



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

**ÉLDER GUEDES DOS SANTOS**

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ALGORITMO PARA  
ESTIMAR SALDO DE RADIAÇÃO**

**CAMPINA GRANDE – PB  
2013**

**ÉLDER GUEDES DOS SANTOS**

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ALGORITMO PARA  
ESTIMAR SALDO DE RADIAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

**Orientador:** Prof. Dr. Juarez Dantas de Souza

CAMPINA GRANDE – PB

2013

## FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S237m

Santos, Élder Guedes dos.

Modelagem matemática [manuscrito]: um algoritmo para estimar saldo de radiação / Élder Guedes dos Santos. – 2013. 39 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2013.

“Orientação: Prof. D. Juarez Dantas de Souza, Departamento de Matemática”.

1. Sensoriamento. 2. Algoritmo SEBAL. 3. Modelo matemático. I. Título.

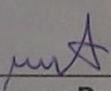
21. ed. CDD 372.7

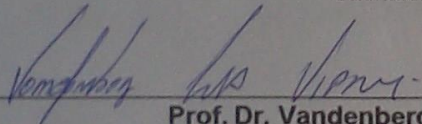
ÉLDER GUEDES DOS SANTOS

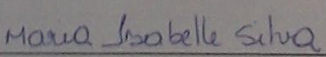
MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ALGORÍTMO PARA ESTIMAR SALDO DE  
RADIÇÃO

Monografia apresentada no Curso de  
Licenciatura Plena em Matemática da  
Universidade Estadual da Paraíba, em  
cumprimento às exigências para obtenção  
do Título de Licenciado em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Juarez Dantas de Souza**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Orientador

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Vandenberg Lopes Vieira**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Examinador

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Maria Isabelle Silva**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Examinadora

Campina Grande, 26 de fevereiro de 2013

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho:

A Deus, todo poderoso, por ter me concedido a oportunidade de realizá-lo, dando-me sabedoria, coragem, humildade e principalmente perseverança nas adversidades encontradas pelo caminho.

A meus queridos e amados pais José Everaldo Lopes dos Santos e Lúcia de Fátima Guedes dos Santos, pelo apoio incondicional durante toda a minha trajetória de vida, sempre priorizando a busca do conhecimento.

A meus queridos e amados irmãos, Everton Guedes dos Santos e Emanuel Guedes dos Santos pelo convívio alegre e salutar que sempre tivemos e pelo valioso apoio, principalmente nos momentos difíceis da minha vida.

## AGRADECIMENTOS

- À minha família de um modo geral (mãe, irmãos, sobrinhos e demais parentes) que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.
- Ao meu orientador Professor Dr. Juarez Dantas de Souza, pela valiosa orientação, paciência ao tirar minhas dúvidas, incentivo, dedicação e principalmente por ter acreditado na minha capacidade de realizar este trabalho.
- Aos membros da banca examinadora, os professores doutores Vandenberg Lopes Vieira e Maria Isabelle Silva, por disponibilizaram seu precioso tempo para a avaliação deste trabalho, contribuindo significativamente para a melhoria do mesmo.
- Aos meus colegas do curso de Licenciatura em Matemática e aos colegas do curso de Engenharia de Processos e Engenharia Mecânica (Evaldo Marcos, João Paulo, Iran Rodrigues, José Vieira, Aginaldo Araújo e Luis) com os quais compartilhei várias horas de estudo. Em especial a Iran Rodrigues, José Vieira, João Paulo, e Evaldo Marcos, com o quais tiraram dúvidas de conteúdos de várias disciplinas.

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	11
2. MODELAGEM MATEMÁTICA .....	13
2.1 CARACTERÍSTICAS, POTENCIALIDADES, E ETAPAS METODOLÓGICAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA. ....	14
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	16
3.1 SALDO DE RADIAÇÃO .....	16
3.2 SENSORIAMENTO REMOTO.....	17
3.3 BALANÇO DE RADIAÇÃO .....	19
3.4 SATÉLITE LANDSAT 5 .....	20
4. O ALGORITMO SEBAL.....	21
4.1 ETAPAS COMPUTACIONAIS PARA A OBTENÇÃO DOS COMPONENTES DO BALANÇO DE RADIAÇÃO, ATRAVÉS DO ALGORITMO SEBAL.....	23
5. APLICAÇÃO DO ALGORITMO SEBAL.....	31
CONCLUSÕES .....	36
REFERÊNCIAS .....	37

## **RESUMO**

As técnicas de sensoriamento remoto têm sido amplamente aplicadas para obter as informações sobre a gestão dos recursos naturais. O SEBAL é um algoritmo usado para estimar os fluxos de energia a partir da superfície do solo, de uma forma eficaz e simples. Esse algoritmo compreende uma pequena modelagem matemática composta por um conjunto de equações empíricas e semi-empíricas, pelas quais são estimados alguns parâmetros do sistema terra-atmosfera. Este trabalho objetivou deduzir as principais equações presentes no algoritmo SEBAL (Surface Energy Balance Algorithm for Land) como também uma aplicação do mesmo para estimar o saldo de radiação em uma determinada área.

**Palavras-chave:** Sensoriamento, Algoritmo SEBAL, Modelo Matemático.



**ABSTRACT**

The remote sensing techniques have been widely applied to obtain information on the management of natural resources. The SEBAL an algorithm is used to estimate the energy flows from the ground surface, in an effective and simple. This algorithm comprises a small mathematical model comprises a set of empirical equations and semi-empirical, in which some parameters are estimated earth-atmosphere system. This study aimed to derive the equations present the main algorithm SEBAL (Surface Energy Balance Algorithm for Land) as well as an application of the same for estimating the net radiation in a particular area.

**Keywords:** Sensing, SEBAL algorithm, Mathematical Model.

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1. Fluxograma das etapas do processamento para obtenção do balanço de radiação à superfície (Rn) pelo algoritmo SEBAL. ....	23
Figura 2. Localização da área do estudo.....	32
Figura 3. Visor onde são mostradas as imagens abertas pelo ERDAS IMAGINE 8.7. ....	33
Figura 4. Etapas 1 e 2 sendo calculado pelo ERDAS IMAGINE 8.7 através do modelo computacional.....	33
Figura 5. Saldo de radiação sobre área ilustrada na Figura 1, a) no dia 13/06/1994, b) 13/06/2010.....	35

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1. Constantes de calibração (LMAX e LMIN) do Landsat 5-TM. ....	24
Tabela 2. Valores do $ESUN_{\lambda}$ ( $Wm^{-2}\mu m^{-1}$ ) válidos para o Landsat 5. ....	25
Tabela 3. Coeficientes de cada banda para o cômputo do albedo no topo da atmosfera. ....	26

## 1. INTRODUÇÃO

O SALDO DE RADIAÇÃO ( $R_n$ ) na superfície da terra é de fundamental importância para os processos de evaporação, fotossíntese, e aquecimento do solo e do ar (BISHT e BRAS, 2010). Conforme (AGUIAR, 2007) a variação do  $R_n$  é função de diversas características da superfície, tais como: cobertura e uso do solo, umidade e temperatura do solo, entre outras.

Pode-se definir saldo de radiação, como sendo o balanço entre os fluxos radiativos de onda curta e de onda longa, isto é, a irradiância solar incidente menos a irradiância solar refletida, e a radiação de onda longa atmosférica menos a radiação de onda longa emitida pela superfície da Terra.

Para o monitoramento desse processo, faz-se necessário, o uso de tecnologias de geoprocessamento que tem sido uma importante ferramenta para análise ambiental e alterações provocadas pelo homem ao meio ambiente. Quando estas atividades humanas não são acompanhadas de monitoramento, gerenciamento e planejamento ambiental, observa-se a progressiva degradação das condições ambientais e a escassez dos recursos naturais (HUANG *et al.*, 2008).

Essas interferências dinâmicas necessitam de técnicas que as monitorem temporalmente. Para isso, a utilização de equipamentos com precisão é relevante para os estudos do planeta. De posse desta visão não poderia ficar ausente o sensoriamento remoto. Enaltecendo esta tecnologia, pode-se afirmar que os avanços para essa área não param.

Dentre as técnicas utilizadas para obtenção de dados destacam-se os múltiplos usos das imagens de satélite. Para tal, foram criados algoritmos que facilitassem a extração de informações das imagens orbitais. Um desses algoritmos é o SEBAL (Surface Energy Balance Algorithm for Land) que é amplamente utilizado em sensoriamento remoto, para determinar fluxos de calor sensível e latente à superfície (BASTIAANSEN, 1995).

Alguns estudos argumentam que a grande vantagem do SEBAL é determinar o saldo de radiação à superfície sem custos elevados. Para executar este algoritmo são necessários imagens de satélite e alguns parâmetros meteorológicos observados à superfície.

Assim, para a determinação do  $R_n$ , inclui-se os parâmetros: albedo da superfície, emissividade da superfície, temperatura do ar, emissividade do ar e radiação de onda curta incidente. Diante do exposto, este trabalho objetiva identificar e demonstrar as principais equações presentes no algoritmo SEBAL (Surface Energy Balance Algorithm for Land) e realizar uma aplicação desse algoritmo em uma determinada área.

No capítulo a seguir, abordaremos alguns tópicos sobre modelagem matemática e suas aplicações.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática está presente na vida do homem desde os tempos remotos, ao utilizar conhecimentos matemáticos para modelar e resolver situações problemáticas com as quais se deparava. Quando esses conhecimentos se mostravam insuficientes, a busca de novos objetos e/ou relações matemáticas fazia-se necessário (COSTA E GHEDIN, 2007).

Pode-se definir que a modelagem matemática é uma metodologia de trabalho científico, que descreve processos da realidade, em equações, sentenças, ou outros objetos matemáticos, a fim de que seja feita uma interpretação deste problema de uma forma matemática, e assim tirar conclusões que contribuam no desenvolvimento do processo estudado.

Conceitualmente, um modelo matemático ou simplesmente modelo, pode ser apresentado como uma representação de um sistema real, o que significa que um modelo deve representar um sistema e a forma como ocorrem as modificações no mesmo.

O ato de modelar, conhecido como modelagem, pode ser aplicado a um grande número de problemas. Por exemplo, o estudo da análise ambiental nas proximidades de um rio, a forma da asa de um avião, um sistema econômico, uma cultura agrícola, um estudo populacional, um estudo físico, e até mesmo um sistema matemático como o conjunto dos números naturais.

O objetivo mais importante de um modelo é que ele permite entender o próprio modelo de uma forma simples ou então descrever este modelo completamente, de modo que o modelo possa ser tão preciso quanto o mundo real.

Um modelo é normalmente uma simplificação do mundo real ou alguma forma conveniente de trabalhar com este mundo, mas as características essenciais do mundo real devem aparecer no modelo, de modo que o seu comportamento seja igual ou semelhante aquele do sistema modelado.

## **2.1 CARACTERÍSTICAS, POTENCIALIDADES, E ETAPAS METODOLÓGICAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA.**

Como método científico, a modelagem apresenta algumas características de investigação que também se fazem presentes quando aplicada no ensino. Conforme Ponte e colaboradores (2005: 13), investigar em Matemática “é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. A modelagem envolve quatro momentos: exploração e formulação de questões, organização de dados e formulação de conjecturas, realização de testes e reformulação das conjecturas, justificação e avaliação. Em um sistema econômico ou em um estudo de uma população, por exemplo, devemos usar um modelo abstrato e empregar a linguagem matemática para definir o modelo.

Por outro lado, um modelo matemático consiste de um conjunto de equações que representam de forma quantitativa, as hipóteses que foram usadas na construção do modelo, as quais se apoiam sobre o sistema real. Tais equações são resolvidas em função de alguns valores conhecidos ou previstos pelo modelo real e podem ser testadas através da comparação com os dados conhecidos ou previstos com as medidas realizadas no mundo real.

As equações matemáticas de um modelo não proporcionam a própria explicação científica do modelo, mas simplesmente interpretam as hipóteses de um ponto de vista quantitativo, dando-nos a condição de deduzir consequências e mostrar-nos onde estão os detalhes que deverão ser aceitos ou recusados.

Segundo Bassanezi (2006, p. 16) “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” De acordo com Biembengut e Hein (2003) o processo de modelagem matemática pode ser realizado, basicamente, em três fases:

- *Interação*: É o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado. A situação-problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.
- b) *Matematização*: Formulação do problema (hipótese) e resolução do problema em termos do modelo. É aqui que se dá a *tradução* da situação problema para a linguagem matemática. O objetivo principal deste momento do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, equações algébricas, gráficas, representações, programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.
- c) *Modelo Matemático*: Interpretação da solução e validação do modelo (avaliação). Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização.

Acerca da modelagem matemática como método científico, Bassanezi (2006) levanta uma série de pontos para destacar a relevância desta quando utilizada como instrumento de pesquisa, a saber:

- Pode estimular novas ideias e técnicas experimentais;
- Pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos;
- Pode ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões;
- Pode sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão;
- Pode preencher lacunas onde exista a falta de dados experimentais;
- Pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade.

Professores de Matemática possuem formação acadêmica que pouco valoriza a relação entre a teoria e a prática, dificultando a modelagem matemática. Talvez esta seja a maior dificuldade para trabalhar com Modelagem Matemática. Além disso, é importante que o professor conheça as etapas da modelagem para que possa definir os responsáveis (aluno e/ou professor) pelas atividades de cada etapa e adequar sua aplicação à realidade da turma,



considerando aspectos como: os conceitos prévios estudados pelos alunos; o conteúdo programático a ser desenvolvido; os objetivos conceituais, de atitudes e habilidades; o tempo para sua aplicação e a experiência do professor com atividades de modelagem.

“O uso da modelagem matemática no ensino de ciências, em qualquer nível, pode ser uma forma de trazer questionamentos a alunos e professores, despertando a reflexão e o espírito crítico tão necessários para ter educação científica ao invés de treinamento para resolução de problemas padronizados.” (Cury, 2003: 15)

### **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### **3.1 SALDO DE RADIAÇÃO**

Pode-se afirmar que a energia proveniente do sol é o fator mais importante no desenvolvimento dos processos físicos que influenciam as condições de tempo e clima na Terra. O saldo de radiação ( $R_n$ ) representa a energia disponível aos processos físicos e biológicos que ocorrem na superfície terrestre sendo definido como o balanço de radiação de todos os fluxos radiativos que chegam e saem de uma superfície (KLEIN et al., 1977; WELIGEPOLAGE, 2005) o qual é um componente fundamental para a estimativa do balanço de energia na superfície, previsão do tempo e aplicação na agricultura.

Uma parte da energia solar retida no sistema Terra-Atmosfera é absorvida pela superfície do solo, podendo ser utilizada, por exemplo, no aquecimento do ar adjacente a superfície, no aquecimento das superfícies, (solo e plantas) e no processo de evapotranspiração (vaporização da água e de superfície vegetada). É necessário que se esclareça que, além dessa componente relacionada à energia solar, a emissão terrestre também participa desses processos mencionados (WELIGEPOLAGE, 2005).

### 3.2 SENSORIAMENTO REMOTO

O sensoriamento remoto provê inigualáveis coberturas espaciais e temporais de atributos da superfície, assim sendo, vários estudos tentam estimar o saldo de radiação ou seus componentes por combinação de observações de sensoriamento remoto com dados de superfície e da atmosfera (JACOBS et al., 2000; MA et al., 2002).

O sensoriamento remoto, segundo Florenzano (2002), é a tecnologia que permite obter imagens e outros tipos de dados, da superfície terrestre, através da captação e/ou do registro da energia refletida ou emitida pelos alvos. A origem dessa tecnologia vincula-se ao surgimento das primeiras fotografias aéreas.

O termo sensoriamento remoto apareceu pela primeira vez na literatura científica em 1960 e significa simplesmente a aquisição de informações sem contato físico com os objetos. Desde então, esse termo tem abrigado tecnologia e conhecimentos extremamente complexos derivados de diferentes campos que vão desde a física até a botânica e desde a engenharia eletrônica até a cartografia.

Segundo Hafeez *et al.* (2002), a utilização da técnica de sensoriamento remoto para estimativas da evapotranspiração com larga cobertura espacial é utilizada desde 1990. Desde então, diferentes métodos para o cálculo dos componentes do balanço de energia e, por conseguinte, da evapotranspiração, têm sido desenvolvidos, baseados em relações físicas e/ou empíricas.

O uso de imagens orbitais também é conhecido pelo baixo custo de seus produtos, quando comparado com tradicionais métodos fotogramétricos e topográficos. Outra vantagem apresentada por esta tecnologia é a frequência com que cada região na superfície da terra é coberta o que possibilita ao monitoramento temporal de diferentes fenômenos e recursos naturais. Em adição, as novas gerações de satélites estão produzindo dados com alta resolução espacial, levando esta tecnologia do sensoriamento a ser aplicada numa variedade de áreas do

conhecimento e enfatizando a necessidade de formas automáticas para o processamento e análises de imagens.

Os sistemas de sensoriamento remoto disponíveis atualmente fornecem dados repetitivos e consistentes da superfície da Terra, os quais são de grande utilidade para diversas aplicações, dentre elas, destacam-se:

- Urbanas (inferência demográfica, cadastro, planejamento urbano suporte ao setor imobiliário).
- Agrícolas: condições das culturas, previsão de safras, erosão de solos.
- Geológicas: minerais, petróleo, gás natural.
- Ecológicas (regiões alagadas, solos, florestas, oceanos, águas continentais).
- Florestais (produção de madeira, controle de desflorestamento, estimativa de biomassa).
- Cartográficas (mapeamento topográfico, mapeamento temático, atualização de terra).
- Oceanográficas (produtividade primária, monitoramento de óleo, estudos costeiros, circulação oceânica).
- Hidrológicas (mapeamento de áreas afetadas por inundações, avaliação de consumo de água por irrigação, modelagem hidrológica).
- Limnológicas (caracterização da vegetação aquática, identificação de tipos de água; avaliação do impacto do uso da terra em sistemas aquáticos).
- Militares, e muitas outras (NOVO, 2010).

Cada uma dessas aplicações tem requisitos de frequência de revisita, resolução espacial, espectral e radiométrica, faixa imageada diferentes entre si. Esses requisitos precisam ser adaptados aos diferentes dados disponíveis.

As informações derivadas de sensores remotos podem também ser utilizadas para alimentar e/ou validar modelos numéricos tais como modelos climáticos globais (Global Climatic Models – GCMs) desenvolvidos para simular os processos ambientais ou fazer previsões de mudanças derivadas de ação antrópica.

### 3.3 BALANÇO DE RADIAÇÃO

“Balanço” é a diferença entre a entrada e a saída de elementos de um sistema. Os principais componentes para o balanço de radiação no sistema terrestre são: superfície, atmosfera e nuvens. Quando a radiação solar entra no sistema terrestre, uma parte é absorvida pela superfície e outra parte é refletida de volta para o espaço. A radiação solar é um dos principais fatores que assegura a vida na Terra.

A radiação solar que chega à Terra é a fonte de energia necessária para praticamente toda a vida e os movimentos atmosféricos de nosso planeta. Em um solo coberto de vegetação, as folhas absorvem uma grande quantidade de radiação, impedindo a incidência direta na superfície. Embora a radiação solar incida em linha reta, os gases e aerossóis podem causar o seu espalhamento em diversos níveis da atmosfera, chamado de insolação difusa.

As características do espalhamento dependem, em grande parte, do tamanho das moléculas de gás ou aerossóis presentes na atmosfera. Dentro da atmosfera, os topos das nuvens são os mais importantes refletores. A capacidade de reflexão dos topos de nuvens depende de sua espessura, variando de 40 % para nuvens finas a 80 % para nuvens espessas. Já o albedo terrestre, que é a razão entre a radiação média refletida pela superfície do planeta e a proveniente do Sol, são de 30 % (NOVO, 2010).

Quando uma molécula absorve energia na forma de radiação, esta energia é transformada em movimento molecular interno causando o aumento da sua temperatura. Por isso, os gases que absorvem melhor a radiação têm papel importante no aquecimento da atmosfera. O vapor d'água tem um alto índice de absorção da radiação solar. Juntamente com o oxigênio e o ozônio, o vapor d'água representa a maior parte dos 19 % da radiação solar que são absorvidos na atmosfera.

O vapor d'água e o dióxido de carbono são os responsáveis pela maior parte da absorção da radiação solar na faixa do infravermelho, que ocorre na troposfera onde suas

concentrações são maiores. O vapor d'água absorve aproximadamente 5 vezes mais radiação terrestre que todos os outros gases combinados. Aproximadamente, 51 % da energia solar que chega ao topo da atmosfera consegue atingir a superfície da Terra. Depois, a maior parte desta energia é irradiada de volta para a atmosfera na faixa do infravermelho.

A radiação global pode ser medida com instrumentos que registram a energia que atinge o solo: actinógrafos ou solarímetros. Na falta destes instrumentos, a radiação global pode ser estimada a partir das horas de insolação.

### **3.4 SATÉLITE LANDSAT 5**

O satélite LANDSAT 5 foi lançado em 01 de Março de 1984 e funciona em órbita equatorial a 705 km de altitude, usando a bordo o sensor TM (Thematic Mapper), ver Quadro1. Possui separação espectral adequada ao seu principal propósito, ou seja, oferecer subsídios para mapeamentos temáticos na área de recursos naturais. O satélite Landsat 5 opera com 7 bandas nas regiões do visível, infravermelho próximo, médio e termal.

O sistema TM é composto por um conjunto de subsistemas configurados para permitir o imageamento da superfície com fidelidade geométrica. A energia proveniente da cena atinge o espelho de varredura após passar por um sistema de proteção contra a radiação solar direta. O espelho de varredura é conectado a um sistema eletrônico que controla sua oscilação.

Os dados do sensor TM foram utilizados em pesquisas e definições de metodologias em amplas áreas do conhecimento científico e tiveram importância singular para a evolução das técnicas desenvolvidas e utilizadas no sensoriamento remoto mundial.

**QUADRO 1**

<b>CARACTERÍSTICAS DO SENSOR - TM (Thematic Mapper)</b>	
Bandas espectrais	Banda 1 - Azul (0,450 - 0,520 $\mu\text{m}$ ) Banda 2 - Verde (0,520 - 0,600 $\mu\text{m}$ ) Banda 3 - Vermelho (0,630 - 0,690 $\mu\text{m}$ ) Banda 4 - Infravermelho próximo (0,760 - 0,900 $\mu\text{m}$ ) Banda 5 - Infravermelho médio (1,550 - 1,750 $\mu\text{m}$ ) Banda 6 - Infravermelho termal (10,40 - 12,50 $\mu\text{m}$ ) Banda 7 - Infravermelho médio (2,080 - 2,350 $\mu\text{m}$ )
Resolução espacial	Bandas 1-5 e 7 – 30 metros Banda 6 – 120 metros
Largura da faixa imageada	185 km
Resolução temporal	16 dias

Fonte: adaptado de EMBRAPA – Monitoramento por satélites, 2012.

**4. O ALGORITMO SEBAL**

O SEBAL (*Surface Energy Balance for Land*) é um algoritmo desenvolvido por Bastiaanssen (1995), que utiliza imagens de satélites e poucas informações de superfície, tais como temperatura do ar e velocidade do vento, que são facilmente obtidas nas estações meteorológicas. Além disso, o autor propõe o emprego de poucas relações e suposições empíricas. Segundo Bastiaanssen *et al.* (1998a), o SEBAL descreve a variabilidade espacial de muitas variáveis micrometeorológicas através de funções semi-empíricas. Além disso, esse algoritmo pode ser utilizado para diversos agrossistemas, e a sua principal vantagem é sua baixa demanda por informações de uso e cobertura de solo e dados meteorológicos.

Este algoritmo é um modelo de processamento de imagem, composto de 25 passos computacionais, que resolve o balanço de energia a superfície, pixel por pixel sobre uma base de tempo instantâneo. O mesmo tem sido aplicado em diferentes áreas do globo, alcançando resultados muito consistentes e importantes ao gerenciamento e monitoramento de recursos naturais.

O SEBAL é um algoritmo semi-empírico que promove a parametrização do balanço de energia e fluxos de superfície baseado em alguns dados locais e medições espectrais de satélites. O algoritmo é validado em vários ecossistemas mundiais.

De acordo com Bastiaansen (2000), o SEBAL é um algoritmo para determinação dos mapas de Evapotranspiração para grandes áreas. Ele é processado por meio de rotinas computacionais que predizem um balanço completo da radiação e da energia ao longo da superfície da Terra. Utiliza imagens coletadas pelos sensores TM Landsat 5 e 7, ou outro sensor que colete faixas do espectro na região do infravermelho refletivo e termal.

No entanto, a teoria é independente do tipo de satélite e o uso do algoritmo SEBAL pode ser aplicado para outras imagens de satélites desde que se utilizem os parâmetros de forma apropriada.

Os principais objetivos do SEBAL são: estimar os componentes do Balanço de Radiação ( $R_n$ ), do Fluxo de Calor no Solo ( $G$ ) e do Fluxo de Calor Sensível ( $H$ ), ou seja, a energia à superfície, determinando-se a evapotranspiração/evaporação horária em determinada região de estudo, com a utilização do programa ERDAS IMAGE 8.7 que georreferencia as tipologias para serem utilizadas pelo algoritmo SEBAL.

As etapas computacionais para a obtenção dos componentes do balanço de radiação, através do algoritmo SEBAL estão apresentadas no fluxograma da Figura 1 e detalhadas na sequência.

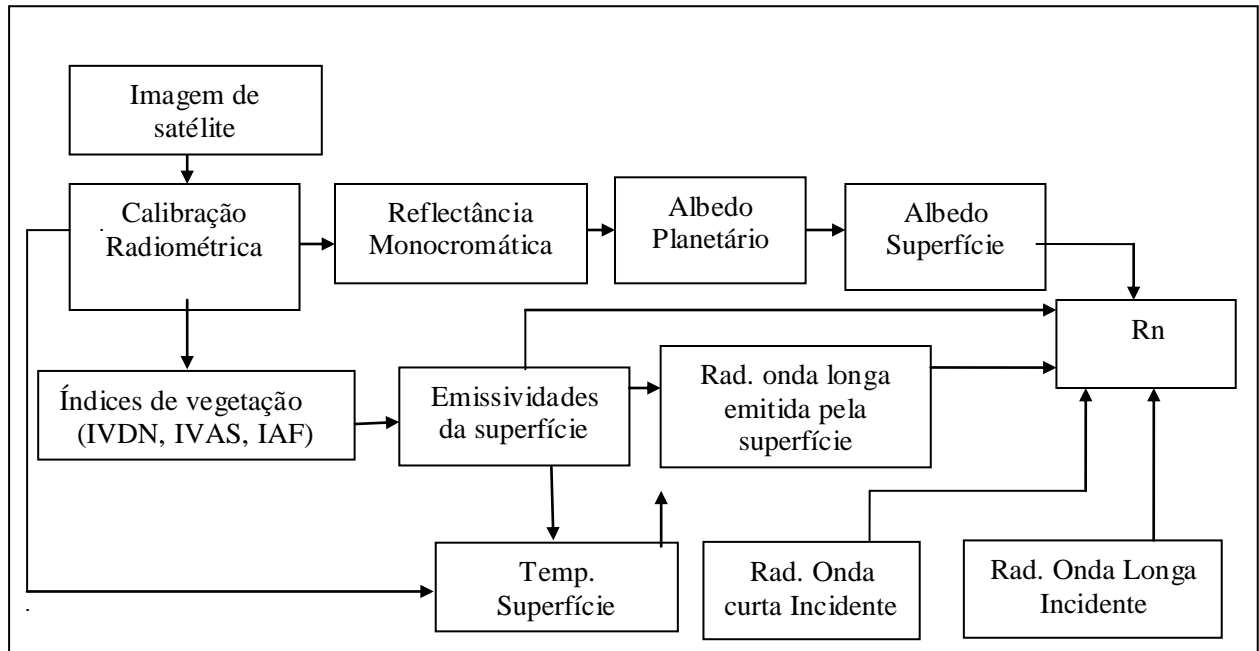


Figura 1. Fluxograma das etapas do processamento para obtenção do balanço de radiação à superfície ( $R_n$ ) pelo algoritmo SEBAL.

#### 4.1 ETAPAS COMPUTACIONAIS PARA A OBTENÇÃO DOS COMPONENTES DO BALANÇO DE RADIAÇÃO, ATRAVÉS DO ALGORITMO SEBAL.

##### 1º Passo – Calibração Radiométrica ( $L_\lambda$ )

A primeira etapa computacional do SEBAL consiste na obtenção da calibração radiométrica ou radiância espectral, ( $L_\lambda$ ), que é calculada pela seguinte expressão:

$$L_\lambda = \left( \frac{L_{MAX} - L_{MIN}}{255} \right) DN + L_{MIN} \quad (1)$$

onde o  $DN$  é o número digital de cada pixel da imagem,  $L_{MAX}$  e  $L_{MIN}$  são as constantes de calibração espectral do sensor, cujos valores para o Landsat 5-TM, segundo Chander e Markham (2003), estão apresentados na Tabela 1.



**Tabela 1.** Constantes de calibração (LMAX e LMIN) do Landsat 5-TM.

Banda	$L_{MIN} (Wm^{-2}st^{-1}\mu m^{-1})$	$L_{MAX} (Wm^{-2}st^{-1}\mu m^{-1})$
1	-1,52	193,0
2	-2,84	365,0
3	-1,17	264,0
4	-1,51	221,0
5	-0,37	30,2
6	1,2378	15,303
7	-0,15	16,5

## 2° Passo – Reflectância Monocromática ( $\rho_\lambda$ )

Em seguida, calcula-se a reflectância monocromática ( $\rho_\lambda$ ), que é a razão entre a radiação solar refletida e incidente em cada pixel (é o menor ponto que forma uma imagem digital, sendo que o conjunto de milhares de pixels forma a imagem inteira). Em outras palavras,  $\rho_\lambda$  representa a porção da radiação solar de cada banda que é refletida. O seu cômputo é obtido pela seguinte equação (Allen et al., 2002):

$$\rho_\lambda = \frac{\pi L_\lambda}{ESUN_\lambda \cos \theta d_r} \quad (2)$$

onde  $L_\lambda$  é a radiância espectral (definida na Equação 1);  $ESUN_\lambda$  é a constante solar monocromática associada a cada banda do Landsat 5 - TM, cujos valores, de acordo com Chander e Markham (2003), estão apresentados na Tabela 2;  $\theta$  é o ângulo zenital do Sol; e  $d_r$  é o inverso do quadrado da distância relativa Terra-Sol (em unidade astronômica – UA), dada por Iqbal, (1983), que é obtida pela Equação 3.

As imagens do Landsat 5 - TM são compostas de sete bandas espectrais cujas, características estão presentes conforme o quadro 2 abaixo :

**Quadro 2**

Banda	Faixa Espectral
1	0,45 a 0,52 $\mu\text{m}$ - azul
2	0,52 a 0,60 $\mu\text{m}$ - verde
3	0,63 a 0,69 $\mu\text{m}$ - vermelho
4	0,76 a 0,90 $\mu\text{m}$ - infravermelho próximo
5	1,55 a 1,75 $\mu\text{m}$ - infravermelho médio
6	10,4 a 12,5 $\mu\text{m}$ - infravermelho termal
7	2,08 a 2,35 $\mu\text{m}$ - infravermelho distante

Fonte: INPE (2012).

**Tabela 2.** Valores do  $ESUN_{\lambda}$  ( $\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$ ) válidos para o Landsat 5.

	Banda 1	Banda 2	Banda 3	Banda 4	Banda 5	Banda 6	Banda 7
Landsat 5	1957	1826	1554	1036	215,0	-	80,67

$$d_r = 1 + 0,033 \cos\left(DOA \frac{2\pi}{365}\right) \quad (3)$$

onde  $DOA$  é o dia de ordem do ano em que são obtidos os dados radiométricos (imagens de satélite).

### 3° Passo - Albedo Planetário ou Albedo no Topo da Atmosfera

O cálculo do albedo no topo da atmosfera ( $\alpha_{toa}$ ) é feito através de uma combinação linear das reflectâncias espectrais ( $\rho_{\lambda}$ ), calculadas anteriormente, e os pesos ( $\varpi_i$ ) relativos a cada banda de modo que:

$$\alpha_{toa} = (\varpi_1 \rho_1) + (\varpi_2 \rho_2) + (\varpi_3 \rho_3) + (\varpi_4 \rho_4) + (\varpi_5 \rho_5) + (\varpi_7 \rho_7) \quad (4)$$

Onde:  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5$  e  $\rho_7$  são as reflectâncias monocromáticas das bandas 1, 2, 3, 4, 5 e 7, respectivamente, e  $\varpi_i$  é estimado pela equação 5:

$$\varpi_i = \frac{ESUN_{\lambda}}{\sum ESUN_{\lambda}} \quad (5)$$

Onde através dos valores correspondentes ao  $ESUN_{\lambda}$  (Tabela 2), de cada banda encontram-se os pesos apresentados na Tabela 3 abaixo:

**Tabela 3.** Pesos de cada banda para o cômputo do albedo no topo da atmosfera.

	$\varpi_1$	$\varpi_2$	$\varpi_3$	$\varpi_4$	$\varpi_5$	$\varpi_6$	$\varpi_7$
Landsat 5-TM	0,293	0,274	0,233	0,157	0,033	-	0,011

Fonte: Allen et al. (2002)

#### 4° Passo- Albedo da Superfície

O albedo da superfície ou albedo corrigido dos efeitos atmosféricos, é computado através da equação 6 abaixo:

$$\alpha = \frac{\alpha_{toa} - \alpha_{pr}}{\tau_{sw}^2} \quad (6)$$

onde  $\alpha_{toa}$  é o albedo planetário,  $\alpha_{pr}$  é a porção da radiação solar refletida pela atmosfera (Bastiaanssen, 2000) e  $\tau_{sw}$  é a transmissividade atmosférica, que é definida como a fração da radiação solar incidente transmitida pela atmosfera que foi obtida segundo a equação simplificada proposta por Allen et al. (2002) em função da altitude local ( $z$ ), em metros, conforme a equação 7 abaixo:

$$\tau_{sw} = 0,75 + 2 \times 10^{-5} z \quad (7)$$

#### 5° Passo- Índices de Vegetação (IVDN, IVAS) e Índice de Área Foliar (IAF)

O Índice de Vegetação por Diferença Normalizada (IVDN), que é um indicativo das condições da densidade e porte da vegetação, é obtido através da razão entre a diferença das reflectâncias do infravermelho próximo ( $\rho_4$ ) e do vermelho ( $\rho_3$ ) e a soma das mesmas reflectâncias conforme equação:

$$IVDN = (\rho_4 - \rho_3) / (\rho_4 + \rho_3) \quad (8)$$

O Índice de Vegetação Ajustado ao Solo (*IVAS*) é um índice de vegetação que visa amenizar os efeitos de “background” (fundo) do solo, sendo obtido através de equação proposta por Huete (1988):

$$IVAS = (1 + F)(\rho_4 - \rho_3) / (F + \rho_4 + \rho_3) \quad (9)$$

onde  $F$  é um fator de ajuste ao solo ( $F = 0,5$ ) (Allen et al., 2007a).

O cômputo do Índice de Área Foliar (*IAF*), que representa a razão entre a área total de todas as folhas contidas em dado pixel, pela área do pixel, é feito por equação empírica obtida por Allen et al. (2002):

$$IAF = - \frac{\ln\left(\frac{0,69 - IVAS}{0,59}\right)}{0,91} \quad (10)$$

### 6° Passo - Emissividades

O cálculo da temperatura da superfície é feito através da equação de Planck invertida, proposta para um corpo negro, para o qual a emissividade é igual a 1. Como cada pixel não constitui um corpo negro há a necessidade de se estabelecer a sua emissividade no domínio espectral da banda termal ( $\varepsilon_{NB}$ ), para fins do cômputo da  $T_s$ , bem como no cômputo da radiação de onda longa emitida pela superfície, que nesse caso, é considerada a emissividade da banda larga ( $\varepsilon_0$ ) (4 – 100  $\mu\text{m}$ ).

O cômputo de ambas as emissividades é feito através das equações seguintes, em função do *IAF* (Allen et al., 2002):

$$\varepsilon_{NB} = 0,97 + 0,00331IAF \quad (11a)$$

$$\varepsilon_0 = 0,95 + 0,01IAF \quad (11b)$$

São considerados  $\varepsilon_{NB} = \varepsilon_0 = 0,98$  quando  $IAF \geq 3$ , e para  $IVDN < 0$ , no caso de corpos de água, considera-se  $\varepsilon_{NB} = 0,99$  e  $\varepsilon_0 = 0,985$ , de acordo com proposta de Allen et al. (2002).

### 7° Passo- Temperatura da Superfície (Ts)

A radiação espectral emitida por um corpo negro é descrita matematicamente pela função de Planck:

$$L_{\lambda,6} = \frac{\varepsilon_{nB} C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T_s}} - 1)} \quad (12)$$

Onde:  $C_1 = 1,19104356 \times 10^8 \text{ W } \mu\text{m}^4\text{m}^{-2}\text{sr}^{-1}$  e  $C_2 = 1,4387685 \times 10^4 \mu\text{mK}$  são constantes, T é a temperatura (K) e  $\lambda$  é o comprimento de onda ( $\mu\text{m}$ ).

Na equação 12, fazemos:

$$K_1 = \frac{C_1}{\lambda^5}; \quad K_2 = \frac{C_2}{\lambda}$$

e considerando um corpo com emissividade  $\varepsilon$ , após substituir  $K_1$  e  $K_2$  na equação (12), temos:

$$L_{\lambda,6} = \frac{\varepsilon K_1}{e^{\frac{K_2}{T_s}} - 1} \Rightarrow$$

$$L_{\lambda,6} (e^{\frac{K_2}{T_s}} - 1) = \varepsilon K_1 \Rightarrow$$

$$e^{\frac{K_2}{T_s}} - 1 = \frac{\varepsilon K_1}{L_{\lambda,6}} \Rightarrow$$

Isolando  $e^{\frac{K_2}{T_s}}$  na equação acima temos:

$$e^{\frac{K_2}{T_s}} = \frac{\varepsilon K_1}{L_{\lambda,6}} + 1 \Rightarrow$$

Aplicando o logaritmo em ambos os lados da equação temos;

$$\ln \left( e^{\frac{K_2}{T_s}} \right) = \ln \left( \frac{\varepsilon K_1}{L_{\lambda,6}} + 1 \right) \Rightarrow$$

$$\frac{K_2}{T_s} = \ln \left( \frac{\varepsilon K_1}{L_{\lambda,6}} + 1 \right) \Rightarrow$$

$$T_s \ln \left( \frac{\varepsilon K_1}{L_{\lambda,6}} + 1 \right) = K_2$$

E por fim, isolamos o  $T_s$  na equação acima para a obtenção da temperatura da superfície, como mencionado anteriormente, tem-se:

$$T_s = \frac{K_2}{\ln \left( \frac{\varepsilon_{NB} K_1}{L_{\lambda,6}} + 1 \right)} \quad (13)$$

Segundo Chander & Markhan (2003),  $K_1 = 607,76 \text{ (Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\mu\text{m}^{-1}\text{)}$  e  $K_2 = 1260,56 \text{ K}$  são constantes de calibração da banda termal do Landsat TM-5.

### 8° Passo- Radiação de Onda Longa Emitida pela superfície ( $R_{L\uparrow}$ )

O terceiro termo do balanço de radiação calculado pelo SEBAL é o fluxo de radiação termal emitida pela superfície. O seu cômputo é feito pela equação de Stefan-Boltzmann, a qual é função da temperatura e da emissividade da superfície, onde:

$$R_{L\uparrow} = \varepsilon_0 \sigma T_s^4 \quad (14)$$

em que  $\sigma$  é a constante de Boltzmann ( $5,67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ ) e os outros termos já foram definidos anteriormente.

### 9° Passo- Radiação de Onda Longa Incidente ( $R_{L\downarrow}$ )

A radiação de onda longa emitida pela atmosfera na direção da superfície ( $\text{Wm}^{-2}$ ) também é calculada pela equação de Stefan-Boltzmann, usando a emissividade do ar que é obtida pela equação (16) e da temperatura do ar ( $T_a$ ), obtida junto a uma estação meteorológica, na área de estudo, no entanto quando não houver uma estação meteorológica presente, esta temperatura pode ser estimada por equação de regressão múltipla com base na altitude, latitude e longitude (Coelho et al., 1973; Pinto & Alfonsi, 1974; Feitoza et al., 1979; Almeida & Sá, 1984; Camargo & Ghizzi, 1991; Luiz & Silva, 1995; Sedyama et al., 1998; Cargnelutti Filho et al., 2006).

$$R_{L\downarrow} = \varepsilon_a \sigma T_a^4 \quad (15)$$

A emissividade do ar ( $\varepsilon_a$ ) foi obtida por:

$$\varepsilon_a = 0,85(-\ln \tau_{sw})^{0,09} \quad (16)$$

### 10° Passo- Radiação de Onda Curta Incidente ( $R_{S\downarrow}$ )

O segundo termo do balanço de radiação é a radiação de onda curta incidente  $R_{S\downarrow}$ , que é calculado pela equação a seguir:

$$R_{S\downarrow} = G_{sc} \cos \theta \tau_{sw} \quad (17)$$

onde  $G_{sc}$  é a constante solar ( $1367 \text{ Wm}^{-2}$ ) e os demais termos foram previamente definidos.

### 11° Passo - Saldo de Radiação ( $R_n$ )

O SEBAL faz o cômputo de  $R_n$  através da equação:

$$R_n = R_{s\downarrow} - \alpha R_{s\downarrow} + R_{L\downarrow} - R_{L\uparrow} - (1 - \varepsilon_0) R_{L\downarrow}, \quad (18)$$

onde  $R_{s\downarrow}$  é a radiação de onda curta ou solar incidente ( $\text{Wm}^{-2}$ ), o termo  $\alpha R_{s\downarrow}$  é a porção da radiação de onda curta refletida pela superfície ( $\text{Wm}^{-2}$ ),  $\alpha$  é o albedo da superfície,  $R_{L\downarrow}$  é a radiação de onda longa emitida pela atmosfera na direção da superfície ( $\text{Wm}^{-2}$ ),  $R_{L\uparrow}$  é a radiação de onda longa emitida pela superfície ( $\text{Wm}^{-2}$ ); o termo  $(1 - \varepsilon_0) R_{L\downarrow}$  corresponde a radiação de onda longa refletida e  $\varepsilon_0$  é a emissividade da superfície.

## 5. APLICAÇÃO DO ALGORITMO SEBAL

A determinação do balanço de radiação em áreas degradadas é um dos exemplos de aplicação do algoritmo SEBAL, com base em imagens do Mapeador Temático do Landsat 5 e alguns dados complementares de superfície.

A área de aplicação para esse estudo compreende os territórios municipais de Gilbués, Barreiras do Piauí, Monte Alegre do Piauí e São Gonçalo do Gurguéia, o quadrante está localizado entre os meridianos  $45^\circ 38' 51''$  e  $44^\circ 53' 24''$  de longitude Oeste e os paralelos  $10^\circ 01' 35''$  e  $9^\circ 39' 00''$  de latitude Sul. Fazendo parte da microrregião do Alto Médio Gurguéia (Figura 2).



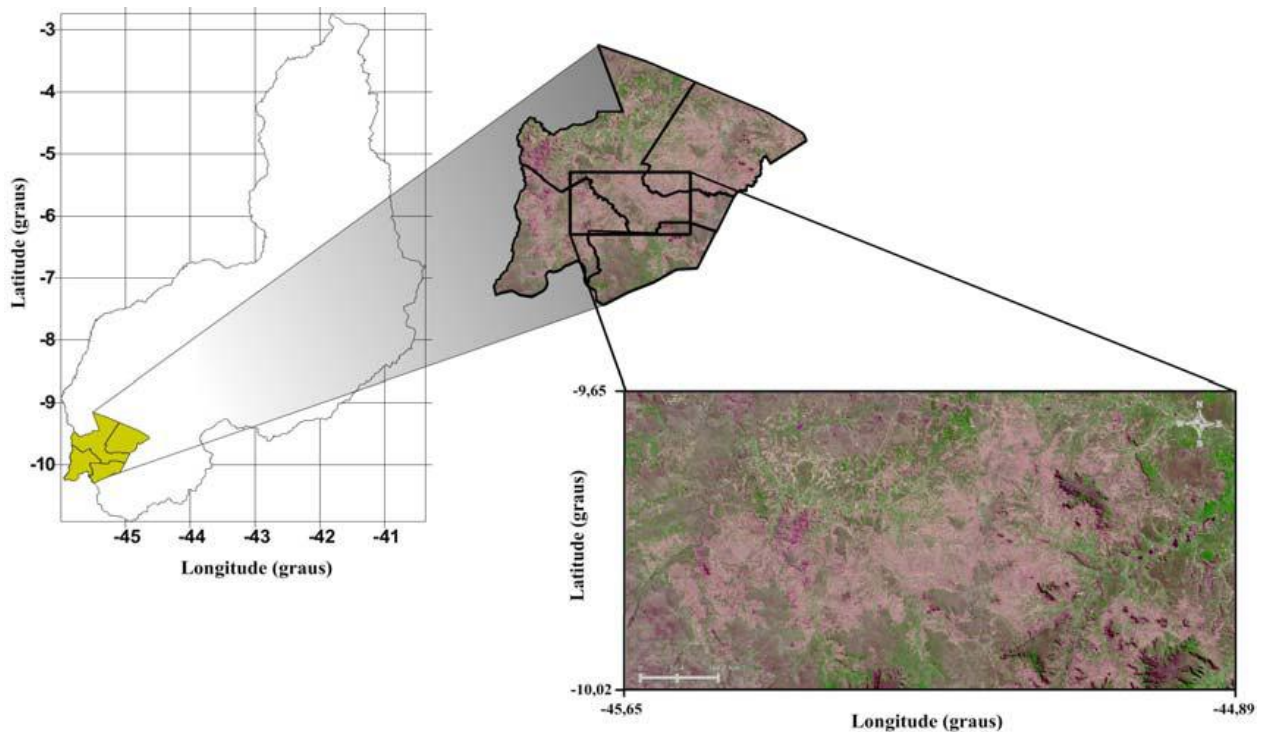


Figura 2. Localização da área do estudo.

Como aplicação foram utilizadas: 1) Duas cenas do Landsat 5 – TM , órbita/cena 220/67, datadas de 13 de junho de 1994 e 13 de junho de 2010. 2) Para a obtenção do Balanço de radiação à superfície foi utilizado o software Erdas 8.7. O Erdas Imagine é um software projetado especificamente para extração de informações a partir de imagens digitais. Seu amplo conjunto de ferramentas simplifica e otimiza o fluxo de trabalho, permitindo, o desenvolvimento de todas as atividades necessárias para criar informação geoespacial e apresentá-la em formatos que variam desde mapas impressos a modelos 3D, destinados a obtenção do saldo de radiação que foi abordado em seções anteriores através do fluxograma ilustrado na figura 1. Nas Figuras 3 e 4, ilustram-se interfaces do software Erdas, nas quais são mostradas as imagens e desenvolvidos os passos para a estimativa do saldo de radiação.

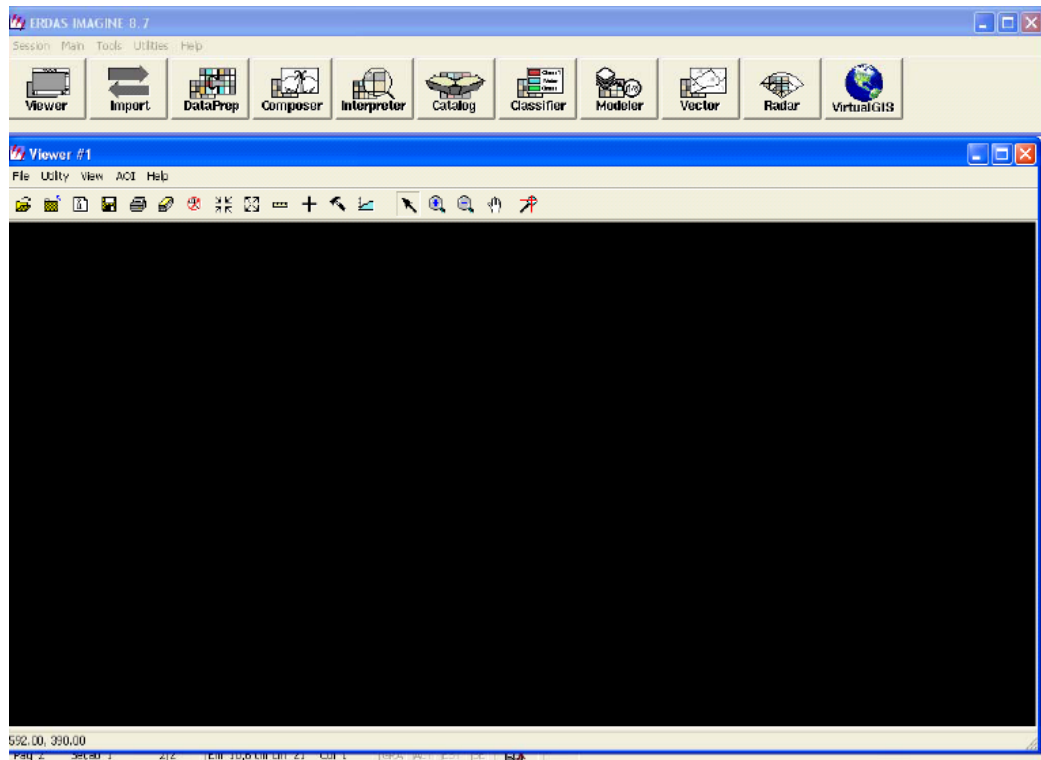


Figura 3. Visor onde são visualizadas as imagens abertas pelo ERDAS IMAGINE 8.7.

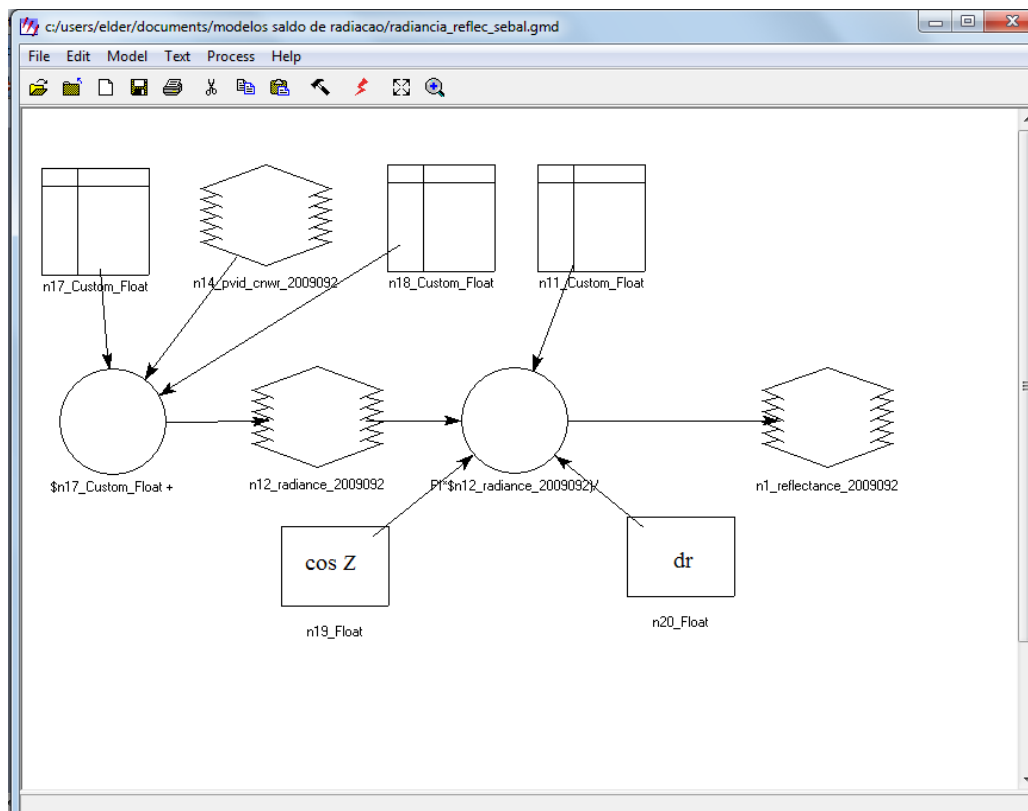


Figura 4. Interface ilustrando os passos 1 e 2 do modelo.

As Figuras 4a, b exibem cenas da superfície vista pelo satélite, nos dias 13 de junho de 1994 (Figura (4a)) e 13 de junho de 2010 (Figura (4b)).

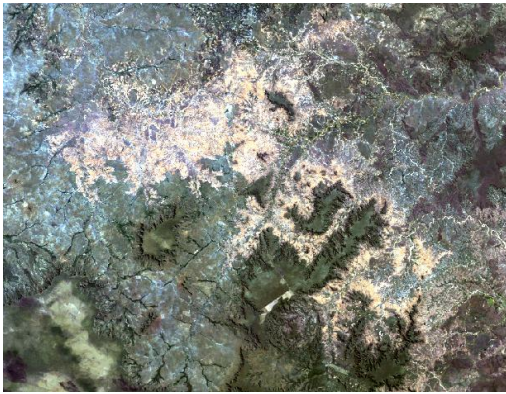


Fig. 4 a. cena da superfície em 13/06/1994

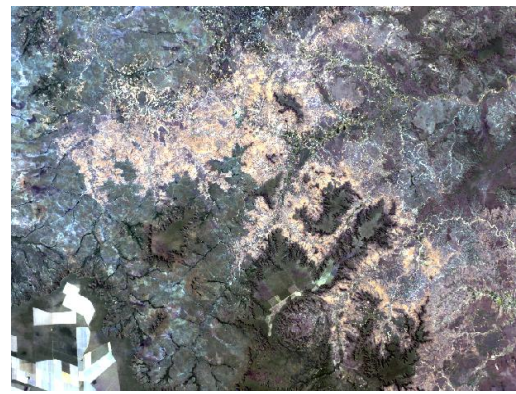


Fig. 4 b. cena da superfície em 13/06/2010

As imagens do satélite Landsat 5 - TM foram adquiridas junto à Divisão de Geração de Imagens (DGI) do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), o critério adotado para a escolha das imagens foi a de menor cobertura de nuvens possível, pois isso nos proporciona uma melhor visualização da área a ser estudada.

A partir dessas imagens obtidas que servem de entrada para o modelo computacional, foram realizadas as onze etapas presentes no fluxograma da Figura 1 com o objetivo de obter o saldo de radiação para a área em estudo.

Nas Figuras 5a e 5b são apresentados os valores do saldo de radiação ( $R_n$ ) na região de estudo para o dia 13 de junho de 1994 e 13 de junho de 2010, respectivamente. Os valores mínimo e máximo de  $R_n$  foram, respectivamente, de 204,35 e 724,5  $Wm^{-2}$  para 1994, enquanto para 2010 eles foram 210,16 e 763,11  $Wm^{-2}$ , respectivamente. Portanto, podemos utilizar esse tipo de estudo para observar se houve mudanças significativas de uma série de ano para outro com os valores de  $R_n$ , a cobertura do solo através do índice do IVDN (Índice de Vegetação por Diferença Normalizada), entre outros estudos. Algumas dessas mudanças ocorridas podem ser associadas à variabilidade na cobertura da superfície do solo, ou seja, um

processo dinâmico de remoção da vegetação nativa pode propiciar que o Rn sofra modificações sensíveis.

As utilizações de imagens de satélite são uma fonte de dados promissora para análise e monitoramento da superfície terrestre devido a sua alta resolução temporal, disponibilidade de imagens e sua vasta aplicabilidade em estudos ambientais que são influenciados pela radiação. Este tipo de método na obtenção de saldo de radiação é indicado para grandes áreas, ou ainda lugares onde são desprovidos de equipamentos na obtenção de dados de superfície.

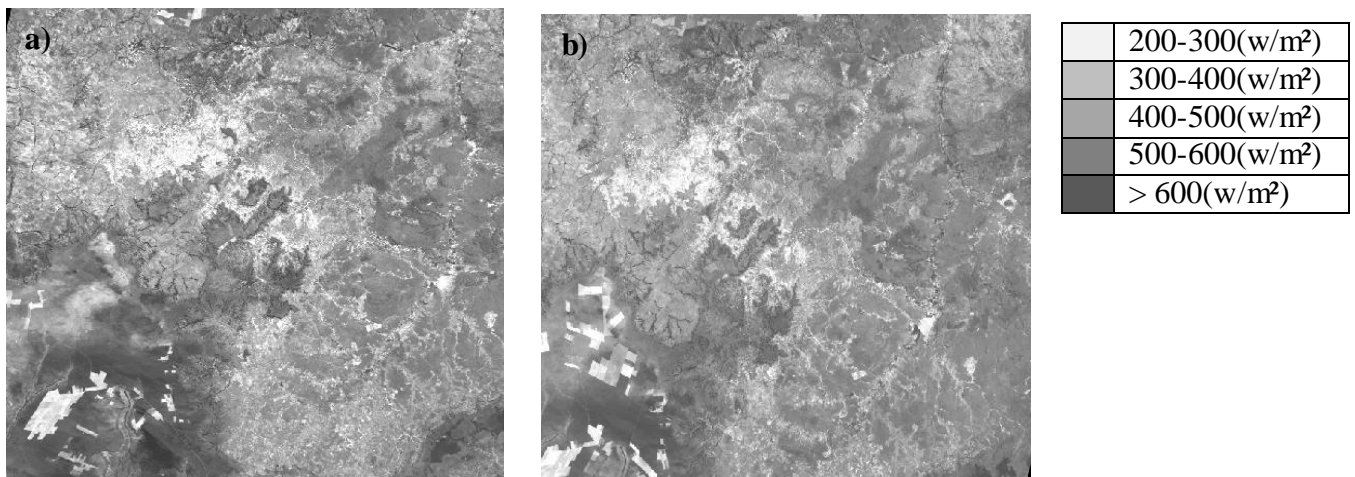


Figura 5 - Saldo de radiação sobre área ilustrada na Figura 4, a) no dia 13/06/1994, b)13/06/2010.

## CONCLUSÕES

As estimativas do saldo de radiação por meio do algoritmo SEBAL, foram desenvolvidas através de um modelo matemático válido e correto. Neste trabalho, observa-se a importância da utilização da modelagem matemática, na solução de um problema real da natureza. Apesar de ser um problema complexo, a modelagem apresentada simplificou a solução do problema.

Os erros decorrentes dessa simplificação, com a introdução de equações empíricas, são aceitáveis em várias situações físicas da atmosfera.

## REFERÊNCIAS

ALLEN, R.; TASUMI, M.; TREZZA, R.; SEBAL – Advanced Training and User's Manual – Idaho Implementation, version 1.0, 2002a.

AGUIAR, L.J.G. Balanço de radiação em áreas de floresta e de pastagem em Rondônia. Dissertação(Mestrado) - Universidade Federal de Viçosa. 70p. 2007.

BISHT, G.; BRAS, R. L. Estimation of net radiation from the MODIS data under all sky conditions: Southern Great Plains case study. *Remote Sensing of Environment*. v.114 p.1522–1534. 2010.

BISHT G.; VENTURINI V.; ISLAM S.; JIANG L. Estimation of the net radiation using MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer) data for clear sky days. *Remote Sensing of Environment*, v.97, p.52 – 67. 2005.

BASSANEZI, R.C. (2006). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 3ª ed. São Paulo: Contexto.

BASTIAANSSEN, W. G. M. SEBAL-based sensible and latent heat fluxes in the irrigated Gediz Basin, Turkey. *Journal of Hydrology*, v. 229, p. 87-100, 2000.

BASTIAANSSEN, W. G. M. Regionalization of surface flux densities and moisture indicators in composite terrain – a remote sensing approach under clear skies in Mediterranean climates. Ph. D. Thesis. Wageningen Agricultural University, Wageningen, Netherlands. 273p, 1995.

BASTIAANSSEN, W. G. M.; MENENTI, M.; FEDDES, R. A.; HOLTSLAG, A. A. M. A remote sensing surface energy balance algorithm for land (SEBAL) I. Formulation. *Journal of Hydrology*, v. 212–213, p.198–212. 1998a.

BIEMBENGUT, M. S; Hein, N. *Modelagem matemática no ensino*. 3 ed. São Paulo: contexto, 2003, 127p.

COSTA, H.R. e GHEDIN, E. (2007). *Epistemologia do Ensino de Matemática*. Em: Universidade Luterana do Brasil (Org.), *Anais, 4º Congresso Internacional de Ensino de Matemática (pp.01-08)*, Rio Grande do Sul: Universidade Luterana do Brasil de Canoas (RS).

Cury, H.N. (2003). *Modelagem matemática e problemas em ciências: uma experiência em um curso de mestrado*. *Revista Perspectiva*, 27 (98), 75-86.

FLORENZANO, T.G. (2002) *Imagens de satélite para estudos ambientais*. São Paulo, Oficina de Textos.

HAFEEZ M. M. et al. Field Evapotranspiration in Central Luzon, Philippines, using Different Sensors: Landsat 7 ETM+, Terra Modis and Aster. In: SIMPOSIUM ON GEOSPATIAL THEORY, PROCESSING AND APPLICATIONS, 2002, Ottawa, Anais... [s.n.], 2002.

Huete, A.R. 1988. Adjusting vegetation indices for soil influences. *International Agrophysics*, v.4, n.4, p.367-376.

HUANG, L., LI, J., ZHAO, D., ZHU, J., 2008. A fieldwork study on the diurnal changes of urban microclimate in four types of ground cover and urban heat island of Nanjung, China. *Building and Environment*, 43, 7-17.

ISLAM, S.; ELTHAIR, E.; JIANG, L. Final report on satellite based evapotranspiration estimation for South Florida Water Management District. p. 74. 2003.

INPE, *Divisão de Geração de Imagens*. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2008. Disponível em: <<http://www.dgi.inpe.br/html/landsat.htm>>. Acesso em: 16 set 2012.

JACOBS, J. M.; MYERES, D. A.; ANDERSON, M. C.; DIAK, G. R. GOES surface insolation to estimate wetlands evapotranspiration. *Journal of Hydrology*, v.266, p.53– 65. 2000.

Jacobs, J. M., Myers, D A., Anderson, M. C., & Diak, G. R. 2000. “GOES surface insolation to estimative wetlands evapotranspiration”. *Journal of Hydrology*, 266,53-65.

Klein, S. A. Calculation of Monthly Average Insolation on titled surfaces. *Solar energy*, v.9, p.325-329, 1977.

KIDDER, S. Q.; HAAR, T. H. V. *Satellite meteorology an introduction*. San Diego: Academy Press, 1995.

MA, Y.; SU, Z.; LI, Z.; KOIKE, T.; MENENTI, M. Determination of regional net radiation and soil heat flux over a heterogeneous landscape of the Tibetan Plateau. *Hydrological Processes*, v.16, p.2963–2971. 2002.

Ma, Y., Su, Li, Z., Koike, T., & Menenti, M. 2002, “Determination of regional net radiation and soil heat flux over a heterogeneous landscape of the Tibetan Plateau”, *Hydrological Processes*, 16, 2963-2971.

MEDINA, J. L. et al. Determination na Analysis of Regional of Regional Evapotranspiration in Southern Spain Base don Remote Sensing and Gis. *Physics and Chemistry of the Earth, Oxford*, v.23, n.4, p.427-432, 1998.

Novo, Evlyn M. L. de Moraes *Sensoriamento remoto: princípios e aplicações / 4. Ed.* São Paulo: Blucher, 2010.

SILVA, A.V.; PEREIRA, O.G.; GARCIA, R. et al. Composição bromatológica e digestibilidade *in vitro* da matéria seca de silagens de milho e sorgo tratadas com inoculantes microbianos. *Revista Brasileira de Zootecnia* , v.34, n.6, p.1881-1890, 2005

TEIXEIRA, A. H. de C. Determining Regional Actual Evapotranspiration of Irrigated Crops and Natural Vegetation in the São Francisco River Basin (Brazil) Using Remote Sensing and Penman-Monteith Equation. *Remote Sensing*, v.2, n.5, p.1287-1319. 2010.

WELIGEPOLAGE, K. Estimation of spatial and temporal distribution of evapotranspiration bay satellite remote sensing – A case study in Hupselse Beek, The Netherlands, p.114, 2005.

