana; - Estabelecer, como linguagem matemática, intima relação entre a realidade e o pensamento formal; - Pesquisar e desenvolver metodologias que contemplem a investigação matemática.

Fonte: PPC/UEPB/Matemática, 2006.

Na disciplina de Tópicos de Geometria II, lecionada no sexto/sétimo semestre, com uma carga horária de 66h, dando continuidade a disciplina anterior.

TABELA 6: Ementa e Objetivos da Disciplina de Tópicos de Geometria II

EMENTA
Posição relativa entre retas, planos e entre retas e planos no espaço. Paralelismo e perpendicularidade de planos, retas e de retas e planos. Ângulo entre retas e planos e entre planos. Diedros. Triedros. Poliedros. Fórmula de Euler. Poliedros de Platão. Prisma.

Paralelepípedo, Pirâmide. Cilindro. Cone. Seções cônicas. Esfera. Seções. Fuso. Cunha. Áreas e volumes de paralelepípedos, pirâmides, cilindros, cones e esferas.
OBJETIVOS
- Adquirir visão espacial do mundo em que o rodeia, estabelecendo a íntima relação com os elementos da Geometria Espacial; - Adquirir capacidade de desenvolvimento lógico; - Contextualizar a Geometria trazendo o universo para a sala de aula e retornando com o conhecimento adquirido a fim de melhor se situar no mundo físico em que vive; - Aquisição do conhecimento formal de Geometria espacial para o melhor desempenho de suas funções como professor e de orientação de seus alunos; - Aplicabilidade dos conhecimentos da Geometria em outras disciplinas do curso; - Aplicabilidade da Geometria espacial em outros ramos do conhecimento humano; - Formar os conceitos de Geometria espacial a fim de melhor defini-los;

Fonte: PPC/UEPB/Matemática, 2006.

A nossa intenção em conhecer melhor as ementas, bem como os objetivos das disciplinas de Geometria do curso é verificar se os conteúdos previstos auxiliam no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, independente do nível em que se encontram segundo modelo de van Hiele.

Nas disciplinas de Estágio Supervisionado (I, II, II e IV) e de Prática Pedagógica no Ensino da Matemática (I, II, III, IV e V), o uso do ensino da Geometria dependerá do conteúdo onde o professor da escola se encontra.

De acordo com Walle (2009), o nível 0 está relacionado com as formas, agrupamentos e classificações e o nível 1 está relacionado às propriedades. Nesses níveis, por exemplo, podemos observar os seguintes conteúdos: segmento; ângulo; triângulos: congruência e desigualdades; paralelismo e perpendicularidade de retas; pontos notáveis do triângulo; teorema de Tales; semelhança de triângulos, retângulos; circunferência e círculo; ângulos quaisquer; quadriláteros notáveis; polígonos e polígonos regulares; comprimento da circunferência; área de figuras planas. Esses conteúdos contribuem para a preparação do futuro professor de matemática do EF e EM, observando que a maioria desses conteúdos vem desde o ensino básico. Tendo uma boa base, o aluno ingressante no ES, não terá dificuldades para visualizar, deduzir e analisar. Lembrando que nem todos os alunos ingressantes no ES tiveram oportunidade de verem os conteúdos básicos relacionados à Geometria.

Com aplicação de questionários aos alunos concluintes do curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB, buscamos identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico desses alunos com relação aos conceitos geométricos estudados no Ensino Básico e, a partir daí verificar as contribuições que o Ensino de Geometria no nível superior proporcionou com relação ao pensamento geométrico desses alunos.

CAPÍTULO III
ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos o tipo de pesquisa desenvolvida para a realização do presente estudo, bem como descreveremos os procedimentos que foram adotados na busca de atingirmos os nossos objetivos de estudo.

3.1 O tipo de estudo

No intuito de analisar a compreensão de conceitos geométricos por parte de alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, desenvolvemos um estudo que apresenta características de uma pesquisa qualitativa, tendo em vista que buscaremos realizar essa análise baseada nas respostas dos alunos à luz da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele.

Para que uma pesquisa apresente característica qualitativa, Bodgan e Biklen (1994) explicam que ela deve ter o investigador como instrumento principal na obtenção de dados; ser descritiva; dar ênfase mais aos processos que aos resultados ou produtos obtidos. Sendo assim, é com essa visão de método que realizamos nossa pesquisa e damos início aos procedimentos metodológicos.

3.2 Procedimentos Metodológicos

Para a realização deste trabalho, passamos pelas seguintes fases: delimitação do tema, revisão da literatura, escolha dos sujeitos da pesquisa, desenvolvimento da pesquisa (aplicação do questionário e das atividades) e análise dos dados.

3.2.1 Delimitação do tema

“Qual o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática?”

3.2.2 Revisão da Literatura

Utilizamos monografias, artigos e livros relacionados ao tema deste trabalho, abordando principalmente Walle (2009) sobre a utilização do modelo de van Hiele.

3.2.3 Sujeitos da pesquisa:

A pesquisa foi realizada com os alunos concluintes dos semestres finais do curso (oitavo/nono semestre) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB.

3.2.4 Desenvolvimento da Pesquisa

Primeiramente será aplicado um questionário de pesquisa que procura conhecer aspectos relacionados à experiência dos alunos com a Geometria, desde os seus primeiros anos escolares até o presente, contendo dez questões. O questionário foi enviado por e-mail, no período de 20/07/2015 a 26/07/2015. Sendo questões qualitativas e quantitativas, o e-mail foi uma ferramenta de grande utilidade e de fácil acesso para a realização desta pesquisa.

Em seguida, teremos a aplicação das atividades educacionais relacionadas ao modelo de van Hiele, para assim analisarmos os dados da pesquisa; contendo onze questões de conteúdos geométricos, com aplicação presencial e sem consulta, no período de Julho/2015 a Agosto/2015.

3.2.5 Análise dos dados

A análise dos dados ocorrerá da seguinte forma: a correção das atividades, a descrição da resposta e o nível em que os alunos se encontram, segundo o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele.

CAPÍTULO IV
RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo apresentaremos os resultados da pesquisa realizada com os alunos concluintes do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Primeiro, apresentamos os resultados do questionário aplicado e, posteriormente os resultados da atividade aplicada, bem como a análise e discussão desses resultados à luz da teoria escolhida para tal fim.

4.1 Análise dos dados (Questionário)

Para verificarmos sobre a aprendizagem da Geometria dos alunos do último ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB, propusemos um questionário para averiguar a sua relação e conhecimento ao ensino e aprendizagem da Geometria. O questionário foi composto por dez questões, sendo cinco abertas e quatro fechadas cujas respostas receberão tratamento tanto qualitativo quanto quantitativo.

O instrumento de coleta de dados do questionário foi aplicado a oito alunos da Universidade Estadual da Paraíba do último ano do curso, alguns inclusive, faltando apenas o componente curricular TCC, nesse caso todos já passaram pelas componentes curriculares da Geometria.

As questões de 1 a 4 são as questões de caráter quantitativo. Os gráficos a seguir apresentam as respostas dos alunos relacionadas à sua formação básica e a sua relação e conhecimento ao ensino e aprendizagem de Geometria.

QUESTÃO 1: Em qual instituição você frequentou no Ensino Médio?

A questão 1 nos oferece a formação básica de cada aluno entrevistado, ou seja se concluíram o EM a saber em instituição pública, particular, técnico ou outro.

Dos oito alunos entrevistados, 50% concluíram o EM em instituição pública, 25% concluíram em instituição particular, 12,5% concluíram em ensino técnico e 12,5% concluíram parte em pública e parte em particular.

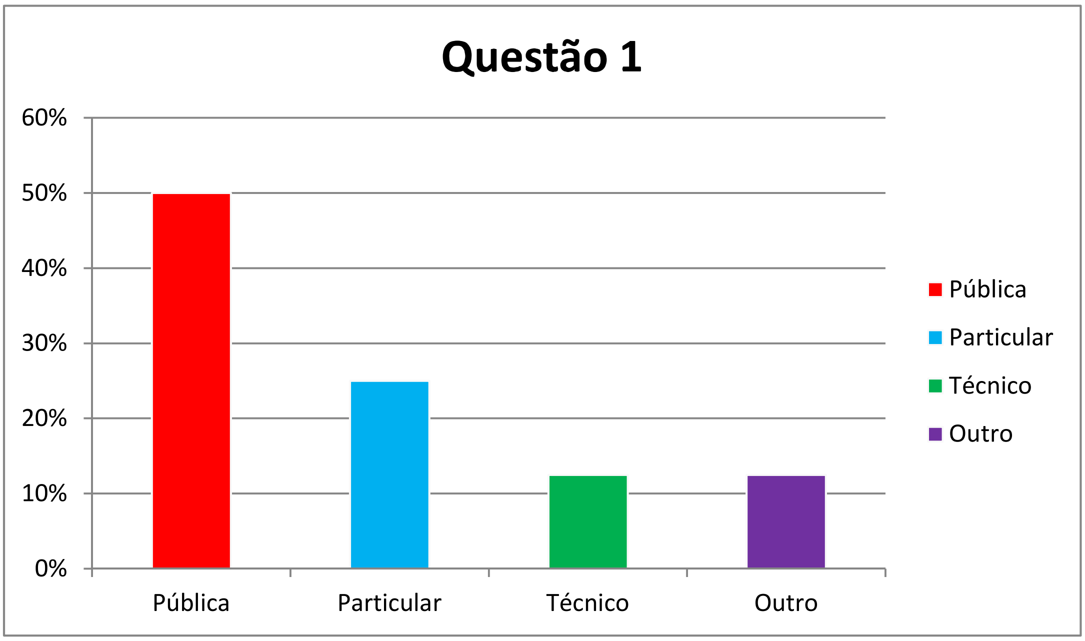


FIGURA 2: Análise quantitativa da questão 1

QUESTÂO 2: Em que nível de ensino você recebeu as primeiras noções de Geometria?

A questão 2 nos orienta em qual nível de ensino o aluno teve seu primeiro contato com Geometria, 37,5% deles no EF 1, com 12,5% no EI, 25% no EF 2 e no 25% ES.

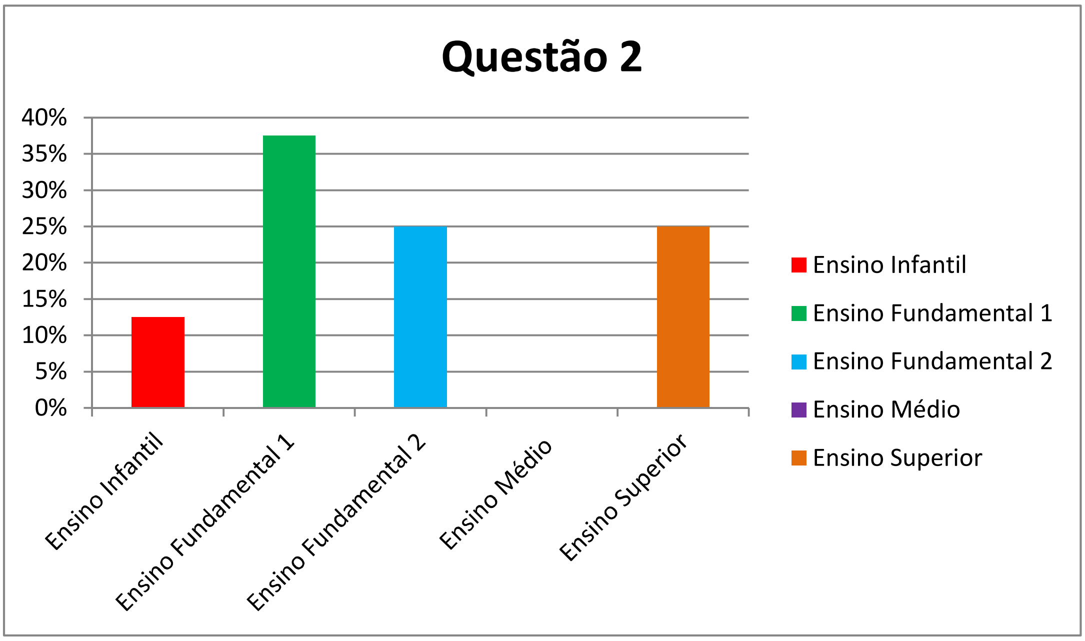


FIGURA 3: Análise quantitativa da questão 2

QUESTÃO 3: Qual ramo da Geometria que você teve facilidade em aprender?

Os alunos mostraram nessa questão que tem mais facilidade na Geometria Plana com 75% deles, apenas 12,5% mostrou facilidade em Geometria Analítica e 12,5% em Geometria Espacial.

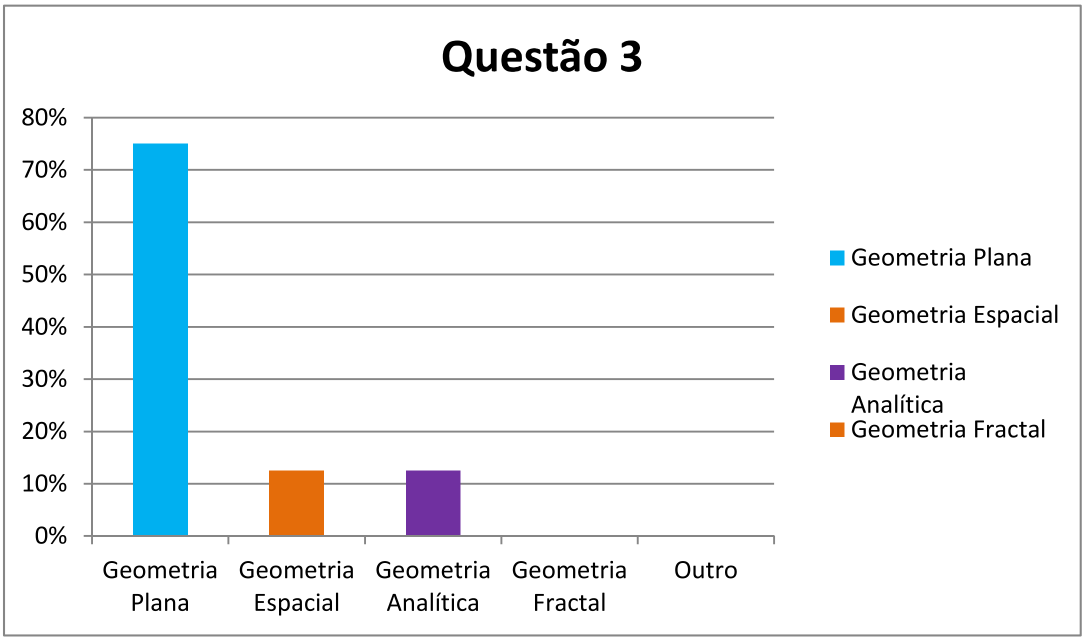


FIGURA 4: Análise quantitativa da questão 3

QUESTÃO 4: Qual ramo da Geometria que você teve dificuldade em aprender?

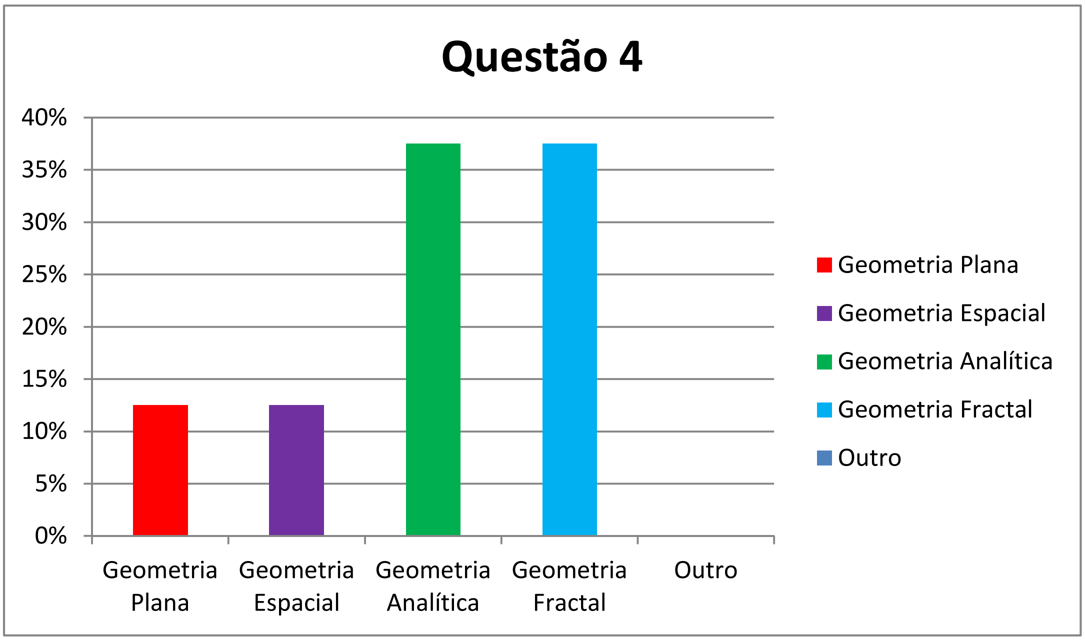


FIGURA 5: Análise quantitativa da questão 4

No entanto, na questão 4, os alunos demonstraram dificuldades em três ramos da Geometria: 12,5% em Geometria Espacial, 12,5% em Geometria Plana, 37,5% em Geometria Analítica e 37,5% em Geometria Fractal. É importante ressaltar que nenhum dos pesquisados disseram ter tido contato ou experiência com a Geometria no Ensino Médio. Este fato confirma as dificuldades em Geometria Analítica, tendo em vista que esta parte da Geometria é estudada, principalmente neste nível de ensino.

Das questões 5 a 9 temos questões abertas de caráter qualitativo, relacionadas aos conceitos e importância do ensino e aprendizagem da Geometria, à formação dos futuros professores, às preferências e experiências com a Geometria.

QUESTÃO 5: Quais as dificuldades encontradas com relação a conceitos geométricos para ingressar no curso de Licenciatura em Matemática?

Tendo em vista que se tratam de questões abertas, destacamos algumas respostas dessa questão 5:

"A questão da visualização. Geometria, seja ela espacial, plana, analítica ou fractal, deve-se ter essa noção de visualizar." – Aluno do 9º período.

"As dificuldades encontradas foram somar e identificar a congruência entre triângulos e a interpretação de algumas questões apresentadas durante o curso." – Aluno do 9º período.

"Dificuldades por não ter um bom aprofundamento no EF e EM com relação a esses conceitos." – Aluno do 9º período.

"A linguagem técnica nos conceitos geométricos, visualização das formas através dos conceitos, professores que não conseguem passar o conteúdo de forma didática." – Aluno do 9º período.

"São muitas, pois não temos nenhuma base do EM." – Aluno do 9º período.

Podemos observar que a maioria aponta a 'visualização como fator de dificuldades, segundo Walle (2009) o nível 0 da teoria de van Hiele compreende o nível da visualização, pois neste nível se desenvolve o reconhecimento das formas e nomeiam de acordo com semelhanças ou diferenças, atribuindo propriedades de um modo informal.

Destacamos também, que alguns desses alunos entrevistados, não tiveram dificuldades em relação a conceitos geométricos no ingresso no curso de Matemática.

QUESTÂO 6: Você acha que o ensino da Geometria no curso superior é suficiente para a formação do professor? Justifique.

Na questão 6, temos uma questão que aborda aspectos quantitativos e qualitativos. O seguinte gráfico apresenta os dados quantitativos:

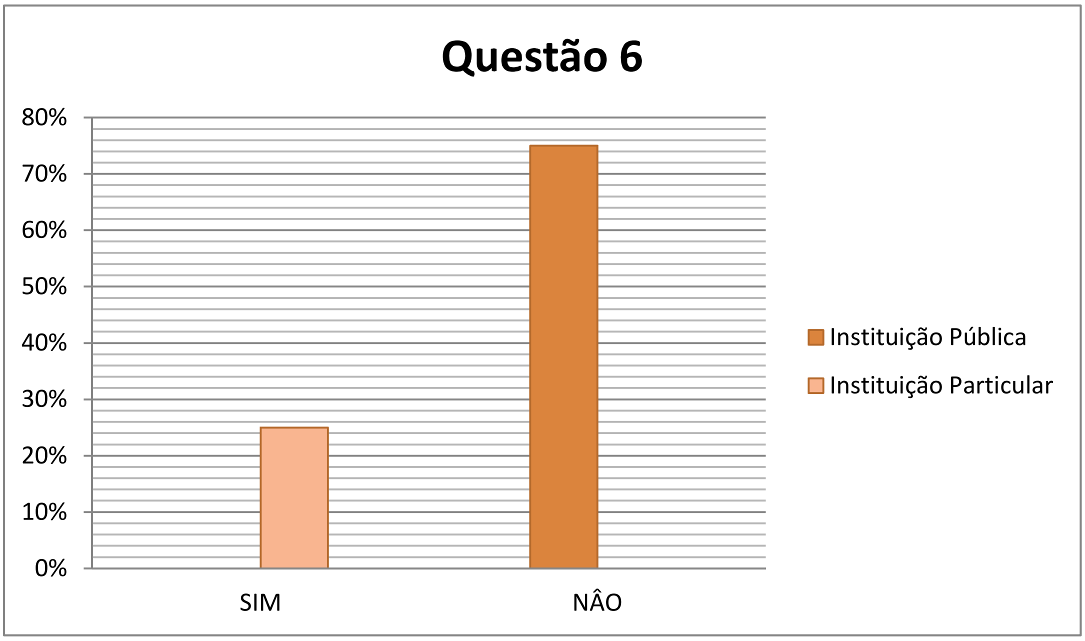


FIGURA 6: Análise Quantitativa da questão 6

É importante ressaltar que os 75% que não acreditam que a Geometria estudada no Ensino Superior seja suficiente para a formação do professor são alunos oriundos de instituição pública de ensino, enquanto os demais, isto é, os outros 25% que acreditam no potencial do ensino da Geometria do Ensino Superior para sua formação, são alunos proveniente de instituição privada. Nesse caso, podemos inferir que existe uma relação bastante acentuada entre o fato de não terem estudado determinados tópicos da Geometria no Ensino Médio e o ensino da Geometria no superior, pois mesmo estudando a Geometria no nível superior, esses estudantes não se sentem seguros para ensiná-la, devido às lacunas criadas a partir do nível médio.

Nas justificativas da questão 6, aparecem opiniões variadas mas que seguem o mesmo padrão de ideias. Tendo 75% das respostas negativas e 25% das respostas positivas. Seguem abaixo as respostas dos alunos pesquisados:

"Não, porque muitas vezes os conteúdos de Geometria são ministrados para quem já tem conhecimento prévio, quem não teve oportunidade de ver os conteúdos antes acaba

estudando só para fazer as provas sem ter às vezes nem noção do que estar aprendendo direito, sem contar que são vistos de maneira rápida sem ter nenhum aprofundamento."- Aluno 9º do período.

"Não, o graduando deve ir sempre em busca de novos conceitos e novas formas de ensinar a Geometria, pois na universidade não é trabalhado de forma suficiente." - Aluno 9º do período.

"Não, pois falta melhor detalhamento com materiais concretos e manipuláveis." - Aluno 9º do período.

"Sim, a grade do curso visa parte mais pura de cálculo e demonstrações de fórmulas."- Aluno 9º do período.

"Sim, pois não tive dificuldade em aprender os conceitos nunca vistos na escola regular." - Aluno 9º período.

Podemos observar no gráfico, que a maioria das respostas negativas vem de alunos de instituições públicas, que requerem mais estudo em Geometria, seja em busca de novos meios de aprender ou de ensinar; resultados como esses confirmam o que estudiosos da Educação Matemática, a exemplo de (LORENZATO, 1995), (PAVANELLO, 1993) afirmam a respeito do abandono da Geometria nas escolas.

QUESTÂO 7: Você já ensinou Geometria? Se sim, qual conteúdo?

O gráfico abaixo apresenta os resultados em termos percentuais e em seguida apresentamos uma interpretação dos mesmos, de forma qualitativa.

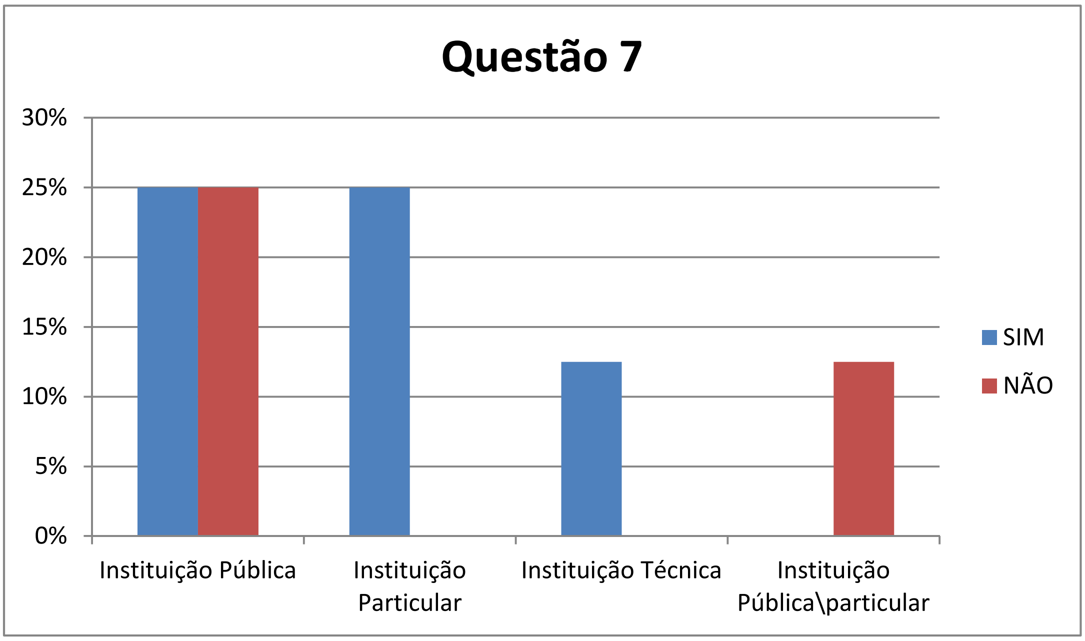


FIGURA 7: Análise Quantitativa da questão 7

Dos alunos, 62,5% já ensinaram Geometria: plana, espacial e analítica, do 6º ao 9º ano do EF e 2º ano do EM. Como podemos perceber a partir do gráfico, dos 62,5% que já ensinaram Geometria, 25% são oriundos de instituição pública, 25% são de instituições privadas e 12,5% de instituição técnica. A outra parte entrevistada, 37,5% ainda não ensinaram Geometria como a seguinte resposta: *"Nunca ensinei Geometria"* – Aluno do 9º período, em 25% são de instituição pública e 12,5% de instituição pública e particular.

QUESTÃO 8: Você prefere ministrar aula de Geometria ou de Álgebra? Por que?

Nessa questão, que é sequência da questão anterior, alguns responderam de forma direta: "*Como nunca ministrei aula de Geometria, não posso afirmar preferência.*" – Aluno do 9º período.

Para 50% dos entrevistados, a preferência por Geometria, justifica-se por seu caráter dinâmico, os alunos demonstram mais interesse apesar das dificuldades e que produz uma visualização diferente dos conteúdos. A preferência por Álgebra abrangeu 25% com as seguintes justificativas: ter mais habilidade e mais experiência em Álgebra.

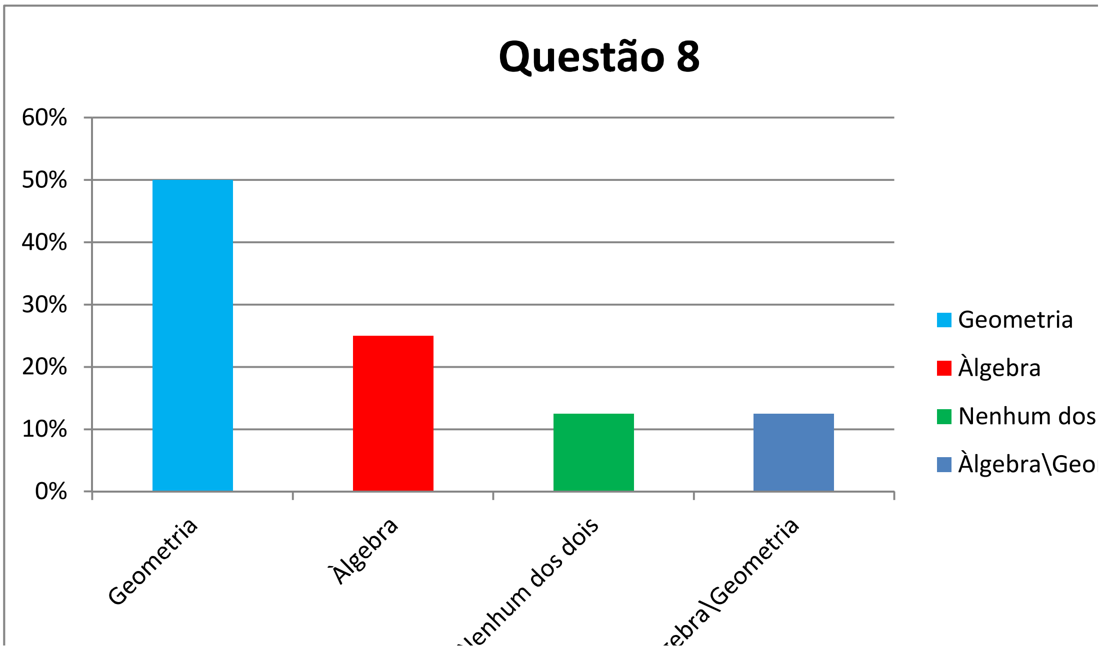


FIGURA 8: Análise Quantitativa da questão 8.

QUESTÃO 9: Em sua opinião, qual a importância do ensino da Geometria para a formação do professor de Matemática?

Todos responderam de forma positiva que a Geometria tem sua importância na formação do professor. Dentre as respostas, destacamos as seguintes:

"A Geometria está presente em várias áreas do conhecimento e o professor precisa de uma formação que lhe permita ampliar os conceitos geométricos sabendo valorizar o conhecimento prévio do aluno, contextualizar em situação-problema através da exploração do mundo físico, possibilitando ao aluno a conexão entre a matemática e outras áreas." – Aluno do 9º período.

"É de suma importância uma vez que em algumas escolas esse ensino é defasado e/ou até nem existe e os futuros professores precisam desse conhecimento." – Aluno do 9º período.

"É muito importante, porque desenvolve no professor não só questão de pensar mas sobre assuntos de lidar com a realidade e inserindo a realidade dos alunos para a sala de aula." – Aluno do 9º período

QUESTAO 10: Numa escala de 1 a 5 (1 - muito ruim e 5 – ótimo) Como você descreveria seu conhecimento sobre Geometria?

E para finalizar o questionário de pesquisa, a questão 10 descreve uma escala relacionada ao conhecimento de Geometria do futuro professor. Conforme mostra o gráfico abaixo:

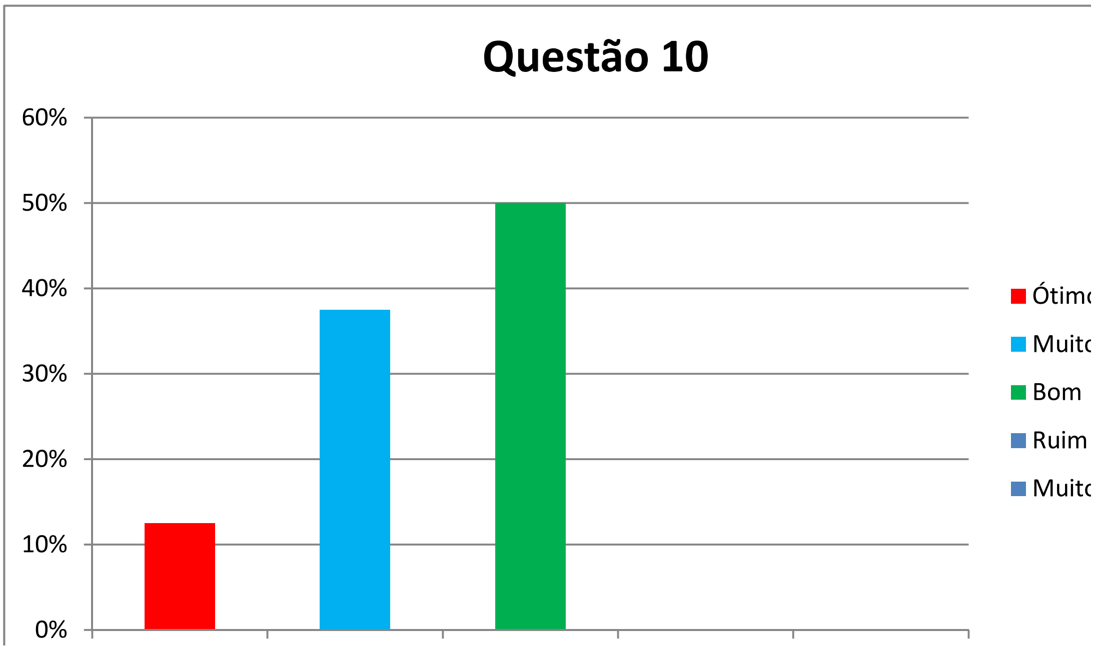


FIGURA 9: Análise Quantitativa da questão 10

Esses são os resultados apresentados de uma amostra dos alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática e que nos dão uma ideia como o futuro professor de Matemática está sendo inserido no mercado de trabalho, além de tomarmos consciência da problemática em torno do ensino da Geometria nas instituições públicas e até mesmo de instituições privadas. Esses resultados iniciais revelam que o ensino dessa disciplina, bem como sua respectiva aprendizagem, ainda parece acontecer de maneira superficial.

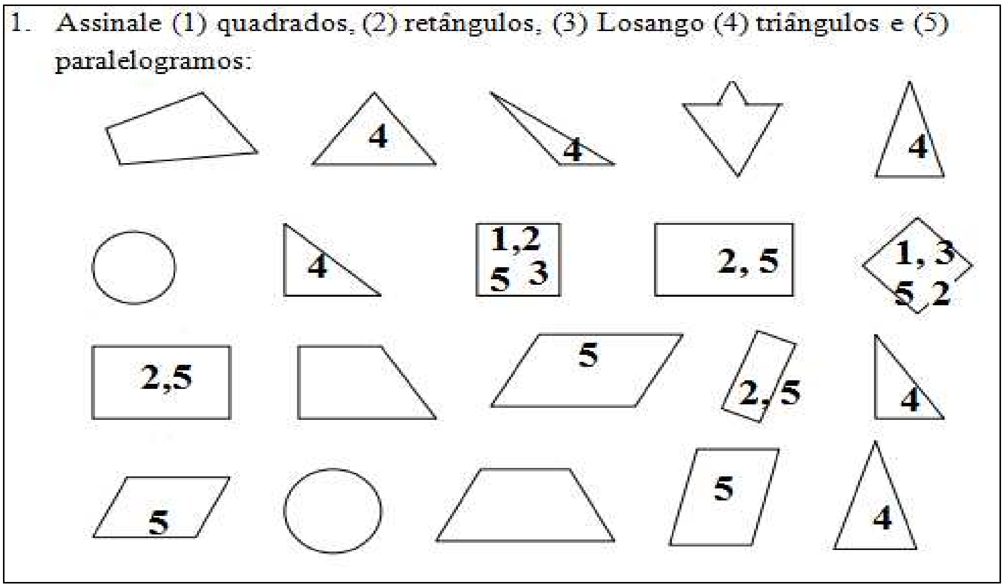
4.2 Análise dos dados referentes às respostas da atividade

A seguir apresentamos a análise das respostas dadas à atividade envolvendo conceitos da Geometria plana, estruturada de acordo com o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele.

É importante ressaltar que para as seguintes questões serem consideradas corretas, é necessário que o participante acerte todas as alternativas possíveis. As questões incompletas serão consideradas incorretas.

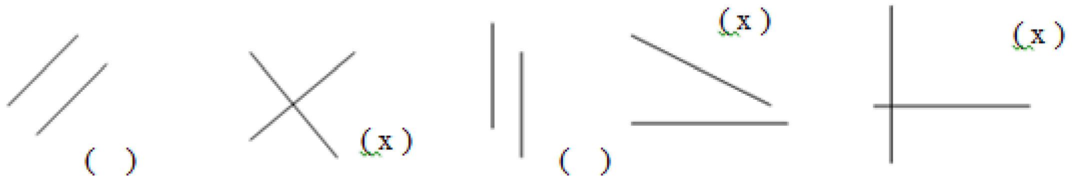
Questões referentes ao nível 0 (Visualização)

As questões 1 e 2 são referentes a este nível, de acordo com o modelo de van Hiele, em que se refere à exploração das formas, sejam parecidas ou diferentes, envolvendo agrupamentos e classificações, podendo identificar, comparar e nomear as figuras geométricas.



Nessa questão, os alunos erraram quanto à classificação dos quadriláteros, principalmente quando se refere ao paralelogramo. A maioria apenas marcou o paralelogramo propriamente dito, esquecendo-se do quadrado, retângulo e do losango regular. Apenas dois alunos, marcaram o quadrado como sendo um retângulo. Podemos ressaltar que 25% desses alunos tiveram suas primeiras noções de Geometria no Ensino Superior. Nesse caso, tivemos 8 erros e 0 acertos na questão 1.

2. Assinale os pares de retas concorrentes:



Na questão 2, pedimos que assinalassem os pares das retas concorrentes. Apenas dois alunos acertaram essa questão, sendo um de instituição particular e outro sendo de instituição técnica, nenhum aluno de instituição pública acertou essa questão. Os alunos não perceberam que a quarta figura eram retas concorrentes, prologando-se os segmentos, as retas se intersectariam. Apenas um aluno marcou as retas paralelas. Outros não marcaram a quinta figura, por se confundirem que retas concorrentes não podem ser perpendiculares. Segundo Walle (2009) os erros cometidos pelos alunos, têm origem na consideração da aparência como definidora das formas geométricas, isto é, os alunos operando nesse nível deixam a aparência prevalecer sobre as propriedades.

Questão referente ao nível 1 (Análise)

As questões 3, 4 e 5 são referentes ao nível 1. Os alunos enfocaram mais as propriedades, através dos conceitos geométricos, analisando as classes de figuras agrupando – os em grupos e analisando as características das figuras observadas.

3. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais. Assinale a(s) alternativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:
(x) Possui quatro ângulos retos.
(x) Possui lados opostos paralelos.
(x) Possui diagonais do mesmo comprimento.
(   ) Possui os quatro lados iguais.

A questão 3, seis alunos acertaram e apenas dois alunos erraram por não assinalar a segunda e a terceira afirmação; os erros foram cometidos por alunos oriundos de instituição pública.

4. Cite três propriedades dos quadrados

1) 4 Lados com a mesma medida
2) 4 Ângulos retos
3) Lados opostos paralelos
   Diagonais com a mesma medida
   Diagonais ortogonais
   Diagonais Bissetrizes
   Diagonais eixos de simetria
   Diagonais intersectam no ponto médio

A questão 4, foi respondida de forma correta por cinco alunos e apenas três erraram ou deixaram sem resposta; desses últimos, dois eram de instituição pública e um de instituição pública\particular.

5. Todo triângulo isósceles possui os ângulos da base congruentes. Assinale a (s) alternativa(s) verdadeira(s):
(x) Em todo triângulo isósceles, a mediana, a altura e a bissetriz que estão relativas à base coincidem.
( ) A medida do ângulo externo de um triangulo é igual a soma das medidas dos ângulos internos adjacentes a ele.
( ) A soma do ângulo interno ao ângulo externo adjacente é igual a 180°.
( ) O ângulo da base do triângulo isósceles é igual a 60°.

Na questão 5, apenas um aluno (instituição pública) acertou e sete erraram. A segunda opção em que se diz: “a medida do ângulo externo de um triângulo é igual a soma das medidas dos ângulos internos adjacentes a ele”, os alunos teriam que utilizar habilidades de leitura e entendimento da frase, compreenderam dessa forma: “...não adjacentes a ele.” Na terceira opção, o ângulo externo poderia ter qualquer medida, ultrapassando do valor de 180°. Na quarta opção, o triângulo isósceles pode possuir os ângulos da base de 60°, porém possuindo outros valores, o triângulo equilátero é que possui todos os ângulos internos com a mesma medida, sendo assim um polígono regular.

Questões referentes ao nível 2 (Dedução Informal)

As questões 6, 7 e 8 são referentes ao nível 2, nele os alunos usam a linguagem de dedução informal, examinam propriedades para a determinação de condições para diferentes formas e conceitos.

6. Temos um quadrilátero com ângulos congruentes. Podemos afirmar que é um quadrado?
   Não necessariamente. O quadrilátero pode ser também um retângulo

Na questão 6, cinco alunos acertaram essa questão, apenas três alunos (instituição pública) erraram essa questão. A maioria respondeu da seguinte maneira:

"Não, pois um retângulo é um quadrilátero e possui todos os ângulos de 90°, porém o retângulo não possui todas as características de um quadrado."

"Não, pois retângulos também possuem ângulos congruentes."

"Não podemos afirmar que é um quadrado, porque pode ser um retângulo, pois pela definição quadrado, além de ângulos iguais teria que ter lados iguais."

7. Associe: verdadeiro (V) ou falso (F) às afirmações abaixo.
   (V) Se ABCD é um quadrado, então as suas diagonais são perpendiculares.
   (F) Se as suas diagonais são perpendiculares, então ABCD é um quadrado.
   (V) Em todo paralelogramo as diagonais se cortam ao meio.

Na questão 7, apenas um aluno (instituição pública) acertou essa questão e sete erraram. Os alunos marcaram a terceira sentença como falsa e a segunda sentença como verdadeira.

8. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:
   a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
   b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
   X c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
   d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
   e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Na questão 8, apenas um aluno (instituição pública\particular) acertou e sete erraram. Dois alunos que marcaram a alternativa ‘a’, confundiram por ser uma questão contrária a da letra c.

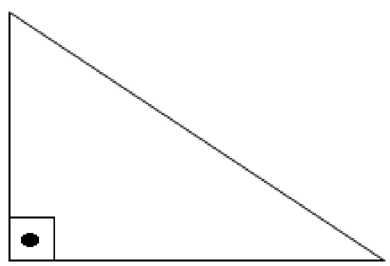
Questão 8	Número de alunos
Letra A	2
Letra B	1
Letra C	1
Letra D	1
Letra E	3

TABELA 7: Respostas dadas a questão nº 8

Questões referentes ao nível 3 (Dedução)

As questões 9, 10 e 11 são referentes ao nível 3. Os alunos nesse nível são capazes de resolver as conjecturas formadas no nível anterior, elaborando demonstrações formais, utilizando de linguagem adequada, provando as propriedades geométricas.

9. Represente geometricamente o Teorema de Pitágoras do triângulo retângulo:



Na questão 9, cinco alunos acertaram a representação geométrica do Teorema de Pitágoras e três não acertaram, dos alunos que erraram, dois foram de instituição pública e outro de instituição técnica.

O Teorema de Pitágoras possui várias demonstrações, que podem ser algébricas (baseadas em relações métricas) ou geométricas (baseadas em comparação de áreas), para que seja válido o teorema é necessário que seja verdadeiro para qualquer triângulo retângulo. O teorema pode ser provado através de triângulos isósceles; através de quadriculações; prova de Bháskara, entre outras.

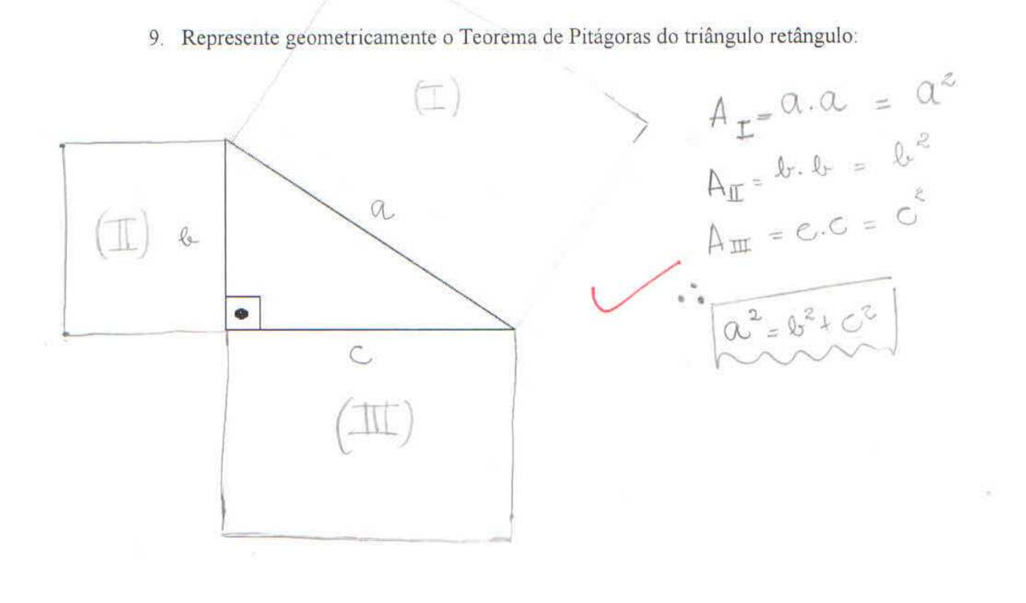


FIGURA 10: Resposta da questão 9 do Aluno C

Nessa resposta, podemos observar que o Aluno C utilizou a prova por áreas: que a soma das áreas dos quadrados formados sobre os catetos é igual ao quadrado formado sobre a hipotenusa.

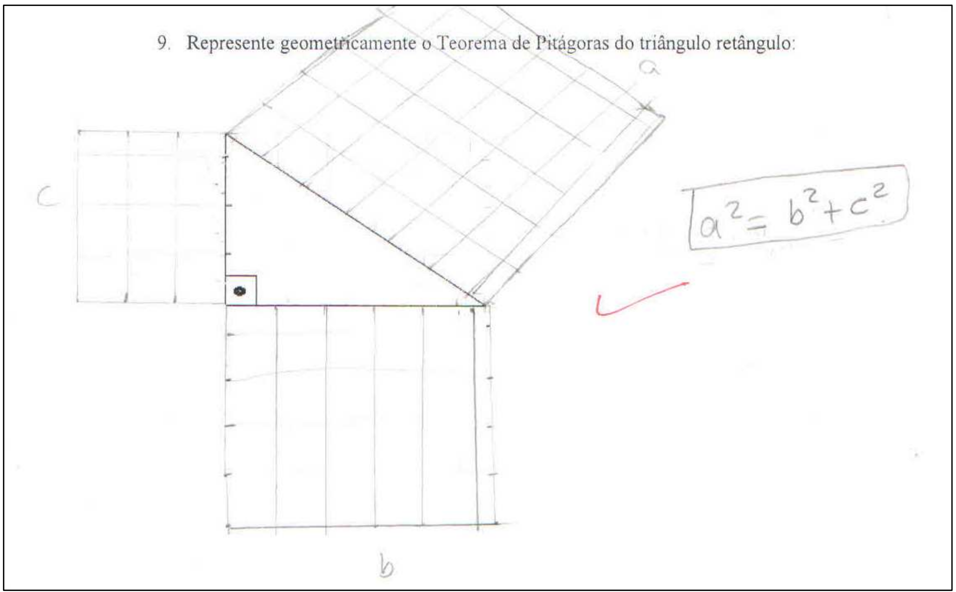
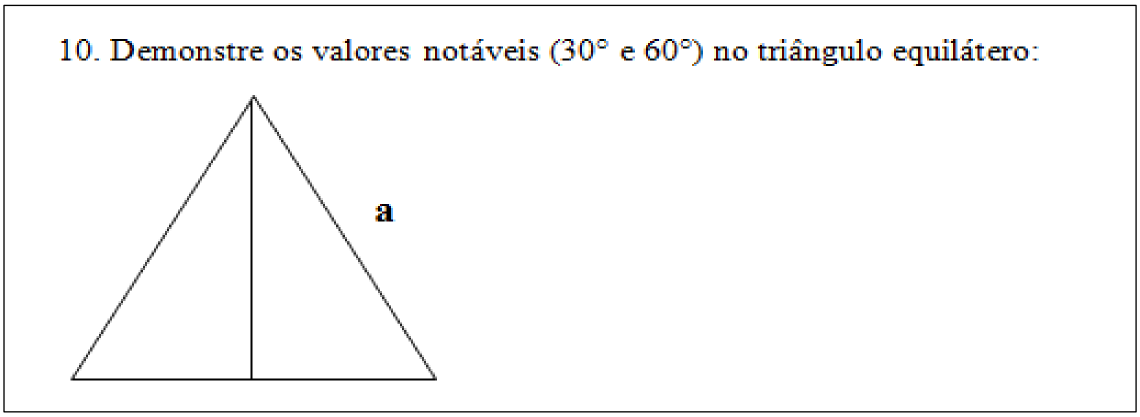


FIGURA 11: Resposta da questão 9 pelo Aluno F

Nessa resposta, o Aluno F utilizou a prova do Teorema de Pitágoras através de quadriculações, apenas faltou o número certo de um dos catetos e da hipotenusa. As medidas dos catetos e da hipotenusa seriam respectivamente 3, 4 e 5. O Aluno F foi o único que respondeu dessa maneira.



Na questão 10, três alunos acertaram “parcialmente”, mesmo assim a questão é considerada incorreta; três alunos não responderam e dois alunos não acertaram a questão. Dessa forma, não tivemos nenhum aluno que acertasse essa questão.

Mesmo conhecendo a tabela dos valores notáveis, os alunos responderam de formas parecidas, trocando o valor notável da tangente de 30º com o da tangente 60º. Percebemos a dificuldade do aluno no valor da tangente.

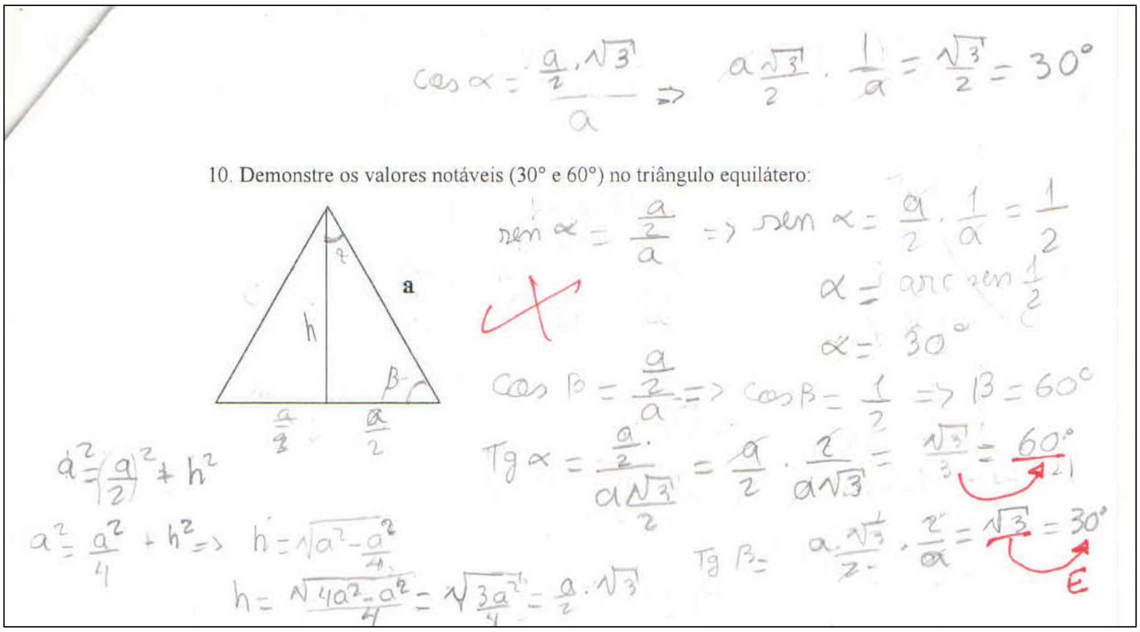


FIGURA 12: Resposta da questão 10 pelo Aluno E

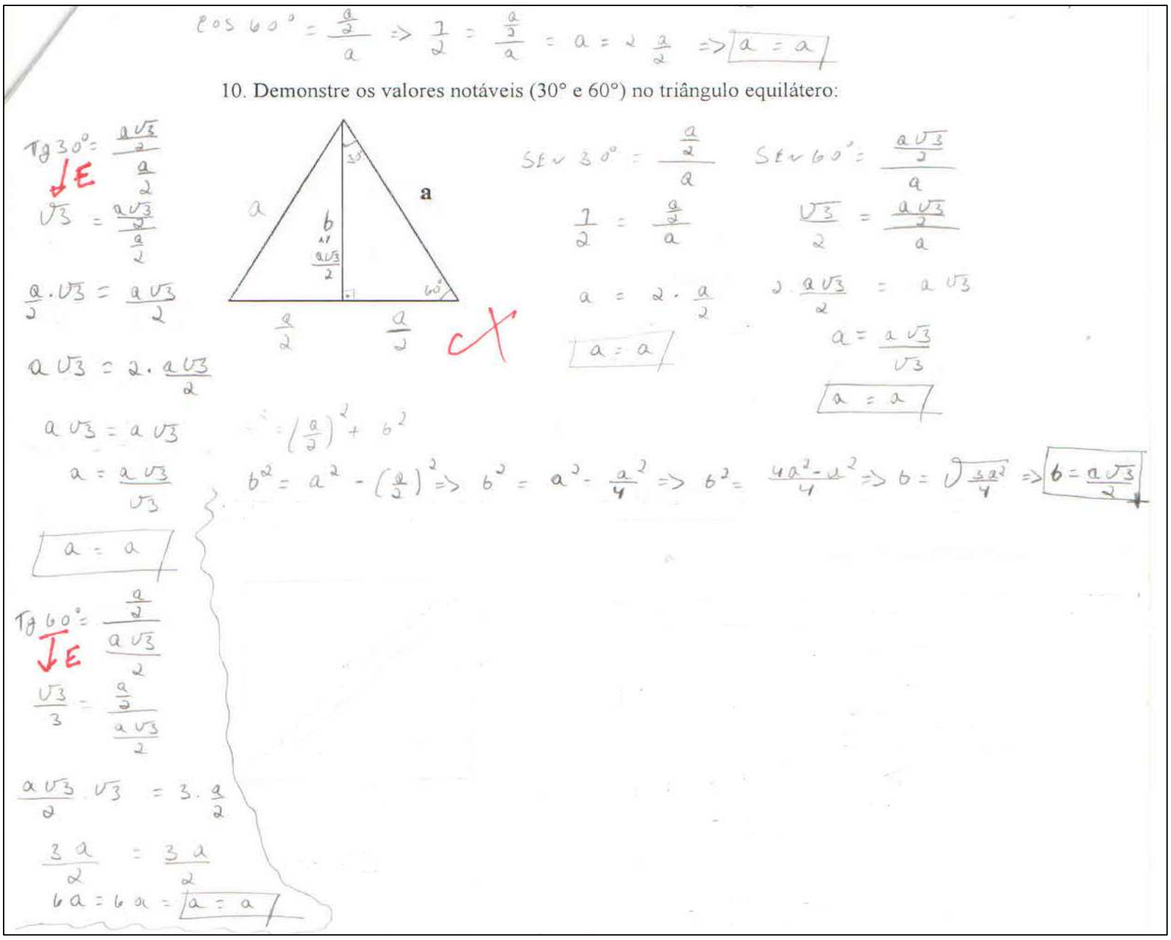
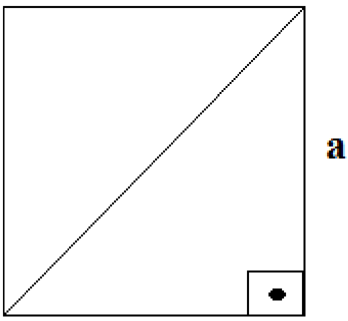


FIGURA 13: Resposta da questão 10 pelo Aluno E

11. Considere o quadrado de lado com medida **a** e demonstre o valor notável de 45°:



Na questão 11, dois alunos (sendo um aluno de instituição técnica e outro de instituição particular) acertaram; dois alunos acertaram ‘parcialmente’, mas é considerada a questão incorreta; dois alunos erraram a questão e dois não responderam. Os dois alunos que acertaram parcialmente deixaram respostas incompletas, um demonstrou apenas o valor notável do seno e o outro acertou apenas a demonstração do valor notável da tangente.

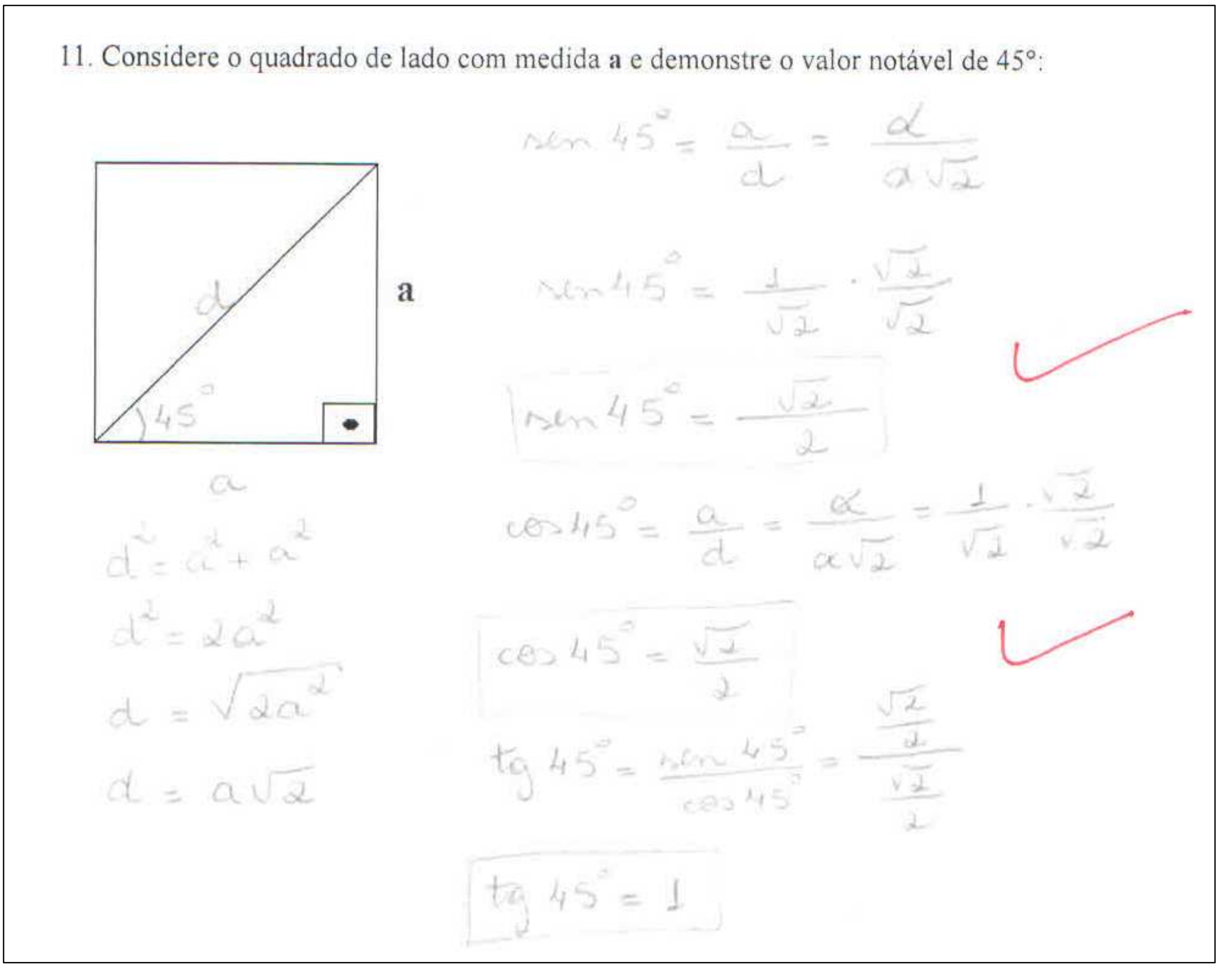


FIGURA 14: Resposta da questão 11 pelo Aluno H

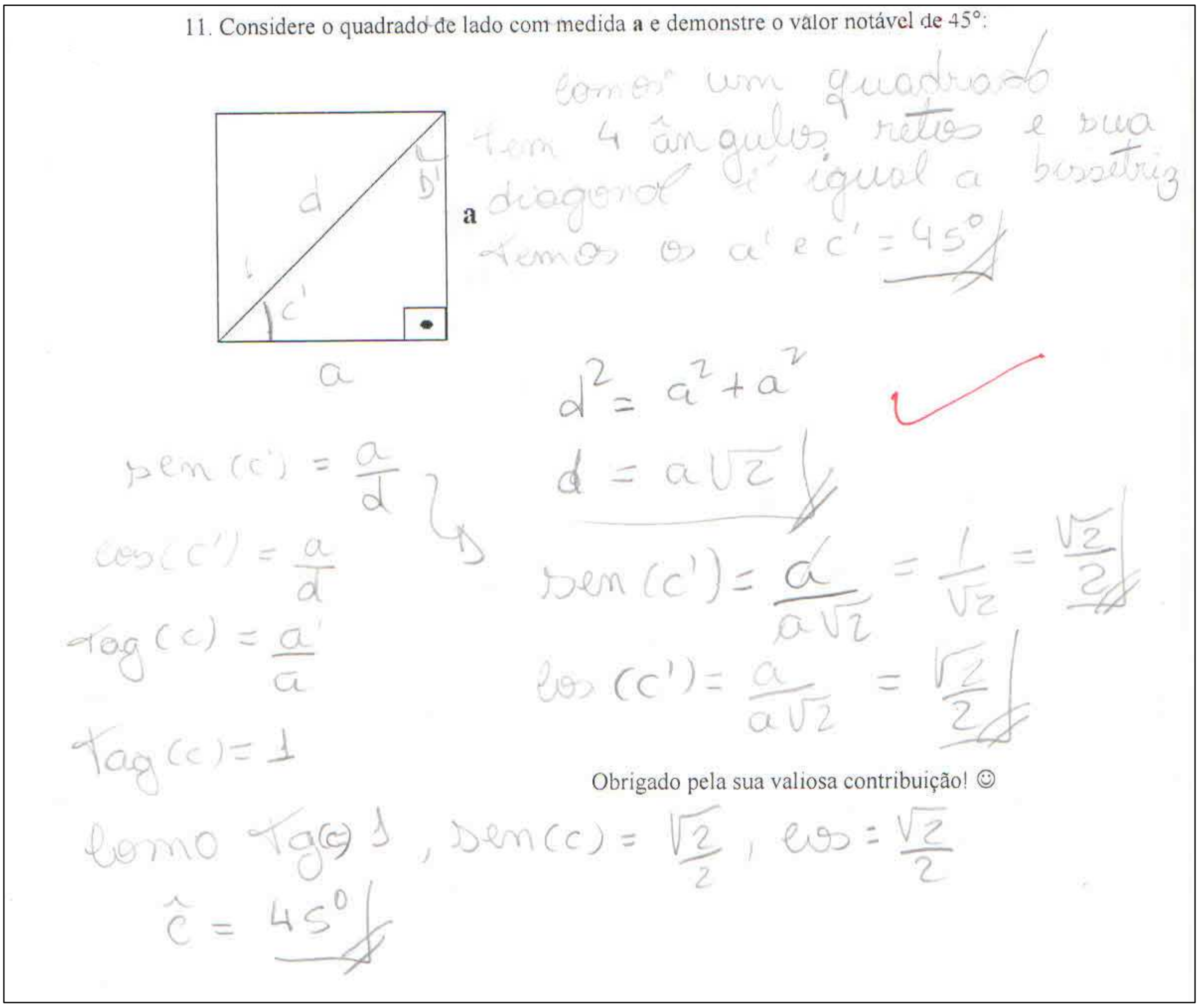


FIGURA 15: Resposta da questão 11 pelo Aluno G

O aluno H apresentou uma linguagem clara e adequada, porém o aluno G utilizou uma linguagem confusa, no entanto obteve cálculos corretos; tendo em vista estarem no final de um curso de graduação em Matemática, entendemos que esses estudantes deveriam utilizar de uma linguagem Matemática mais adequada ao nível de ensino em que se encontram, já que estes futuramente estarão atuando em sala de aula para o ensino da Matemática, bem como da Geometria.

De acordo com a análise, temos um aluno em nenhum nível, um aluno no nível 1 e seis alunos no nível 3, conforme a tabela abaixo:

ALUNO	NÍVEL 0	NÍVEL 1	NÍVEL 2	NÍVEL 3
A	X	X	-	-
B	-	-	-	-
C	X	X	X	X
D	X	X	X	X
E	-	X	X	X
F	-	X	X	X
G	-	X	X	X
H	X	X	X	X

TABELA 8: Níveis dos Alunos avaliados

O aluno A foi considerado um pensador do nível 1 porque não acertou nenhuma das questões dos níveis 2 e 3. Já o aluno B que errou todas as questões não se “enquadraria em nenhum dos níveis da teoria de van Hiele. Já os alunos E, F e G apesar de não acertarem nenhuma questão do nível 0, consideramos que os mesmos podem ser considerados pensadores do nível 3, por terem acertado as demais questões dos outros três níveis. É importante ressaltar que o estudo aqui realizado não tem a intenção de generalizar seus resultados, destacando que este refere-se a apenas um grupo de estudantes que estão a concluir o curso, ou seja, os resultados desse estudo, aqui apresentados não representam o nível de aprendizagem de todos os concluintes do presente ano.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Geometria é um ramo da Matemática de grande importância para a comunidade acadêmica como também para o cotidiano das pessoas. Devido a má formação e até mesmo a defasagem do Ensino Básico, o seu ensino está sendo excluído ou colocado em segundo plano das salas de aulas dessa importante fase de aprendizado. A intenção desse trabalho foi analisar em qual nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo a teoria de van Hiele, o aluno concluinte do último ano do curso de Licenciatura em Matemática se encontra.

Para tal, utilizamos o modelo de aprendizagem geométrico de van Hiele, em que aplicamos uma atividade educacional com conteúdos geométricos a fim de relacionar o nível geométrico com as concepções da Geometria em cada aluno. Dessa forma, obtivemos o seguinte: um aluno em que não se "enquadrou" em nenhum nível, um aluno no nível 1 e seis alunos no nível 3, que é o nível máximo para um aluno de ES, mesmo assim observamos dificuldades em alguns conteúdos da Geometria, lembrando que a atividade educacional foi aplicada sem nenhuma consulta e sem nenhuma aula de revisão anterior à aplicação.

O nível 4 é considerado o nível de rigor, direcionado ao aluno de pós-graduação. Portanto, podemos dizer que não é fácil enquadrar os alunos em um nível ou em outro, bem como na escolha da atividade; em que as atividades escolhidas são fundamentadas, principalmente nos descritores para os quatro primeiros níveis propostos por Walle (2009). Conforme menciona este autor, sobre o fato de que em uma mesma turma teremos alunos em diferentes níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico; no nosso estudo, também, pudemos fazer essa constatação, pois consideramos que os alunos participantes desses estudos encontram-se em diferentes níveis da teoria de van Hiele.

Portanto, os objetivos do presente trabalho foram alcançados: analisamos as atividades resolvidas pelos estudantes e com isso começamos a ter um conhecimento inicial do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campus I – Campina Grande, utilizando o modelo de aprendizagem de van Hiele. Também foi possível inferir acerca das concepções sobre o ensino de Geometria nos diferentes níveis de ensino; e ainda, após o estudo realizado, podemos afirmar que as causas das dificuldades dos concluintes referentes à Geometria, têm origem no ensino básico, já que neste nível os alunos não tiveram um ensino adequado.

Quanto ao nível dos alunos temos o seguinte quadro: a partir dos dados coletados verificamos que a maior parte dos alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática terminam o curso no nível 3, mesmo assim é pretendido que se busque o ensino da Geometria para conhecimentos acadêmicos, já que se refere ao curso de Licenciatura e para àqueles que vão lecionar. Com relação às dificuldades, pudemos observar que estão relacionadas ao ensino básico, seja de instituição pública ou particular, enfatizando a defasagem nos anos iniciais do ensino da Geometria, sendo a minoria nesse trabalho.

Este estudo pretende, também proporcionar aos futuros professores de Matemática um alerta para o ensino aprendizagem da Geometria, mostrando a sua importância na comunidade acadêmica e no cotidiano das pessoas. O presente estudo nos revelou a relevância da compreensão dos conceitos geométricos por parte do futuro professor, pois para que o aluno tenha um bom desempenho na aprendizagem, vai depender do ensino, ou seja, é necessária uma boa formação para que tenha condições de elaborar atividades adequadas e que utilize de linguagem apropriada para determinando nível de ensino. E ainda, ter uma boa compreensão da Geometria não depende da idade dos alunos, mas sim da forma como o professor encaminha o ensino desses ramos da matemática, por conseguinte, mesmo considerando o resultado obtido positivo, do ponto de vista do que prega a teoria estudada, percebemos a necessidade de um maior aprofundamento em estudos sobre o ensino aprendizagem da Geometria, para que possamos ter uma prática docente de qualidade em nossas salas de aula.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K**. Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CÂNDIDO, C. C.; GALVÃO, M.E.E.L. **Matemática: Geometria Plana.** (Orgs.) BROLEZZI, Antônio Carlos.; SALLUM, Elvia Mureb.; MONTEIRO, Martha S. São Paulo, 2004.

FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.** Boletim da SBEM. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

PARAÍBA. Curso de Licenciatura Plena em Matemática. Universidade Estadual da Paraíba. **Projeto Pedagógico Curricular** (PPC), 2006.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências.** Revista Zetetiké, ano 1, n.1, p. 7-17, 1993.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Linguagens, Códigos e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2006.

FRADE, Renato. **Composição e/ou decomposição de figuras planas no Ensino Médio: van Hiele, uma opção.** 2012. 242 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte – MG.

SANT'ANA, Evandro Cardoso. **Geometria segundo modelo de van Hiele: uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do Ensino Fundamental.** 2009. 55 f. rabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Centro Universitário La Salle – Unilasalle, Canoas – RS.

SILVA, Luciana; CÂNDIDO, Claúdia Cuevo. **Modelo de aprendizagem de Geometria do casal van Hiele.** Iniciação Científica. II Simpósio de Iniciação Científica e Pós-Graduação Do IME/USP. São Paulo, USP, 2007.

SILVA, Maria Célia Leme da; OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de. **O ensino da Geometria durante o Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil: Análise do arquivo pessoal de Sylvio Nepomuceno.** Anais... VI Congresso Luso- Brasileiro de História da Educação. Uberlândia, FACED, 2006.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO

Questionário sobre o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática
INSTRUÇÃO: Prezado aluno universitário, esse questionário visa sobre o seu conhecimento do ensino da Geometria, desde as séries iniciais até o curso de licenciatura em Matemática. Responda com presteza e sinceridade.
Aluno(a): ____________________Semestre de Entrada: ____________ Período: ____

1. Em qual instituição você frequentou no Ensino Médio?
   ( ) Estudou apenas em instituição pública
   ( ) Estudou apenas em instituição particular
   ( ) Estudou em Técnico
   ( ) Outro: _______________________________________

2. Em que nível ensino você recebeu as primeiras noções de Geometria?
   ( ) Ensino Infantil
   ( ) Ensino Fundamental I
   ( ) Ensino Fundamental II
   ( ) Ensino Médio
   ( ) Ensino Superior

3. Qual ramo da Geometria que você teve facilidade em aprender?
   ( ) Geometria Plana
   ( ) Geometria Espacial
   ( ) Geometria Analítica
   ( ) Geometria Fractal
   ( ) Outro: ____

4. Qual ramo da Geometria que você teve dificuldade em aprender?
   ( ) Geometria Plana
   ( ) Geometria Espacial
   ( ) Geometria Analítica
   ( ) Geometria Fractal
   ( ) Outro: ____

5. Quais as dificuldades encontradas com relação a conceitos geométricos para ingressar no curso de Licenciatura em Matemática?____
   ____
   ____

6. Você acha que o ensino da Geometria no curso superior é suficiente para a formação do professor?
Justifique.____
____
____

7. Você já ensinou Geometria? Se sim, qual conteúdo?
____
____
____
____

8. Você prefere ministrar aula de geometria ou de álgebra? Por quê?
____
____
____

9. Em sua opinião, qual a importância do ensino da Geometria para a formação do professor de Matemática?
____
____
____
____

10. Numa escala de 1 a 5 (1 - muito ruim e 5 – ótimo) Como você descreveria seu conhecimento sobre Geometria?
( ) 1 ( ) 2 ( ) 3 ( ) 4 ( ) 5

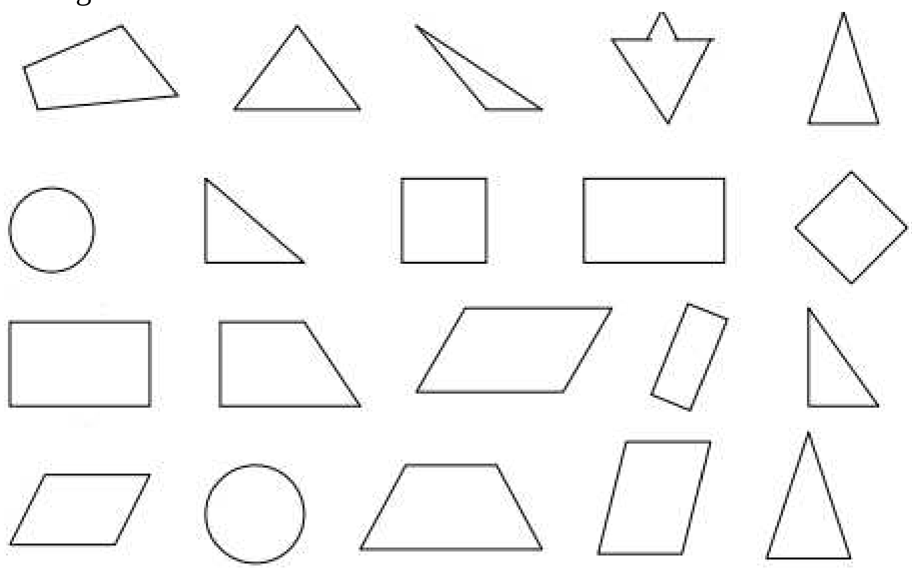
Agradeço a sua atenção por esta pesquisa! ☺

ANEXO A – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES ENVOLVENDO CONCEITOS GEOMÉTRICOS

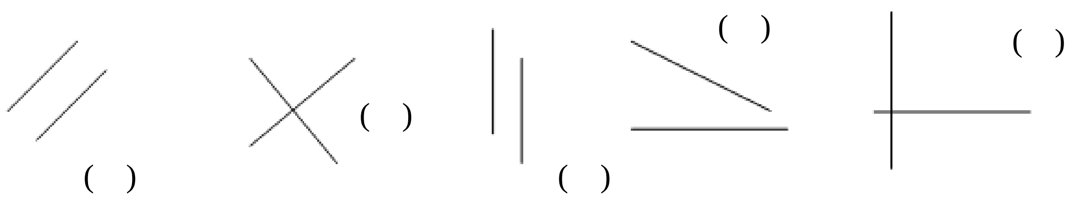
<u>SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES ENVOLVENDO CONCEITOS GEOMÉTRICOS</u>

<u>INSTRUÇÃO:</u> Prezado aluno, responda as questões atentamente; os resultados serão usados apenas com fins acadêmicos e não serão identificados.

1. Assinale (1) quadrados, (2) retângulos, (3) Losango (4) triângulos e (5) paralelogramos:



2. Assinale os pares de retas concorrentes:



3. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais. Assinale a(s) alternativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:
   ( ) Possui quatro ângulos retos.
   ( ) Possui lados opostos paralelos.
   ( ) Possui diagonais do mesmo comprimento.
   ( ) Possui os quatro lados iguais.

4. Cite três propriedades dos quadrados

   1) ______________________________________
   2) ______________________________________
   3) ______________________________________

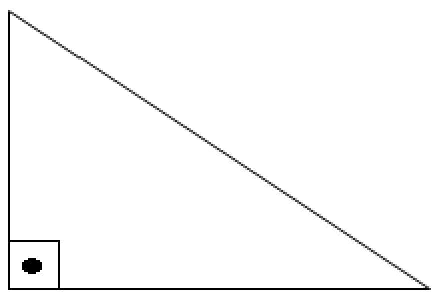
5. Todo triângulo isósceles possui os ângulos da base congruentes. Assinale a (s) alternativa(s) verdadeira(s):
   ( ) Em todo triângulo isósceles, a mediana, a altura e a bissetriz que estão relativas à base coincidem.
   ( ) A medida do ângulo externo de um triângulo é igual a soma das medidas dos ângulos internos adjacentes a ele.
   ( ) A soma do ângulo interno ao ângulo externo adjacente é igual a 180º.
   ( ) O ângulo da base do triângulo isósceles é igual a 60º.

6. Temos um quadrilátero com ângulos congruentes. Podemos afirmar que é um quadrado?
   ____
   ____
   ____

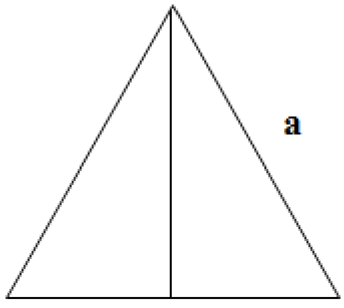
7. Associe: verdadeiro (V) ou falso (F) às afirmações abaixo.
   ( ) Se ABCD é um quadrado, então as suas diagonais são perpendiculares.
   ( ) Se as suas diagonais são perpendiculares, então ABCD é um quadrado.
   ( ) Em todo paralelogramo as diagonais se cortam ao meio.

8. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:
   a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
   b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
   c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
   d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
   e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

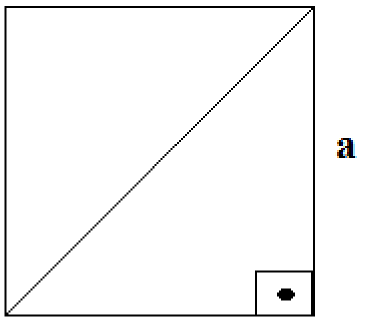
9. Represente geometricamente o Teorema de Pitágoras do triângulo retângulo:



10. Demonstre os valores notáveis (30° e 60°) no triângulo equilátero:



11. Considere o quadrado de lado com medida **a** e demonstre o valor notável de 45°:



Obrigado pela sua valiosa contribuição! ☺