UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RAFAELLA MAYNE COSTA SILVA

COMPREENSÃO SOBRE A CONCEPÇÃO DE EXPLORAÇÃO DE ÁREA E PERIMETRO NO 8º ANO: ESTUDO DE UM CASO

Campina Grande/PB
2012

RAFAELLA MAYNE COSTA SILVA

Compreensão Sobre a Concepção de Exploração de Área e Perímetro no 8º Ano: Estudo de Um Caso

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande/PB
2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S381c Silva, Rafaella Mayne Costa.

Compreensão sobre a concepção de exploração de área e perímetro no 8º ano [manuscrito]: estudo de um caso / Rafaella Mayne Costa Silva. – 2012.

69 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2012.

“Orientação: Profa. Dra. Kátia Maria Medeiros, Departamento de Matemática”.

1. Geometria. 2. Área. 3. Perímetro. 4. Geoplano. I. Título.

21. ed. CDD 516

RAFAELLA MAYNE COSTA SILVA

Compreensão Sobre a Concepção de Exploração de Área e Perímetro no 8º Ano: Estudo de Um Caso

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 22 de junho de 2012.

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª Drª Kátia Maria de Medeiros
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Orientadora

Prof.ª Msc Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

Prof.ª Drn José Lamartine da Costa Barbosa
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

A todos aqueles que, orientados por Deus, contribuíram para a realização desse trabalho.

AGRADECIMENTOS

É impossível ser feliz sozinho, já dizia Tom Jobim, e eu tenho a dádiva de Deus de ter pessoas em minha vida que me fazem feliz e que estão comigo em todos os momentos, inclusive na realização desse trabalho.

Primeiramente, quero agradecer a Deus, por todas as maravilhas que Ele tem feito na minha vida, inclusive me auxiliar na conclusão dessa tarefa tão árdua que é um trabalho de conclusão de curso.

Segundamente, quero agradecer aos que foram instrumentos de Deus nessa conquista: a professora Kátia Maria de Medeiros, minha orientadora, pela sua competência, boa vontade, e paciência para comigo.

Minha família como um todo, que em suas singularidades, contribuíram para meu êxito, especialmente meu pai, José Amazan, que sempre confiou em mim e me incentivou, de todas as formas, a continuar nessa caminhada acadêmica. E meus irmãos Marckezan, Raqueline, Marileide e Kaline, pelo apoio moral.

Meus amigos e companheiros de estrada, em especial as minhas amigas Ána Élyda que sempre esteve comigo ao longo desse curso, e Renata Medeiros, que, mesmo longe se fez sempre perto.

E, por fim, ao meu namorado, Diego, pelos seu companheirismo, dedicação, paciência e amor, que me ajudou por demais utilizando seus conhecimentos de Língua Portuguesa, da qual ele é professor.

“Somar ou subtrair,

Multiplicar, dividir,

Faz parte do dia a dia,

De quem trabalha na prática,

Usando a Matemática

E também Geometria.”

(Amazan)

RESUMO

A educação brasileira contemporânea vive um caos geral. Falta de infraestrutura, de merenda escolar, de verbas, de incentivos, e, sobretudo, de professores capacitados e bem renumerados. No âmbito da Matemática, mais precisamente o ensino da Geometria, essa abordagem tem sido insatisfatória, incompleta, mal explorada, e, quando explorada, quase sempre é de forma superficial. Esta pesquisa está incluída nas de caráter qualiquantitativo e tem por interesse chamar atenção dos professores de Geometria da rede de ensino pública, para, essencialmente, duas problemáticas que julgamos estarem mais evidentes no momento: abordar o conteúdo por completo, para não tornar este ramo da Matemática inferiorizado em detrimento aos demais, como a Álgebra; e melhorar suas práticas didáticas, utilizando materiais manipuláveis, a exemplo do Geoplano, que foi o material usado nessa pesquisa, para desenvolver com sucesso as atividades propostas em sala de aula. O objetivo geral desta pesquisa foi compreender de que modo um aluno do 8º ano concebe e explora os conteúdos área e perímetro utilizando o geoplano e tarefas de formulação e resolução de problemas matemáticos. Nossa pesquisa é um estudo de caso e foi realizada entre Abril e Maio de 2012 com os alunos do 8º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Nenzinha Cunha Lima, da cidade de Campina Grande - Paraíba, com faixa etária de 13 a 17 anos. Os dados coletados são fruto, também, de um Pós e um Pré Testes realizados com os alunos participantes. Os resultados destes instrumentos apontam uma situação dual, onde questões acertadas no Pré-Teste são respondidas erradas no Pós e vive versa. Tais instrumentos revelam um baixo nível cognitivo da maioria dos alunos participantes desta pesquisa, no que se refere aos conteúdos área e perímetro. Por outro lado, o estudo do caso que teve como participante a aluna Renata, revelou uma aluna, que embora também tenha dificuldades com os referidos conceitos, apresenta um maior nível cognitivo em relação aos demais alunos.

Palavras-chave: Geometria; Área, Perímetro, Geoplano.

ABSTRACT

The contemporary Brazilian education is experiencing a general chaos. Lack of infrastructure, school meals, income, incentives, and especially of trained teachers. As part of mathematics, more precisely the teaching of geometry, this approach has been unsatisfactory, incomplete, poorly explored, and when explored, is often superficial. This research is included in the quali-quantitative character ones and has the interest to draw attention of teachers of Geometry of the public school system, for essentially two issues that we believe are most evident at the time: approaching content altogether, not to make this branch of Mathematics inferior to the detriment of others, such as algebra, and improve their teaching practices, using manipulative materials, such as the Geoplano, which was the material used in this study, to successfully develop the proposed activities in the classroom. The objective of this research was to understand how an 8th grade student designs and explores the content area and perimeter using geoplano and tasks of formulating and solving mathematical problems. Our research is a case study and was conducted between April and May 2012 with students from the 8th year of the State School for elementary and high school Nenzinha Cunha Lima, in the city of Campina Grande - Paraíba, ranging in age from 13 to 17 years old. The data collected are the result also of a Pre and Post Tests conducted with the students. The results of these instruments indicate a dual situation, in which questions answered correctly in the Pre-Test are answered wrong and vice-versa. Such instruments show a low cognitive level of most student participants in this study, with regard to the contents area and perimeter. However, the study of Renata’s case revealed a pupil who has a higher level than the other cognitive students, although she has also problems with these concepts.

Keywords: Geometry, Area, Perimeter, Geoplano.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A educação brasileira contemporânea vive um caos geral. Falta de infraestrutura, de merenda escolar, de renda, de incentivos, e, sobretudo, de professores capacitados. No âmbito da Matemática, mais precisamente o ensino da Geometria, essa abordagem tem sido insatisfatória, incompleta, mal explorada, e, quando explorada, quase sempre é de forma superficial. Seres humanos, inseridos no mundo contemporâneo que demanda habilidades múltiplas, necessitam da geometria para suas práticas diárias; sem conhecê-la, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática distorcida.

Os motivos para tal realidade são inúmeros. Dentre eles, podemos destacar a má formação acadêmica dos professores, as más condições escolares, como falta de laboratório para um melhor processo de ensino-aprendizagem e o mais agravante: na grande maioria das vezes, os conteúdos de Geometria são deixados para o fim do ano letivo, não dando tempo de explorá-los como se deve.

Nossa pesquisa tem por interesse chamar atenção dos professores de Geometria da rede de ensino pública, para, essencialmente, duas problemáticas que julgamos estarem mais evidentes no momento: primeiramente, abordar o conteúdo por completo, para não tornar este ramo da Matemática inferiorizado em detrimento aos demais, como a Álgebra; segundamente, melhorar suas práticas didáticas, utilizando materiais manipuláveis, a exemplo do Geoplano, que foi o material usado nessa pesquisa, para desenvolver com sucesso as atividades propostas em sala de aula.

Este trabalho consta de aspectos históricos da formulação e resolução de problemas matemáticos; em seguida, fazemos uma abordagem histórica dos conceitos de área e perímetro, bem como da formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula; logo após, tratamos das tarefas e do grau de complexidade e abertura; formulação e resolução de problemas matemáticos a partir de diferentes materiais; posteriormente, a presença da geometria no currículo de Matemática e as concepções dos alunos sobre a geometria e as grandezas geométricas; dando sequência, vem uma pequena abordagem sobre a origem do geoplano, sua construção e utilização; dando sequencia, explicitamos nossa metodologia, com o estudo do caso Renata – motivo desta pesquisa, bem como as análises dos Pré-Pós Testes. E, finalmente, vem a nossa conclusão.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GERAL

Compreender de que modo um aluno do 8 º ano concebe e explora os conteúdos área e perímetro utilizando o geoplano e tarefas de formulação e resolução de problemas matemáticos.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Apresentar o geoplano aos alunos;
- Identificar as dificuldades do aluno referentes aos conceitos área e perímetro;
- Identificar as concepções do aluno sobre a geometria e as grandezas geométricas perímetro e área;
- Propor aos alunos a formulação e a resolução de problemas matemáticos sobre perímetro das figuras utilizando o geoplano;
- Propor aos alunos a formulação e a resolução de problemas matemáticos sobre área das figuras utilizando o geoplano;
- Propor aos alunos a formulação e a resolução de problemas matemáticos que envolvam a relação entre área e perímetro das figuras utilizando o geoplano.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1. ASPECTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO E DA FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Os problemas ocupam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, segundo Stanic e Kilpatrick (1989), mas a resolução de problemas não. Só recentemente, no século XX, aparecem educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece uma atenção especial. Nesta focagem sobre a resolução de problemas tem havido confusão. O termo resolução de problemas, de acordo com estes autores, transformou-se num slogan englobando diferentes visões da educação, da escolaridade, da Matemática e das razões porque devemos ensinar Matemática em geral e a resolução de problemas em particular.

Os problemas nos currículos remontam, salientam os autores, pelo menos, ao tempo dos antigos egípcios, chineses e gregos. Por exemplo, o Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 a.C., de um documento mais antigo, é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa coleção de problemas. Num dos problemas é pedido que o revolvedor efetue a soma de cinco termos de uma progressão geométrica, onde o primeiro termo e a razão são ambos 7 (CHASE,1979 citado por Stanic e Kilpatrick 1989). No próprio papiro, só é dada uma forma abreviada do problema, com dois métodos de resolução e a resposta. O fato de o problema se referir a casas, gatos, ratos, etc., para serem adicionados, sugere que era um problema recreativo ou um puzzle.

Logo a baixo temos a figura do papiro de Ahmes que trata de um problema de progressão geometrica:

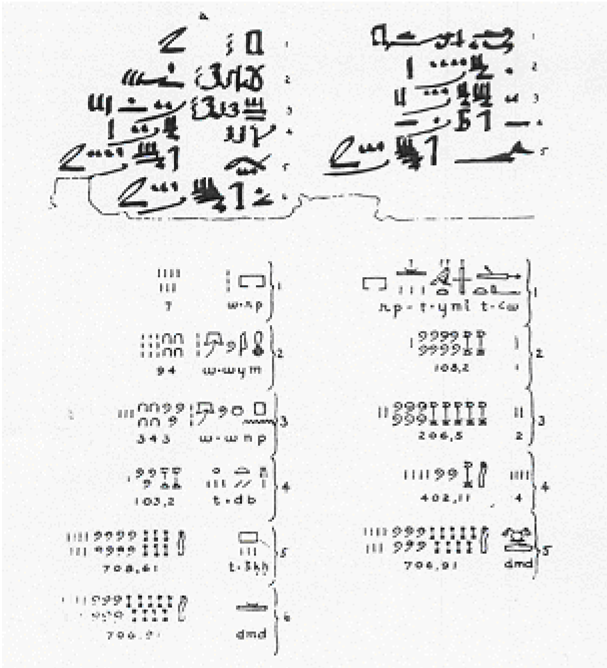


Figura 1 – Papiro de Ahmes

A resolução de problemas é a espinha dorsal da Matemática, como afirma Polya (1995). Ela evoluiu e evolui a partir da resolução de problemas provenientes de diferentes contextos, em diferentes épocas. Não é só a resolução de problemas que a Matemática pode se desenvolver. Einstein dizia que “mais importante do que resolver problemas é formular bons problemas”. De fato, se observarmos alguns exemplos na História da Matemática, veremos que Einstein também estava certo quando se trata de entender o desenvolvimento da Matemática. Um desses exemplos termina seu desenrolar em 1995, quando o matemático inglês Andrew Wiles pôs fim a uma busca de mais de trezentos anos. Ele conseguiu demonstrar o Último Teorema de Fermat (MEDEIROS & SANTOS, 2007).

A solução encontrada por Wiles, que ocupou duzentas páginas, certamente não era conhecida por Fermat, não somente por não caber na margem a que ele se referia, mas por apresentar conhecimentos matemáticos que não existiam em sua época (SINGH, 1998).

Esse fato, no entanto, não reduz a importância dessa formulação de problemas para a Matemática. Ao longo desses mais de trezentos anos, a busca por uma resolução fez com que novas áreas de pesquisa Matemática surgissem. Foi o caso de Sophie Germain, uma Matemática francesa, que conseguiu o maior progresso do século dezenove na solução do Último Teorema de Fermat. Além dela, Euler, Kummer, Lamé, Cauchy e outros matemáticos também tentaram resolver esse problema.

A formulação mais antiga do teorema aparece, segundo Davis e Hersh (1995), no Sun Tzu Suan-Ching (o Clássico Matemático de Sun Tzu) que se supõe ter sido escrito entre 280 e 473. Ao longo do milênio, ele sofreu reformulações, que servem de exemplo para mostrar a tendência da Matemática à generalidade e à abstração. Mas não é só isso, também podemos observar um mesmo problema sendo reformulado em diferentes momentos da História da Matemática.

Concluindo, portanto, que formulação e resolução de problemas são atividades importantes no desenvolvimento da ciência matemática.

3.2. ASPECTOS HISTÓRICOS DOS CONCEITOS PERÍMETRO E ÁREA

De acordo com Boyer (1996), Heródoto dizia que a geometria se originava no Egito, por acreditar que esta tinha surgido da necessidade de medir as terras após cada inundação do rio Nilo, porém, Aristóteles achava que o estudo da Geometria foi conduzido por uma classe de sacerdotes do Egito. Nesse contexto o perímetro também estava envolvido, no entanto, em nossas pesquisas, o que encontramos foi a possível origem da geometria.

Como se sabe, segundo Balleman e Lima, 2002, a origem do conceito de área provavelmente está relacionada ao problema de medida da terra em civilizações tais como a dos egípcios, dos babilônios ou dos chineses na Antiguidade. Essas civilizações obtiveram fórmulas (exatas ou aproximadas) para o cálculo de certas figuras.

O problema de medida da terra e a produção de fórmulas para o cálculo aproximado da área estão até hoje presentes e importantes nas práticas sociais, como mostram as pesquisas desenvolvidas por Acioly (1994) e Knijink (1993) citadas Balleman e Lima, 2002. Por outro lado, os matemáticos da Grécia antiga se interessaram por problemas de outra natureza: tratava-se da comparação das áreas de duas superfícies e da produção de superfícies de mesma área que uma superfície dada, como no célebre exemplo da quadratura do círculo[1].

No século XVII, ainda em torno do problema da quadratura, observa-se o confronto entre o método de Cavalieri e o método de Arquimedes[2]. O conceito de área é de acordo com Balleman e Lima (2002), o motor de uma discussão profunda sobre os métodos e os processos de descobrimento, invenção e demonstração em Matemática e sobre conceitos centrais na Matemática teórica de hoje, como o infinito e a continuidade.

No século XVIII, ainda de acordo com os autores Balleman e Lima (2002), observa-se o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral e, com ele, a ampliação do conjunto de superfícies mensuráveis. A construção teórica dos números reais permite uma nova abordagem do problema da medida de área. Assim, no século XIX, o conceito de área torna-se uma função-medida que permite comparar superfícies através da comparação de números. As questões matemáticas que se colocam, então, são de definir o conjunto de superfícies mensuráveis (e de procurar torná-lo mais amplo) e de determinar as propriedades dessa função-medida. Como se pode observar, os centros de interesses das diversas civilizações e períodos são variados e neles intervêm diferentes aspectos do conceito de área. É instigante observar que o conceito de área está presente em práticas sociais desde tempos bastante remotos e, ao mesmo tempo, está vivo na Matemática produzida hoje pelos pesquisadores matemáticos. Porém, não consideramos que a base fundamental de um estudo deste tipo seja por si mesma, a história de como surgiu o conceito de área e de como ele evoluiu no tempo, apesar deste argumento poder ser usado como motor de motivação dos alunos.

A construção histórica do conceito de área ajuda a delinear grandes classes de problemas, propriedades e aspectos diversos deste conceito, relações fortes com outros conceitos ou domínios, salienta o autor.

---

[1] A quadratura de um círculo consiste em construir, com o uso apenas de régua e compasso, um quadrado que tenha a mesma área de um dado círculo.

[2]O método de Cavalieri nos diz que dois sólidos com a mesma altura têm volumes iguais se as secções planas possuírem a mesma área. Por outro lado, o método de Arquimedes afirma que, o perímetro de polígonos regulares de n lados inscritos na circunferência é menor que o perímetro da própria circunferência, e que o perímetro de polígonos regulares de n lados circunscritos à circunferência é maior que o da circunferência.

3.3. A FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1977) definem um problema matemático como:

> Uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de inicio, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução. (p. 33)

É fundamental que as crianças, desde os primeiros ciclos escolares, tenham diferentes experiências com a leitura, inclusive com a matemática, bem como tenham conhecimento das diferentes funções da escrita, e tenham oportunidade de formular e resolver problemas. Sendo essa última, uma forma de leva-las a perceber o que é importante na formulação e resolução de problemas. A elaboração de problemas deve ser encarada com um desafio, um estímulo à capacidade inventiva e estimuladora dos alunos, onde estes possam fazer a matemática através das possibilidades de questionamentos, hipóteses, ideias, estabelecerem relações e aplicar conceitos (CHICA, 2001).

Chica (2001), afirma que, como as crianças estão acostumadas a resolverem problemas, as primeiras propostas de formulação devem ser planejadas com muito cuidado, é importante que antes de se propor que os alunos criem seus próprios problemas, eles tenham um contato com diferentes tipos de problemas. As primeiras propostas de produção podem ser: a partir de um problema dado, criar uma pergunta que possa ser respondida através dele; a partir de uma figura dada, criar uma pergunta; a partir de um inicio dado, continuar o problema; a partir de um problema dado, criar um parecido.

Essas propostas, de acordo com a autora referida acima, mostra aos professores como eles podem trabalhar a formulação de problemas. Entretanto, é importante que o professor antes de qualquer coisa perceba que o objetivo da formulação de textos de problemas é a formação de um indivíduo autônomo frente aos problemas, que seja capaz de desenvolver suas habilidades de observação, dedução, argumentação e seu espírito crítico, que sejam leitores e escritores em matemática e que produzam algo que seja útil para eles.

Resolver um problema, segundo Dante (2010), não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido. Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam por à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos. No entanto, a formulação de problemas matemáticos, ainda aparece pouco divulgada, tanto na sua importância para o desenvolvimento da Matemática, quanto na sua importância como potencial didático (MEDEIROS, 2008), que possui na sala de aula, podendo ser usada em atividades que contribuem para o desenvolvimento da criatividade.

A relação entre formulação de problemas e criatividade pode ser expressa, por exemplo, quando Butts (1998) enfatiza que se trata da arte de formular problemas.

Butts (1998) ressalta a importância didática da formulação de problemas matemáticos, para que, na sala de aula, o aluno seja motivado a resolver o problema, entenda e retenha o conceito envolvido na solução do problema e aprenda alguma coisa sobre a arte de resolver problemas. Para alcançar isso, o autor afirma que é preciso formular um problema com a criatividade de um artista.

Podemos interpretar das pesquisas de Medeiros & Santos (2007) e do artigo de Butts (1997), um forte potencial didático presente na atividade de formulações de problemas. Este potencial pode ser explorado pelo professor de Matemática em todos os níveis de ensino, a fim de contribuir para o desenvolvimento deste, e os alunos conseguirem perceber talento tão importante que é a criatividade, bem como a autonomia deles.

3.4. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, segundo Dante (2010), é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações-problemas que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las.

Segundo Polya (1995), são quatro as etapas principais para a resolução de um problema:

- Compreender um problema;
- Elaborar um plano;
- Executar o plano;
- Fazer o retrospecto ou verificação.

É claro que essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis, ressalta o autor. O processo de resolução de um problema é algo mais complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo que levarão à solução, como se fosse um algoritmo. Entretanto, de modo geral, elas ajudam o solucionador a orientar-se durante o processo.

Ensinar a resolver problemas, ainda de acordo Pollya (1995) é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor. Na resolução de problemas, o professor deve ser o incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos. Nesse caso, os alunos participam ativamente “fazendo matemática” e não ficam passivamente “observando” a matemática “ser feita” pelo professor. É uma radical e importante mudança no método tradicional, que consiste em mostrar e repetir, com base na expressão “é assim que se faz”. No chamado método heurístico, o professor encoraja o aluno a pensar por si mesmo, a levantar as próprias hipóteses e a testá-las, a criar as próprias estratégias, a discutir com seus colegas como e por que aquela maneira de fazer funciona. Enfim, aqui o papel do professor é manter os alunos pensando e gerando ideias produtivas.

Para Medeiros e Santos (2007), o problema surge depois da apresentação de um assunto ou algoritmo, e o enunciado contém todos os dados que são necessários para resolução do problema, e dificilmente, contém dados inúteis. A tarefa do aluno é encontrar a solução que o professor espera que o mesmo encontre e, para isso, o aluno precisa identificar a solução típica daquele problema. No entanto, o aluno pode ser levado ao processo de dependência ou de memorização dos conhecimentos. Para o professor, quanto mais o aluno reproduzir, mais ele aprende, ou seja, se o aluno resolve vários problemas seguindo as mesmas estratégias estudadas recentemente, o mesmo aprende a resolver problemas com o conteúdo estudado. Este tipo de tarefa, os problemas fechados, não é um problema, mas sim um exercício.

Os problemas abertos, por sua vez, segundo os autores, não devem estar relacionados aos últimos conteúdos estudados, nem possuir um enunciado que induza a operação ou o conteúdo a ser utilizado em sua resolução. Ainda, segundo os autores, os problemas abertos permitem que o aluno seja capaz de resolvê-los, uma vez que possui um enunciado curto, esses problemas permitem que os alunos conquistem as primeiras ideias de um novo estudo. Isso pode motivar o aluno, dando a impressão que o problema é fácil de resolver, tornando necessária a busca da sua solução. Ao se usar os problemas abertos em sala de aula, é possível permitir o estabelecimento de uma nova relação do aluno com a Matemática.

3.4.1. AS TAREFAS E O GRAU DE COMPLEXIDADE E DE ABERTURA

De acordo com Ponte (2010), podemos dizer que uma tarefa tem quatro dimensões fundamentais: o grau de complexidade, a estrutura, o contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução. O autor indica que os *exercícios* são tarefas de complexidade reduzida e estrutura fechada; os *problemas* são tarefas também fechadas, mas com complexidade elevada. Por sua vez, as *investigações* têm um grau de complexidade elevado e uma estrutura aberta. Finalmente, as *tarefas de exploração* são também abertas, mas relativamente pouco complexas.

Muitas vezes não se distingue entre tarefas de investigação e de exploração, chamando-se “investigações” a todas elas. Isso acontece, porque é difícil saber a partir da qual o grau de complexidade que uma tarefa aberta terá para certo grupo de alunos. No entanto, a análise é mais clara se usarmos uma designação para as tarefas abertas menos complexas (explorações) e outra designação para as mais complexas (investigações) – isto, tendo por referência a capacidade usual dos alunos de cada nível etário. Ressalta Ponte (2010)

De acordo com o que expomos acima, os problemas matemáticos se relacionam às tarefas de investigação matemática por possuírem uma complexidade elevada.

As Investigações Matemáticas e sua Relação com Outras Tarefas

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), investigar é procurar por aquilo que não se sabe. Para os matemáticos, investigar é descobrir relação entre objetos matemáticos conhecidos ou não, procurando identificar as respectivas propriedades. Na sala de aula, uma investigação matemática desenvolve-se usualmente, em torno de um ou mais problemas. O primeiro passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a se resolver. Por isso, que na Matemática existe uma relação estreita entre problemas e investigações.

Quando se trabalha em um problema, de acordo com os autores, o objetivo é resolvê-lo. No entanto, além de resolver o problema proposto, pode-se fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes, quando não se consegue resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que o mesmo proporciona.

As investigações matemáticas constituem uma das atividades que os alunos podem realizar e que se relaciona muito com a resolução de problemas. A distinção entre exercício e problema foi formulada por Polya (1995) e apresenta-se muito útil para analisar os diferentes tipos de tarefa matemática. Um problema é a questão em que o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imitada, já o exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido. Entretanto, pode haver exercícios mais difíceis, requerendo a aplicação de vários métodos, bem como problemas mais simples ao lado de outros mais complicados.

Nos exercícios e problemas, salientam, o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido, sendo a solução conhecida pelo professor, e a resposta dos alunos ou está certa ou está errada. Na investigação a questão não está bem definida no inicio, cabendo, a quem investiga o papel fundamental na sua definição. E uma vez que os pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser também diferentes.

O envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental de aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos visando atingir um objetivo. É esse um dos aspectos fortes da investigação, segundo os autores referidos acima.

O conceito de investigação matemática como atividade de ensino-aprendizagem, afirmam os autores, ajuda a trazer para a sala de aula o espirito de atividade matemática genuína. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação com os seus colegas e o professor.

Pode-se sempre programar o modo de começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar, este é um importante aspecto a ser ressaltado. Uma atividade de investigação desenvolve-se frequentemente em três fases:

i) *Introdução da tarefa*, em que o professor faz a proposta à turma oralmente ou por escrito;
ii) *Realização da investigação*, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e;
iii) *Discussão dos resultados*, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

Ao se propor uma tarefa de investigação, segundo os autores, espera-se que os alunos possam utilizar os vários processos que caracterizam a atividade investigativa da Matemática, como: a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas e ainda, a justificação de conjecturas e a avaliação do trabalho. Cabe ao professor estar sempre atento a todo o processo de formulação e teste de conjecturas, para garantir que os alunos estão evoluindo na realização da investigação. Colocando questões que estimulem os alunos a olharem em outras direções e reflitam sobre o que não estão fazendo. Além disso, afirmam os autores, cabe ao professor desafiar os alunos, avaliar seus progressos, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles.

No final de uma investigação, salientam os autores, o balanço do trabalho realizado constitui um momento importante de partilha de conhecimentos. Os alunos podem comparar suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador, permitindo uma sistematização das principais ideias e uma reflexão sobre o trabalho realizado. A fase de discussão é fundamental para que os alunos ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e poder de argumentação. Sem a discussão final, corre o risco de perder o sentido da investigação.

3.4.2. A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

Podemos considerar que as tarefas de formular e resolver problemas matemáticos também envolve um grau de desafio elevado.

3.4.3. FORMULAR E RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DE DIFERENTES MATERIAIS

Os modelos e as formas dos Geoplanos podem variar, conforme as figuras abaixo:

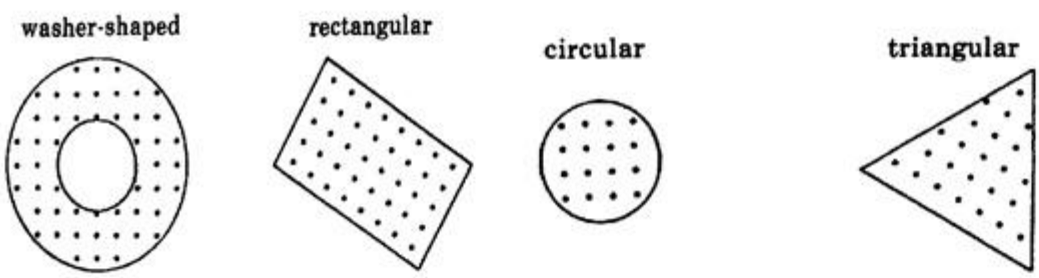


Figura 2 – Modelos de Geoplano

Para Medeiros (2008), a resolução de problemas matemáticos é, sem dúvida, a espinha dorsal da Matemática. Ainda, segundo a autora, esta ciência evoluiu e evolui a partir de resolução de problemas provenientes de diferentes contextos, em diferentes épocas. Porém, não é só com a resolução de problemas que a Matemática pode se desenvolver.

A formulação de problemas matemáticos é um grande potencial didático e contribui significativamente no desenvolvimento da matemática. Uma pesquisa realizada por Medeiros e Santos (2007) teve como objetivo descrever o modo como os alunos formulam problemas matemáticos a partir de diferentes textos. Para isso, os autores utilizaram onze tipos diferentes de textos contendo onze questões distintas, que foram apresentados aos alunos de uma escola de rede pública do Recife.

Posteriormente, também foi apresentado um questionário composto de três perguntas aos alunos, para que estes tivessem a possibilidade de identificar o subtexto comum a todos os textos apresentados anteriormente, para a formulação dos problemas em cada sessão.

Os autores concluem a pesquisa afirmando que a partir da análise de todas as sessões de formulação de problemas e do questionário, constata-se a existência de avanços ao longo das atividades. Esses avanços referem-se ao início de um processo de compreensão sobre a formulação de problemas e a uma relação entre a Matemática e o pensar contextualizado e crítico o que pode contribuir para o desenvolvimento da criatividade e da cidadania. Além disso, ocorreram mudanças no papel do professor, do aluno e na concepção de conhecimento.

Medeiros (2010) em um minicurso que teve como objetivo formular e resolve problemas Matemáticos a partir de materiais concretos, propôs aos participantes que formulassem os problemas matemáticos e os resolvessem a partir dos seguintes materiais concretos: o tangram; os poliedros de Platão, com as faces numeradas; e três dados. Os participantes demonstraram dificuldade em realizar a atividade, uma vez que não estava, habituados a elas, no entanto, ressaltaram o seu interesse pela mesma.

3.5. GEOMETRIA: A PRESENÇA NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E AS CONCEPÇÕES DOS ALUNOS

Comparando o ensino da Geometria com o da Matematica em geral, segundo Lorenzato (1995), podemos constatar que tem sido o mais deficiente. No Brasil, a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. Essa lamentavel realidade é confirmada por vários trabalhos de pesquisadores brasileiros. E por que isso ocorre? São inúmeras as causas, entretanto, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não têm o domínio dos conhecimentos geometricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. A segunda causa dessa omissão geométrica deve-se à exagerada importância que o livro didático desepenha, devido a má formação dos nossos professores, ou devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos.

Em muitos livros, de acordo com o autor, a geometria é apresentada como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; em outros, a geometria é reduzida a formas corriqueiras do mundo físico. No entanto, não é só isso, a geometria é quase sempre apresentada na última parte do livro, isso aumenta a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. A geometria tem recibido efetiva contribuição por partes dos livros didáticos para que seja realmente desprezada na sala de aula. Atualmente, embora muitos livros didaticos tragam os conteudos de geometria intercalados ao longo do livro, muitos professores ainda evitam o ensino da geometria.

Em meio a tantas deficiencias e resistencia no ensino da geometria, salienta o autor, podemos nos perguntar: por que aprender Geometria? Bastaria argumentar que sem o estudo da Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver situações de vida que forem geometrizadas, bem como não fazer uso da Geometria para facilitar a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta , a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática distorcida. Para reforçar os seus argumentos favoraveis ao ensino da geometria, o autor afirma que, Einstein tinha o habito de geometrizar suas ideias: dizia que facilitava a comunicação delas e a evolução de seu pensaento; em 1921 ele escreveu “ atribuo especial importância à visão que tenho da Geometria, porque sem ela eu não teria sido capaz de formular a teoria da relatividade”.

A geometria, segundo o autor, é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras, assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz.

Como podemos observar nos paragráfos acima, não faltam justificativas, e boas justificativas, para o ensino-aprendizagem da geometria, sua importância e seu papel no nosso dia a dia. Sendo assim, é preciso um amplo e contínuo esforço de diferentes áreas educacionais para que mudanças se concretizem no atual quadro do ensino da Geometria escolar. Será também necessário modificar os currículos dos cursos de formação de professores, investir fortemente no aperfeiçoamento do professor em exercício e lançar novas publicações tanto a alunos como a professores.

Para Ponte (1992), as concepções tem uma natureza primeiramente cognitiva, atuando como uma espécie de filtro. São indispensáveis pelo fato de estruturarem o sentido que damos às coisas, no entanto, bloqueiam novas realidades ou certos problemas, limitando possíveis atuações e compreensões sobre elas.

As concepções, segundo Ponte (1992), são formadas num processo, ao mesmo tempo, individual e social. Com isso, nossas concepções sobre a Matemática são influênciadas pelas experiências que estamos acostumados a reconhecer, bem como pelas representações sociais dominantes. A Matemática é uma ciência antiga, que está inserida nas matérias escolares há séculos, seu ensino é obrigatório ao longo de vários anos de escolaridade e tem um importante papel de seleção social. Por tudo isso, a Matemática possui uma imagem forte, semeando medos e admirações. É dificil não ter concepções sobre a Matemática, afirma o autor.

Na Geometria, por sua vez, encontramos concepções dos porfessores e dos alunos, que, podem ser ou não semelhantes às que encontramos para outros ramos da Matemática. No entanto, por suas caratcterísticas próprias e por não aparecer na prática letiva, tais concepções podem surgir de modo diferenciado ou os alunos, principalmente, não saberem o que dizer a seu respeito.

Almouloud et al, (2004), afirma que, embora a Geometria seja um ramo importante da Matemática, professores do ensino fundamental apontam dificuldades relacionadas tanto ao seu ensino quanto a sua aprendizagem. Embora os professores reconheçam que a Geometria é um ramo importante, que merece lugar em todos os níveis de ensino, não há concordância quanto à organização e seleção dos conteudos a serem ensinados tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio. Sendo assim, não podemos esperar que os alunos adquiram um significativo conhecimento de conceitos geométricos obtidos por procedimentos experimentais, conforme recomendam os PCN. (1997).

Segundo Pavanello e Andrade (2002), alguns autores localizam na geometria o campo ideal para o desenvolvimento da capacidade de representação e de um tipo especial de pensamento, o visual, inerente à resolução de diferentes questões matemáticas.

No entanto, para as autoras, estudos que visam avaliar conhecimentos em matemática na escola básica, indicam que a geometria não tem sido capaz de proporcionar a seus alunos o domínio de alguns conceitos fundamentais desse campo do saber. Os estudantes conseguem um melhor desempenho somente em questões rotineiras, as que exigem apenas a aplicação direta de conceitos ou utilização de procedimentos mecanizados, são as prioridades em sala de aula, ainda que nem sempre os seus professores tenham consciência disso.

A pontuação obtida pelos alunos em questões geométricas é baixa, afirma às autoras, isso demonstra que essas questões não são abordadas em sala de aula, ou estão sendo trabalhadas de modo precário. Com isso, os alunos acabam não desenvolvendo habilidades ligadas à percepção espacial requerida nos exercícios e na compreensão de variadas atividades profissionais e, por outro lado, não os preparam para estudos posteriores, nem mesmo em áreas afins. Embora o trabalho com as figuras geométricas e com suas medidas, principalmente áreas e perímetros sejam algumas das poucas noções trabalhadas na escola básica, muitos professores possuem concepções equivocadas a respeito: consideram, por exemplo, que um triângulo de medidas 3cm de comprimento por 4cm de largura é diferente do de medidas 3cm de largura por 4cm de comprimento, ou que existe paralelismo entre a área e o perímetro da figura, ou seja, figuras do mesmo perímetro terão áreas iguais ou a figura de maior área terá maior perímetro.

Tento em vista que a licenciatura matemática e, consequentemente, nossa escola básica, não tem dado conta dos componentes fundamentais, especificamente na geometria, segundo estas autoras, torna-se necessário reavaliá-la, utilizando os resultados dessa avaliação, como meio de reflexão para uma nova orientação aos cursos que a promovem. Preparar professores para atuar no ensino fundamental e médio não é tarefa simples, pois o trabalho que deve ser desenvolvido por eles na sala de aula, exige uma formação sólida, teórica e interdisciplinar. Essa formação não é apenas habilitá-los a compreender o fenômeno educativo em sua multiplicidade, mas também os assegura o domínio dos conteúdos a serem abordados nesses níveis de escolarização.

Kaleff (2012) defende que, no processo da formação de professores de Matemática, torna-se fundamental, aos licenciandos e professores, fazer uso de novas ferramentas educacionais para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem. Um exemplo disso é a Universidade Federal Fluminense (UFF), que desde 1988, desenvolve projetos de extensão junto às escolas públicas da região. Em 1994, o Departamento de Geometria, reconhecendo a importância das atividades que eram realizadas nas escolas, instituiu o Laboratório de Ensino de Geometria, com o objetivo de democratizar e popularizar a Matemática. Os recursos didáticos criados no LEG são apresentados a estudantes de escolas públicas e ao público em geral em exposições do tipo museu interativo. As atividades que o LEG permite desenvolver são inúmeras, um das que merece destaque é a exploração de área. O conceito de área pode ser trabalhado pelo visitante, por meio de dois geoplanos. Na figura abaixo, temos uma vista geral da exposição:

Figura 3: Foto retirada do boletim da SBEM 09, Fevereiro 2012.

O LEG da Universidade Federal Fluminense segundo a autora, é um incentivo para professores e alunos aprofundarem seus conhecimentos em Geometria. No entanto, apesar desta ser um ramo importante da Matemática, professores do ensino fundamental apontam problemas relacionados tanto ao seu ensino quanto à sua aprendizagem.

A autora também ressalta outro exemplo, um projeto de pesquisa desenvolvido na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), que objetivava investigar questões relacionadas à aprendizagem da geometria nas séries finais do ensino fundamental e reconhecer as representações dos professores dessas séries no que se refere ao papel da geometria no processo de formação do aluno, mostra que o sistema educativo é um fator de dificuldade. Já que esse sistema define a política de educação com recomendações e orientações gerais sobre os métodos, os conteúdos e o saber fazer, deixando para cada escola definir os conteúdos que julga importantes para a formação de seus alunos, o que faz com que a geometria seja frequentemente esquecida.

Como vimos, segundo essa pesquisa, que retrata a realidade do ensino da geometria, ainda há um grande caminho a percorrer para que esta se torne tão explorada como as demais disciplinas. Principalmente nas escolas públicas que são as que mais definem os conteúdos que julgam importantes para a formação de seus alunos, e a geometria não é considerada tão importante. Os professores ministram os conteúdos que julgam serem mais importante, e deixam sempre a geometria em último plano. O conteúdo só é trabalhado se der tempo, e como na grande maioria das vezes o tempo é curto, a geometrica continua ficando com essa deficiência.

3.6. AS GRANDEZAS GEOMÉTRICAS

Grandeza é tudo aquilo que se pode medir, contar, pesar, enfim, enumerar, afirmam Centurión, Jakubovic e Lellis (2007). A grandeza é uma relação numérica estabelecida com um objeto. Logo abaixo faremos uma abordagem sobre grandezas e medidas nos PCN do Ensino Fundamental, Brasil (1997).

Neste documento, fica explícito que:

> O trabalho com medidas dá oportunidade para abordar aspectos históricos da construção desse conhecimento, uma vez que, desde a Antiguidade, principalmente em todas as civilizações, a matemática dedicou-se à comparação de grandezas (p.83).

Isso nos mostra que o bloco das grandezas e medidas é caracterizado como um espaço privilegiado para destacar a presença e a utilidade social do conhecimento matemático.

Outra característica marcante do bloco das grandezas e medidas nos PCN é a indicação do mesmo enquanto um espaço privilegiado das conexões entre campos de Aritmética, Álgebra e Geometria:

De acordo com os PCN (1997), espera-se que, ao final do terceiro ciclo, os alunos sejam capazes de resolver situações-problema e utilizar conhecimentos relacionados às medidas; medir utilizando unidades de medida não convencionais, adequadas ao atributo que se quer medir; e realizar algumas estimativas de resultados de medições.··.

O objetivo deste ciclo é ampliar a noção de medida ao estudo de grandezas determinadas pela razão de duas outras, como a densidade demográfica, ou pelo produto de duas outras, como área, volume, energia, entre outras. Dentre os objetivos de aprendizagem do quarto ciclo, podem ser citados alguns que são relacionados às grandezas e medidas e a suas articulações com outros blocos de conteúdos (BALLEIMAN & LIMA, 2002).

O PCN (1997) ressalta que, o “Cálculo de perímetro e área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetro e áreas de duas figuras sem uso de formulas” (p.61). Em nossa pesquisa, iremos utilizar o geoplano como um recurso didático para explorar um pouco mais área e perímetro.

3.6.1. Perímetro

Segundo os livros de Ensino Fundamental, dos atores Centurión, Jakubovic e Lellis (2007), perímetro é a soma dos lados de uma determinada figura. Outro livro, das autoras Mori e Onaga (2006) diz que o perímetro é a medida do comprimento de um contorno. Já em relação à circunferência, o perímetro de uma circunferência é o mesmo que calcular o seu comprimento. Pois a circunferência nada mais é que uma linha fechada.

Como podemos notar, as situações didáticas trabalhadas nos livros recomendados para os primeiros ciclos do Ensino Fundamental não proporcionam ao aluno compreender os conceitos de grandeza, uma vez que são tratados com uma ideia mais próxima do quadro geométrico ou numérico.

3.6.2. Área

Segundo Balleiman e Lima (2002), o conceito de área é um dos mais importantes no ensino/aprendizagem da Matemática. Sua relevância é indiscutível para a formação do cidadão pleno, que necessita medir, ou estimar a medida, de regiões planas- terrenos, pisos, paredes, faces de objetos, etc.- nas suas atividades cotidianas. No âmbito científico e tecnológico, afirmam os autores, são frequentes as situações que a área de superfície intervém como grandeza básica do processo ou fenômeno abordado.

Vale ressaltar, de acordo com os autores, que as dificuldades de dissociação entre grandezas geométricas (comprimento, área e volume) podem ser extremamente resistentes à aprendizagem como mostra Schneider (1991) citado por Balleiman e Lima (2002), numa pesquisa realizada na Bélgica, em torno da introdução do cálculo integrado no Ensino Médio (alunos de 15 a 18 anos). Schneider interpreta alguns dos erros cometidos pelos alunos no cálculo de áreas e volumes, como consequência de um obstáculo de natureza epistemológica que a pesquisa denomina “obstáculo da heterogeneidade das dimensões”.

3.6.3. Considerações sobre área

De um ponto de vista estritamente matemático, defendem Balleiman e Lima (2002), a relação de equivalência “ter mesma área” é definida pela escolha de uma mesma unidade seguida das medidas das superfícies: duas superfícies de mesma medida têm mesma área. Estes autores afirmam, baseados em pesquisas, que na aprendizagem, a construção desta relação de equivalência deve ser anterior à medida, tendo por suporte fundamental a noção de *equidecomponibilidade*: duas superfícies equidecomponíveis têm mesma área, ou seja, se duas superfícies podem ser decompostas em um número finito de partes, duas a duas congruentes, então elas têm mesma área.

De acordo com Balleiman e Lima (2002), dentre as situações possíveis em torno de conceito de área, podemos destacar três grandes classes: as *situações de comparação*, quando comparamos duas superfícies somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência; *as de medida*, que utilizam unicamente o raciocínio sobre números e a passagem da grandeza ao número por meio da escolha de uma unidade; e as de *produção de superfícies*, que admitem frequentemente várias respostas corretas.

3.6.4. As dificuldades dos alunos com a compreensão matemática e do conceito de área

Para Biembengut (2010), o ensino da matemática muitas vezes leva a criança a responder de certo modo as questões específicas, sem considerar a quantidade de informações que ela já recebe do mundo exterior, tampouco, suas capacidades singulares. Isso contribui para a passividade e a inibição da criança na resolução de questões efetivamente significativa. Essa passividade acaba tornando-se obstáculos que a inibe, especialmente, durante a aprendizagem matemática.

Segundo a autora, na medida em que vai sendo estimulada a curiosidade das crianças, a compreender o meio em que habitam, a formalizar ou representar diferentes acontecimentos ou informações percebidas e a elaborar categorias próprias como símbolos e mensagens, a maioria das crianças exibe avanço gradual em sua habilidade de entender e de responder as atividades propostas.

A autora ainda defende que o conhecimento floresce na medida em que se consegue representar diferentes acontecimentos ou informações percebidas, por meio de símbolos e mensagens. No Brasil, há uma estreita relação entre as temáticas investigadas na área e o conteúdo de algumas das políticas públicas educacionais que envolvem o ensino da Matemática em todos os níveis, principalmente as que se orientam para a avaliação da aprendizagem, a reformulação e inovação curricular e a formação docente. Os estudos na temática da aprendizagem e do ensino de noções matemáticas específicas assimilam elementos que fazem parte da cena social e que motivam políticas públicas, como a presença das tecnologias da informação e comunicação, o acesso a elas e sua utilização; a presença de aspectos ambientais e a necessidade de atenção a eles, as diferenças socioculturais que marcam as populações, à globalização e a ordem mundial.

Santos (2009) afirma que atenção sistemática ao tema da relação dos alunos com a Matemática e das suas dificuldades com ela teve início com o estudo *A Matemática no primeiro grau: os significados que pais, alunos e professores conferem à matemática*, desenvolvido no âmbito de um programa de pós-graduação. Esse estudo partiu da hipótese de que as ideais socialmente veiculadas sobre a matemática interferem na predisposição que os alunos têm para aprender matemática na escola; além do que, a própria escola contribui para a difusão de ideias e valores que fazem conflituosas e, em muitos casos, negativa a experiência escolar dos alunos com a matemática. Foram elaboradas questões orientadas pelo interesse em saber de que modo os sujeitos da pesquisa perceberam a matemática e sua relação com ela, dentro e fora da escola. Constatou-se nesse estudo que, a despeito de reconhecerem uma positividade inerente à matemática e ao seu ensino, os professores e os alunos entrevistados portavam dificuldades que foram aumentando com o desenrolar da sua escolarização. E que, no caso deles, contribuíram para que considerassem que haviam fracassado em matemática.

O conceito de área é um campo fértil para investigação no âmbito da Didática da Matemática, de acordo com Balleiman e Lima (2002), não apenas devido à sua importância, mas também pelas frequentes dificuldades enfrentadas pelos alunos na sua aprendizagem.

Resultados de avaliações e de pesquisas sobre o ensino/aprendizagem dos conceitos de área e perímetro mostram a variedade, a profundidade e a resistência de algumas dificuldades conceituais na construção desses conceitos.

3.6.5. O Geoplano

Segundo Leivas (2011) a palavra Geoplano vem do inglês "geoboards" ou do francês "geoplands" em que "geo" vem da geometria “plana”, tábua ou tabuleiro plano dando a origem à palavra. Sua construção é algo muito simples: uma tábua à medida da nossa vontade, um martelo, pregos e elásticos de várias cores, pronto, já se pode construir um Geoplano. Com o martelo fixam-se os pregos na tábua de maneira que fiquem equidistantes e a distância entre os pregos funciona como unidade de medida. Os elásticos ajudam a fazer e desfazer figuras e situações geométricas. O geoplano pode ser de forma quadrada, trelissada, oval e circular. Na sua construção já se pode trabalhar noções de medidas e simetria. Temos abaixo duas figuras representando a utilização do geoplano:

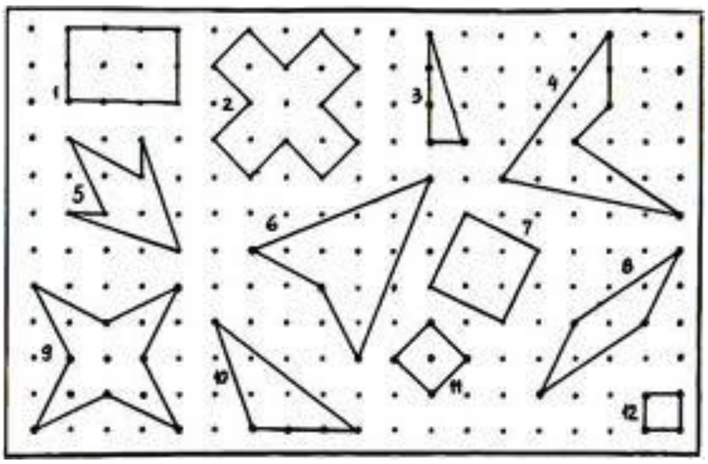


Figura 4 – Desenhos produzidos através do Geoplano.

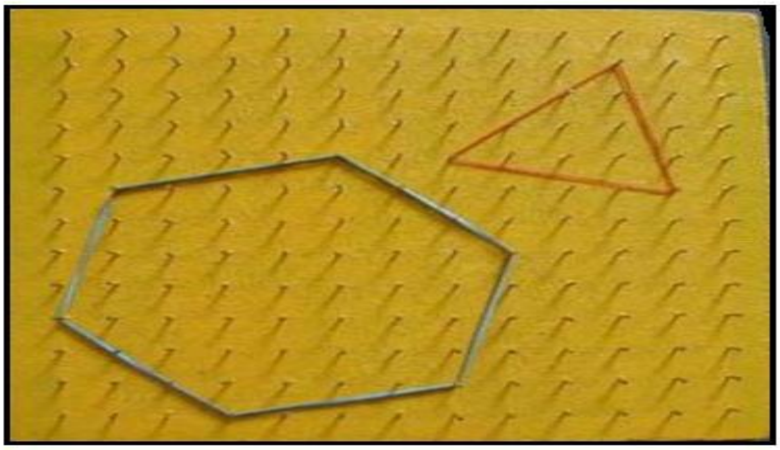


Figura 5 – Desenhos produzidos com a utilização do Geoplano.

Machado (2004) afirma que o geoplano é um recurso didático-pedagógico dinâmico e manipulativo, onde se pode construir, movimentar e desfazer. Podem-se trabalhar inúmeros assuntos matemáticos com o geoplano, desde problemas algébricos bem como geométricos, que pode facilitar a aferição de conjecturas e registrar o trabalho em papel ou reproduzi-lo em papel quadriculado. Além disso, o geoplano facilita o desenvolvimento das habilidades de exploração espacial, comparação, relação, discriminação, sequência, simetria, reflexão, rotação e translação, perímetro e área. O geoplano é um meio, uma ajuda didática, que oferece um apoio à representação mental e uma etapa para o caminho da abstração, proporcionando uma experiência geométrica e algébrica aos estudantes.

Para Lisboa (1988), no ensino pré- escolar ou no início do primário, o geoplano pode ser utilizado para que os alunos desenhem objetos conhecidos, ou do tipo geométrico ou imitando objetos reais. O uso do geoplano para as crianças permite que estas desenhem rapidamente as figuras que teriam dificuldade de desenhar de outra forma. Pode-se também pedir para que a criança desenhe figuras que foram desenhadas por seus colegas, isso envolve a capacidade de representação gráfica. Uma das vantagens do geoplano é a sua mobilidade, assim as crianças podem ver uma figura em diferentes posições, ele permite a utilização de processos rápidos para calcular a área de diversas figuras. Alguns destes processos permitem obter as fórmulas gerais mais utilizadas. O geoplano circular permite realizar atividades relacionadas com ângulos e com a medida das amplitudes dos ângulos.

Segundo Leivas (2011), o geoplano pode ser utilizado pelo professor em lugar do quadro na frente dos estudantes ou individualmente pelos mesmos. O trabalho individual proporciona que os estudantes elaborem as ideias segundo o seu próprio ritmo. Pode ser usado sistematicamente para esgotar o conteúdo de uma situação proposta. O professor deve ser condutor ou guia, deve orientar o trabalho dos estudantes no geoplano e guiar observações para que eles encontrem todas as possibilidades do caso, nos deslocamentos dos atilhos, chegando à descoberta de relações através de ações, percepções e abstrações. Sua mente deve estar sempre aberta para introduzir as possíveis variações que derivem do diálogo em classe com os estudantes. Esta flexibilidade do professor proporcionará novas descobertas e tornará o estudo mais atraente. As perguntas devem ser dinâmicas, mais do que formais. O diálogo com a classe deve ser ágil, sem impedir que cada estudante elabore o seu pensamento. A linguagem do professor deve ser concisa e cuidadosa, suficientemente rica para utilizar expressões equivalentes que tornem claras as ideias e facilitem a compreensão dos significados. Deve motivar o aluno que expresse suas ideias com clarezas a fim de que seja interpretado corretamente. Após o estudante ter encontrado as relações esperadas deve utilizar seu caderno para fazer os registros a fim de ir adquirindo a simbologia adequada.

Para Brown e Walter (2005), quando tratamos de exploração de problemas utilizando material concreto, por exemplo, o geoplano, devemos explorar cada detalhe que o mesmo nos permite e mostrar sua utilidade matematicamente falando. Se pegarmos como exemplo inicial um geoplano com 25 pregos dispostos em uma matriz quadrada, podemos iniciar uma série de perguntas a fim de explorar tal geoplano:

1. O quadro é quadrado?
2. As marcações são regularmente espaçadas?
3. Os pregos são todos da mesma altura?

E poderíamos assim continuar, segundo os autores, fazendo inúmeras perguntas a respeito do geoplano, perguntas estas talvez vista como bobagem, porém perguntas aparentemente bobas podem levar a investigações significativas. A questão de quais perguntas é importante nem sempre é fácil responder de antemão, e, além disso, é difícil fazer tal julgamento, a menos que você tenha alguma ideia do proposito de onde quer chegar. Por exemplo, gostaríamos que especialistas respondessem essa pergunta, ao invés de um matemático. Da qualquer forma, é preferível incluir perguntas que podem ser útil do que excluir uma que com maior reflexão pode ser.

Estes autores consideram quatro possibilidades de geoplano: triangular, circular, retangular e em forma de arruela; permitindo assim que nossa imaginação fique livre e modifique a quadratura como uma pergunta, que surgiu como tábuas circulares, triangulares, circulares e em forma de arruela. Se observarmos bem, vemos que nessas quatro formas existe um pressuposto oculto: a planicidade. Isto sugere que planeza pode ter características até então não listadas antes. Podemos notar também que todas as formas são finitas e limitadas. Embora a perpendicularidade e planicidade possam ser imediatamente óbvias, os dois últimos casos são menos aparentes e, como atributos óbvios só depois que percebemos a perpendicularidade e planicidade.

No que diz respeito ao Geoplano circular, conforme os autores, o que muda é apenas o tabuleiro, as distâncias dos pregos são as mesmas de um tabuleiro retangular, ou seja, é um geoplano retangular com determinados pregos removidos.

4. METODOLOGIA

Nesta pesquisa, o quantitativo contribuiu para compreendermos mais detalhes do qualitativo. A pesquisa quantitativa visa por números, quantidade do que busca conhecer, a qualitativa visa a qualidade, a utilidade.

4.1. CARACTERÍSTICAS DA PESQUISA

Nossa pesquisa apresenta um caráter qualitativo e quantitativo e foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Nenzinha Cunha Lima, na cidade de Campina Grande, no estado da Paraíba.

Para a realização desse trabalho foi escolhida uma turma de 8° ano composta por 24 alunos. Em relação à metodologia utilizada, seguimos a sequencia a seguinte sequencia: Pré-Teste, desenvolvimento das atividades na sala de aula e, consequentemente, o nosso estudo de caso, seguido da entrevista com a aluna, através de seis encontros, e por fim, o Pós-Teste.

De acordo com Ponte (2006), um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O objetivo de um estudo de caso é compreender o ‘como’ e os ‘porquês’ dessa entidade, deixando claro a sua identidade e características próprias, sobretudo nos aspectos que interessam ao pesquisador.

A natureza própria do estudo de caso, segundo o autor, chama a atenção para o que há de interessante, original e surpreendente na situação estudada, objetivo que pode ser muito bem servido por um relato narrativo. Desde que se salvaguardem a descrição metodológica e a apresentação dos dados, sem os quais não se pode falar de relatos de trabalhos científicos.

No primeiro contato que tivemos com os alunos, foi aplicado o Pré-teste com o objetivo de verificar o nível de conhecimento dos alunos a respeito dos conceitos básicos de área e perímetro. Em nosso segundo encontro, realizamos a entrevista com a aluna Renata, participante do nosso estudo de caso. No terceiro encontro, apresentamos o Geoplano de forma detalhada, e o utilizamos para a construção de algumas figuras geométricas, posteriormente, desenvolvemos a primeira atividade. No quarto e quinto encontro, realizamos, respectivamente, a segunda e terceira atividade. No sexto e ultimo encontro, aplicamos o pós-teste, em que este foi comparado ao pré-teste, a fim de verificarmos alguma evolução da turma em relação às atividades desenvolvidas.

4.2. PARTICIPANTES

Os participantes foram 24 alunos do 8º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Nenzinha Cunha Lima, da cidade de Campina Grande, Paraíba, com faixa etária de 13 a 17 anos, onde alguns já eram repetentes.

4.3. INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para a coleta de dados, foi aplicado inicialmente um pré-teste composto por 10 questões básicas de área e perímetro, tratando especificamente de quadrados e retângulos (anexo).

O Pré-Pós Teste

O questionário do Pré-Pós Teste continham 10 questões e foi utilizado as mesmas perguntas em ambos. Nos anexos temos explicitado o pré-pós teste bem como as análises dos mesmos.

A Observação

Segundo Marconi e Lakatoos (2009), esixtem dois tipos de observação, a assistemática e a sistemática. A assistemática é a técnica da observação não estruturada, tambem denominada espontânea, informal, simples, livre, ocasional e acidental, que consiste em recolher e registrar os fatos da realidade sem que o pesquisador utilize meios tecnicos especiais ou precise fazer perguntas diretas. Serve mais em estudos exploratórios e não tem planejamento e controle previamente elaborados. Po sua vez, observação sistemática caracteriza-se por ser estruturada, planejada, controlada. Utiliza instrumentos para a coleta dos dados ou fenômenos observados. Nesse tipo de observação, o observador sabe o que procura e o que é importante em determinada situação; deve ser objetivo, reconhecer possiveis erros e eliminar a sua influência sobre o que vê ou recolhe. Nesta pesquisa, desenvolvemos uma observação sistemática.

A Entrevista

A entrevista, segundo Marcone e Lakatos (2009), é um encontro com alguma pessoa com a finalidade de obter informações sobre determinado assunto, utilizada na investigação social, para a coleta de dados ou para ajudar no diagnóstico ou tratamento de um problema social.

Estas autoras afirmam que, entrevista estruturada é aquela composta por perguntas fechadas, sem possibilidade de desdobramento. Por outro lado, a entrevista semi estruturada é composta de questões com possibilidades de desdobramento no decorrer da entrevista.

Nossa entrevista foi de caráter semi estruturada, porque as perguntas realizadas abrem espaços para desdobramentos. A entrevista feita com o nosso caso, a aluna Renata, teve por objetivo obter informações de como a aluna concebe a Geometria e, os conteúdos área e perímetro.

As Tarefas

As tarefas propostas aos alunos visavam que os mesmos desenvolvessem a formulação e resolução de problemas matemáticos envolvendo área e perímetro.

A Tarefa 1

A primeira solicitava que os alunos formulassem e resolvessem um problema matemático, envolvendo área e perímetro, que tivesse alguma relação com o seu o dia a dia.

A Tarefa 2

A segunda tarefa solicitava aos alunos formularem e resolverem um problema matemático, que envolvesse áreas iguais em retângulos, especificando as respectivas dimensões.

A Tarefa 3

A terceira tarefa pedia para formular e resolver um problema matemático que envolvesse área e perímetro a partir do ambiente no qual os alunos se encontravam, ou seja, a sala de aula.

5. O ESTUDO DO CASO RENATA

Renata é aluna da Escola Estadual de Ensino Fundamental é Médio Nenzinha Cunha Lima, estuda o 8º ano e tem 12 anos. Morena de média estatura. É uma aluna muito interessada nos estudos, responsável, desenvolve bem todas as resoluções de problemas, esforçada e bem ativa na sala de aula.

5.1. AS CONCEPÇÕES SOBRE GEOMETRIA

Para Renata, a geometria está relacionada a medidas: “Para mim é alguma coisa assim... de ver o centímetro, o perímetro ou a área de alguma coisa. Para medir algo” [ER, 10/04 / 2012].

Renata afirma que estudou em geometria apenas conteúdos referentes a quadriláteros. Para a aluna, a geometria é algo relacionado com medidas: “É... quadrado, retângulo... No momento só me lembro desses” [ER, 10/04 / 2012].

Quando questionada sobre a necessidade de utilizar a geometria em algum problema na sala de aula (ambiente), afirma: “Como assim? Os vidros é retângulo, ai precisa pra medir... pra fazer alguma coisa para poder comprar, né? O material pra fazer, tem que saber a área e o perímetro” [ER, 10/04 / 2012]. No entanto, ao referir-se ao conteúdo de geometria que estudou e que despertou o seu interesse, responde de um modo que revela, mais uma vez, seu pouquíssimo conhecimento sobre este conteúdo: “Pra mim foi expressão algébrica, porque foi de uma maneira mais diferente” [ER, 10/04 / 2012].

A aluna afirma que o professor de geometria aborda os conteúdos de outro modo, além do ensino tradicional: “Ela... assim, nas aulas ela já fez um trabalho também, sobre barras e também as barras de quadrado e esse negócio. Ela sempre fala.” [ER, 10/04 / 2012].

Estas barras, segundo esclareceu era o material dourado, que a professora usara uma vez na sala de aula para ministrar um conteúdo, do qual, Renata não lembrou qual era.

5.2. AS CONCEPÇÕES SOBRE ÁREA

Segundo Renata, a grandeza área pode ser assim definida: “É o que tem dentro da figura. De algum desenho que tiver geométrico, né?” [ER, 10/04 / 2012]. Quando é questionada sobre ter utilizado medidas de área em seu cotidiano, afirma: “Já... Pela aquela... A gente já pegou, eu e meu pai pegou aquelas trenas, não tem? Que tem umas coisas e já medimos já” [ER, 10/04 / 2012].

5.3. AS CONCEPÇÕES SOBRE PERÍMETRO

Quando refere-se ao perímetro, Renata afirma: “ Perímetro é o lado de alguma figura geométrica. Os lados das figuras”. [ER, 10/04 / 2012].

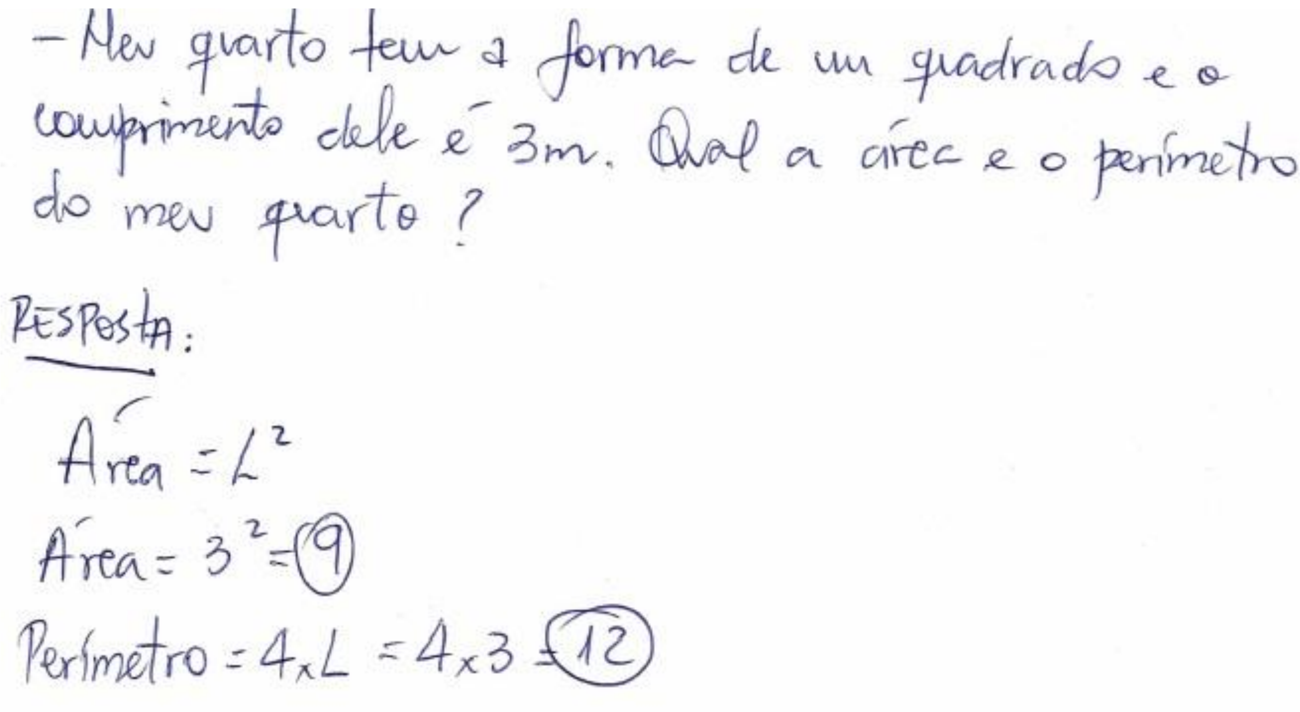
5.4. AS ATIVIDADES COM A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS UTILIZANDO O GEOPLANO

A seguir, apresentamos as atividades desenvolvidas por Renata, bem como a sua interpretação, à luz dos objetivos desta pesquisa.

Atividade 1

Na atividade 1, a turma foi dividida em 6 grupos. Durante a atividade, a aluna Renata se mostrou totalmente envolvida em seu grupo, e colaborou para a formulação e resolução do problema a seguir:

Meu quarto tem a forma de um quadrado e o comprimento dele é 3 m, qual é a área e o perímetro do meu quarto?



– Meu quarto tem a forma de um quadrado e o comprimento dele é 3m. Qual a área e o perímetro do meu quarto?

RESPOSTA:

$$\text{Área} = L^2$$

$$\text{Área} = 3^2 = 9$$

$$\text{Perímetro} = 4 \times L = 4 \times 3 = 12$$

Figura 6 – Atividade 1

Desta formulação podemos perceber que a aluna foi objetiva, formulando uma situação do seu dia a dia que envolve o cálculo da área e perímetro do seu quarto. Na resolução, por sua vez, fez uso direto das fórmulas que utilizamos para calcular área e perímetro de um quadrado.

Atividade 2

Na segunda atividade, usamos uma aula de 45 minutos. Novamente, a sala foi dividida em 6 grupos, porém o grupo da Renata foi composto apenas por 3 alunos, pois os demais haviam faltado. A atividade pedia para formular e resolver um problema matemático que envolvesse áreas iguais em retângulos, especificando as respectivas dimensões. O grupo da Renata fez o seguinte:

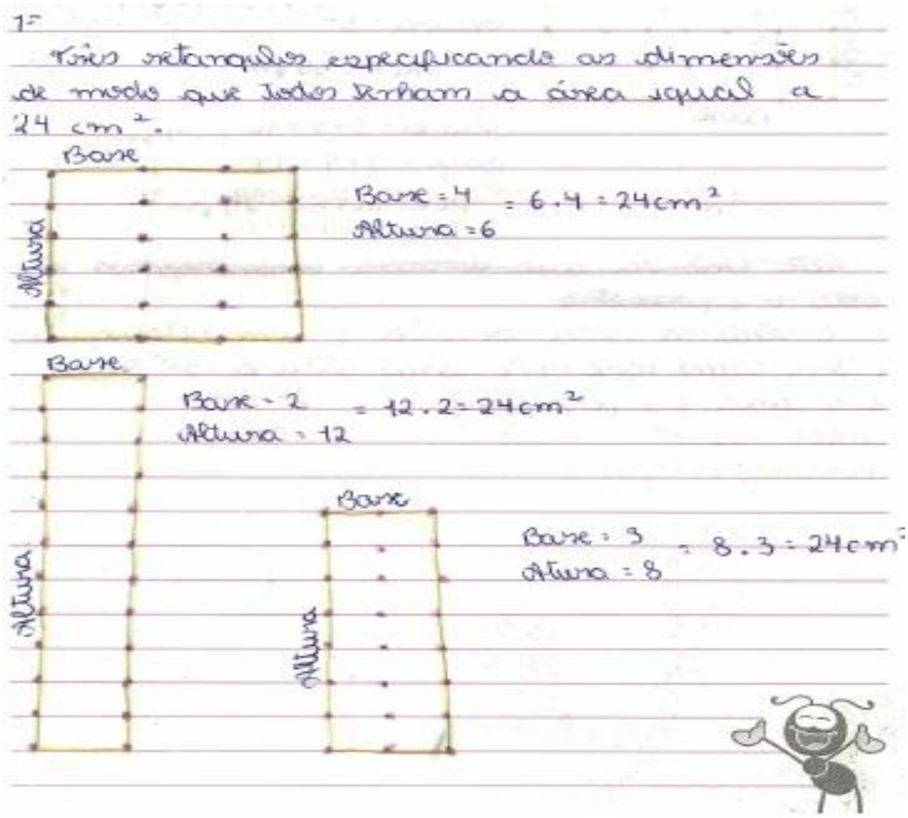
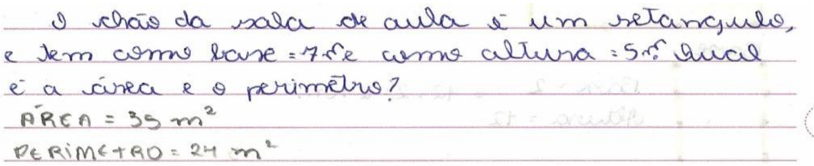


Figura 7 - Atividade 2

Durante a realização da atividade, Renata mostrou certo grau de dificuldade e sempre me chamava para tirar dúvidas. A aluna não estava entendendo como fazer a tarefa. Outra aluna do grupo da Renata conseguiu entender melhor o que se pedia, e explicou para seu grupo, na minha presença, perguntando-me se o seu raciocínio estava correto. E de fato estava, sendo assim, o grupo desenvolveu a tarefa acima.

Atividade 3

Para realizar a terceira atividade, também dispomos de 45 minutos, e o grupo da Renata era o mesmo da segunda atividade. O que se pedia na atividade 3 era para formular e resolver um problema matemático que envolvesse área e perímetro a partir do ambiente que você se encontrava. Novamente, Renata apresentou dificuldade no que se pedia. No entanto, dessa vez, não me consultou; a sua colega, que entendeu e explicou a atividade 2 para o grupo, entendeu perfeitamente o que se pedia, e o grupo elaborou o seguinte problema:



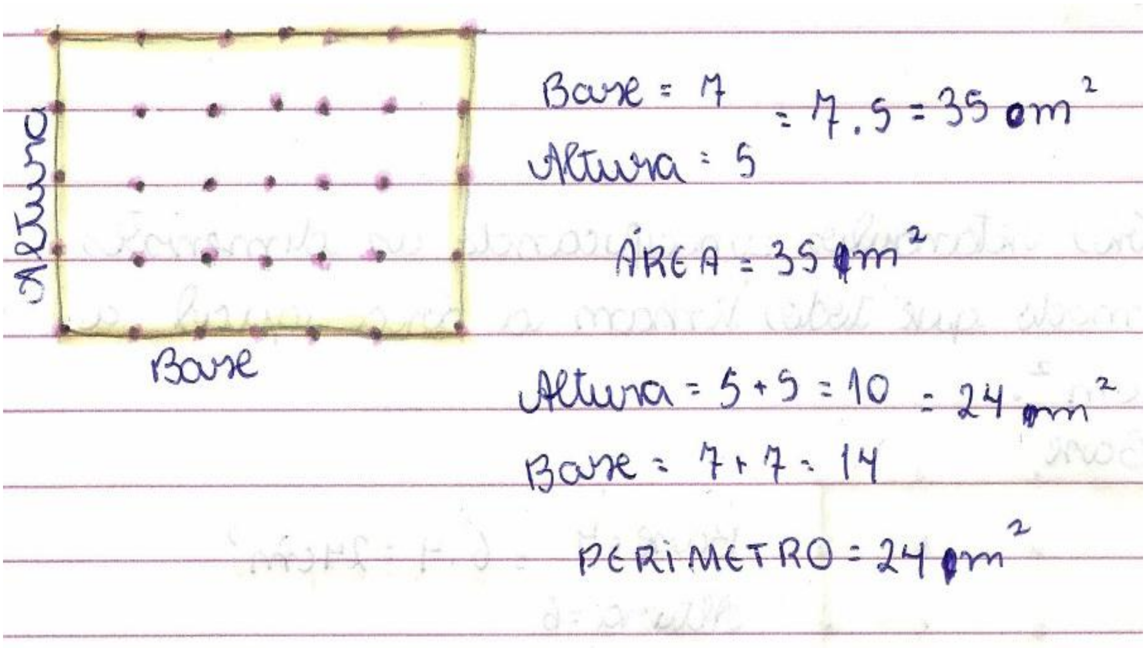


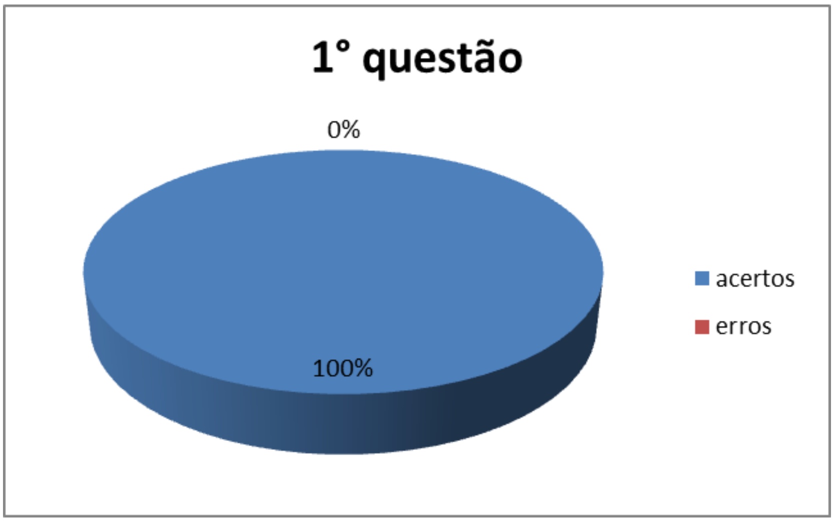
Figura 8 – Atividade 3

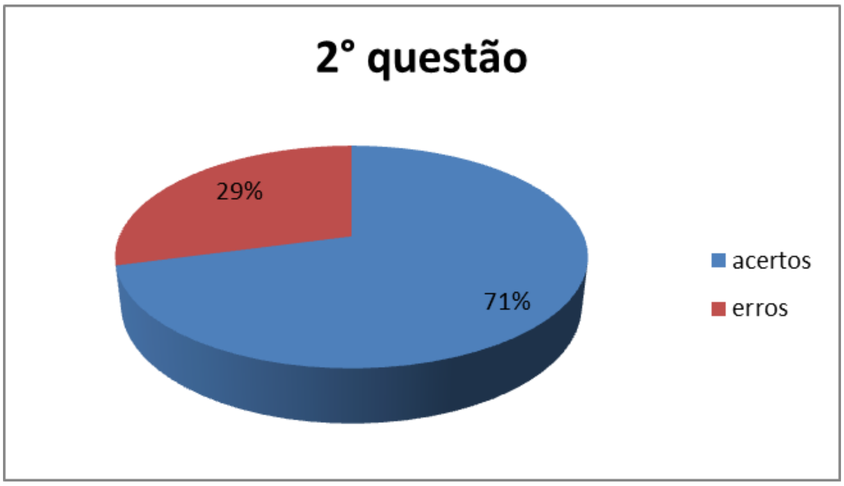
Para realizar a segunda e terceira atividades, resolvi dar um estímulo para a turma, já que na atividade 1 um grupo não a realizou. Então propus as atividades 2 e 3 e falei que o grupo que formulasse e resolvesse o problemas mais interessante ganharia um prêmio, uma caixa de chocolate. Dois grupos apresentaram problemas bem criativos em relação aos demais grupos, um deles foi o grupo da Renata. Contudo, o mesmo grupo que não realizou a atividade 1, também não realizou as atividades 2 e 3.

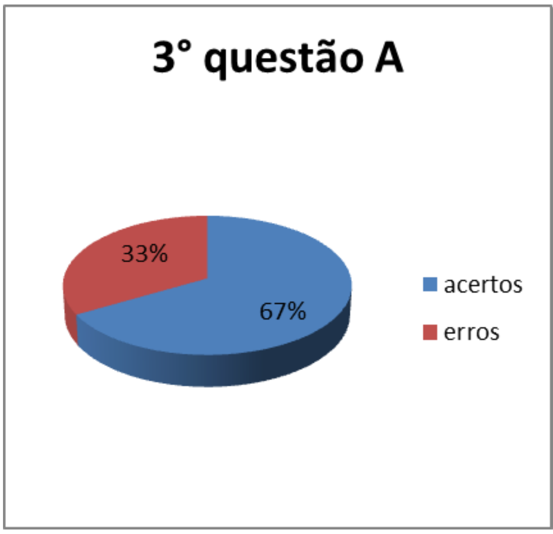
5.5. A ANÁLISE DO PRÉ-TESTE

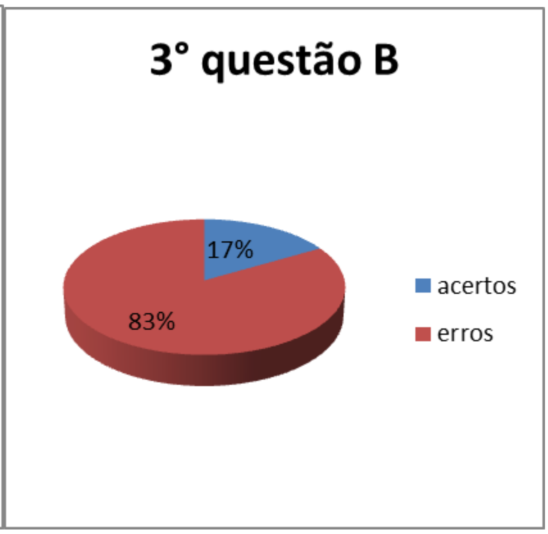
Nos anexos temos os gráficos detalhando a quantidade de acertos e erros cometidos pelos alunos. A maioria dos erros cometidos pelos alunos não foram especificamente sobre o conceito de área e perímetro, mas sim de aritmética, ou seja, os erros que ocorreram foram em relação a contas mal resolvidas.

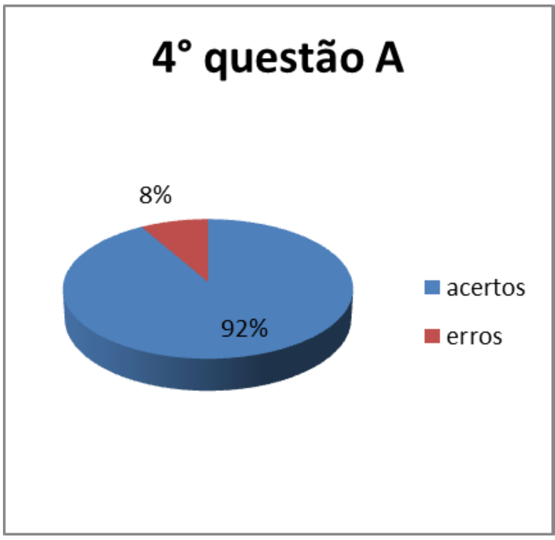
Abaixo temos os gráficos com o resultado do Pré- Teste

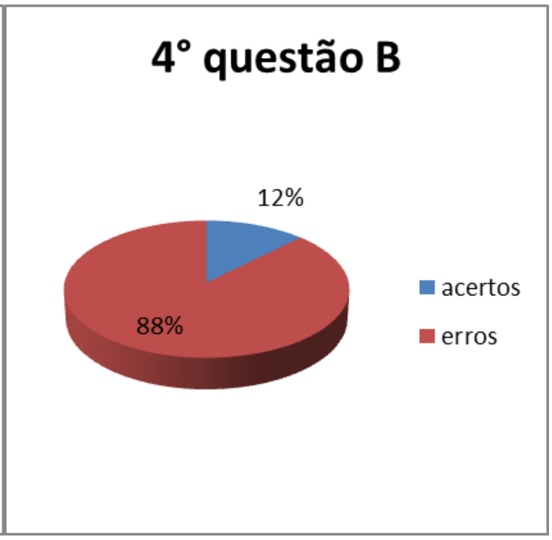


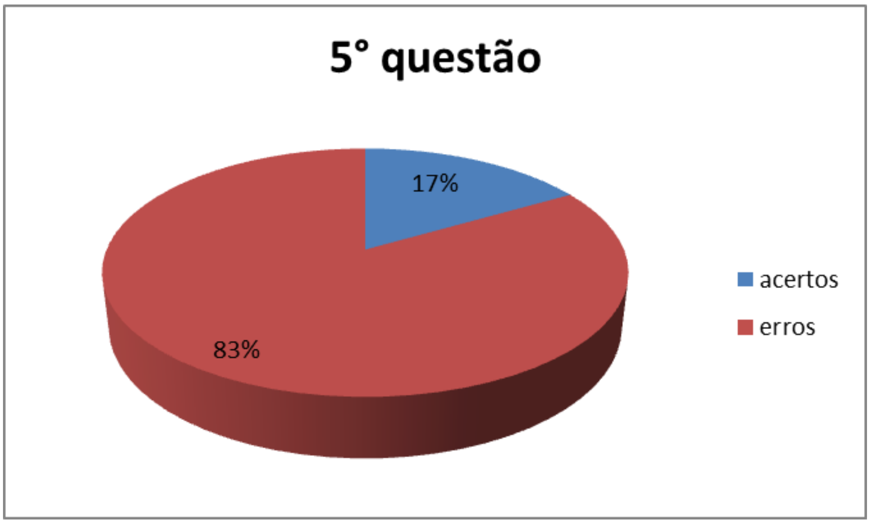



3° questão A
33%
67%
acertos
erros

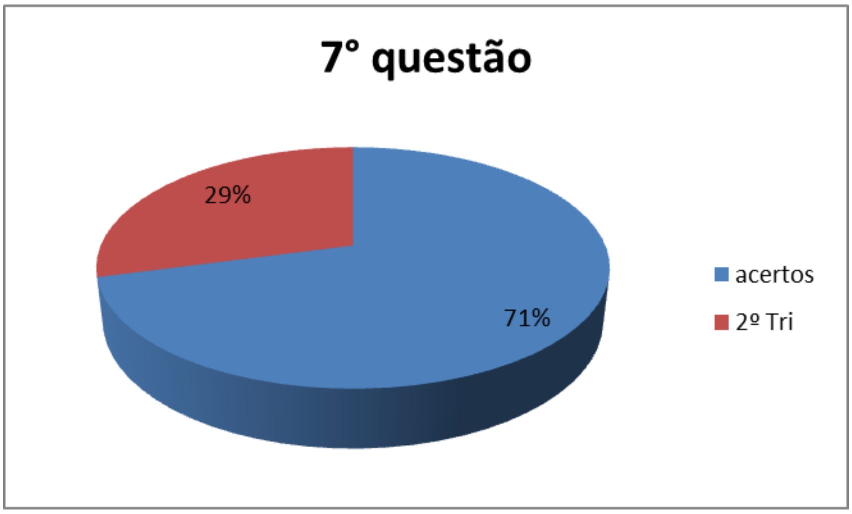

3° questão B
17%
83%
acertos
erros

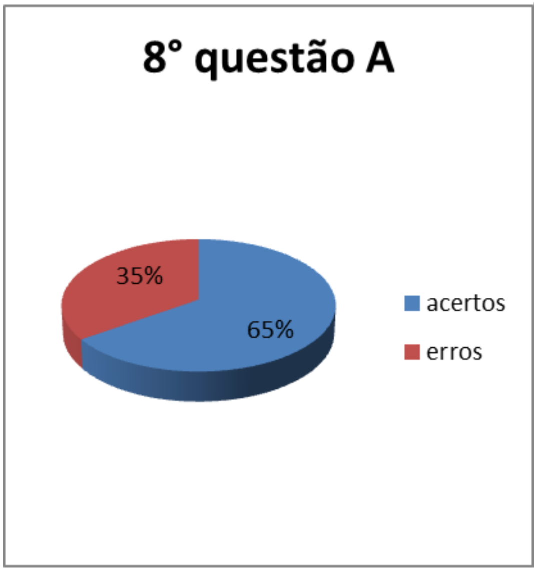

4° questão A
8%
92%
acertos
erros

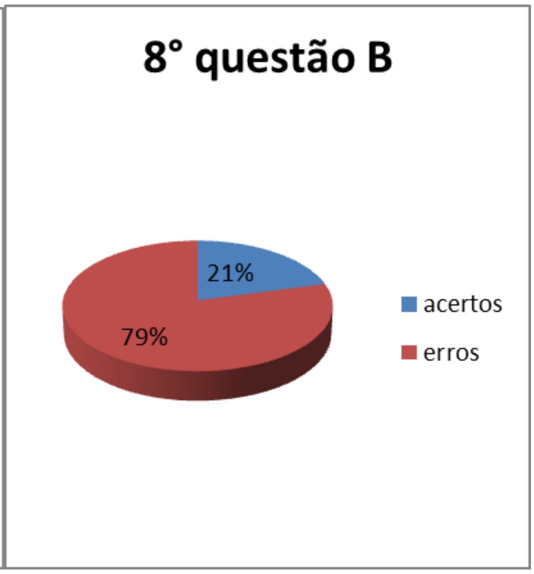

4° questão B
12%
88%
acertos
erros

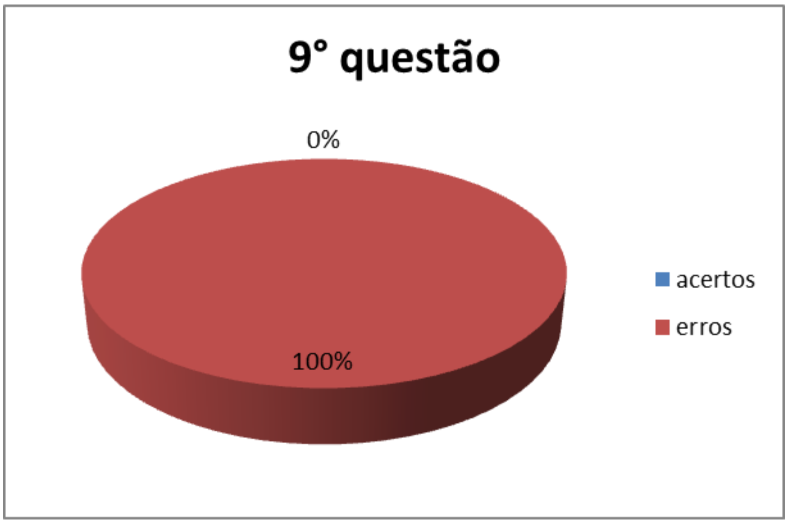

5° questão
17%
83%
acertos
erros


6° questão
0%
100%
acertos
erros


7° questão
29%
71%
acertos
2º Tri


8° questão A
35%
65%
acertos
erros

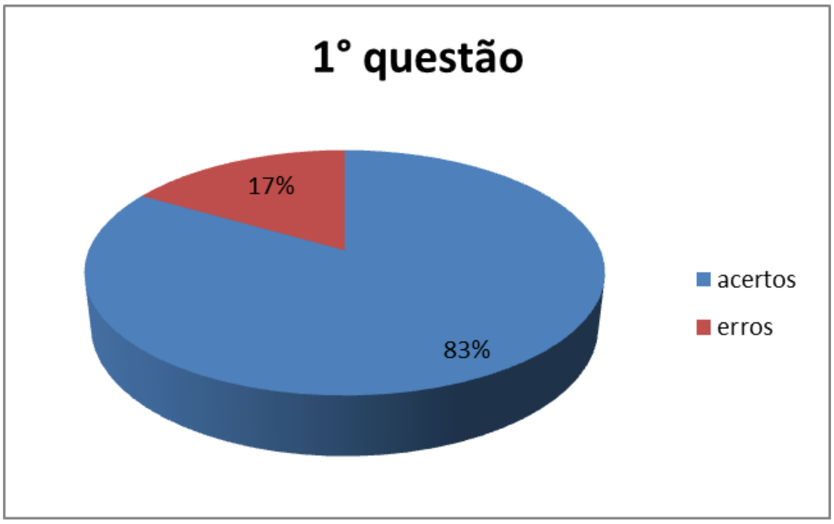

8° questão B
21%
79%
acertos
erros

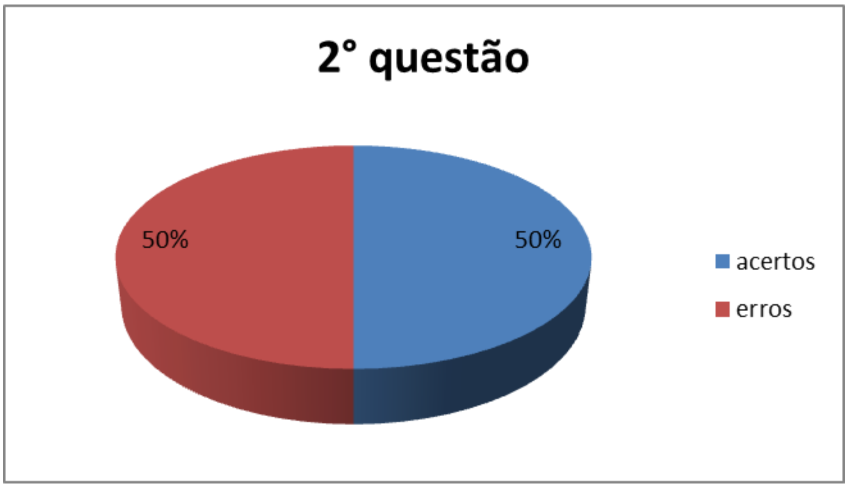


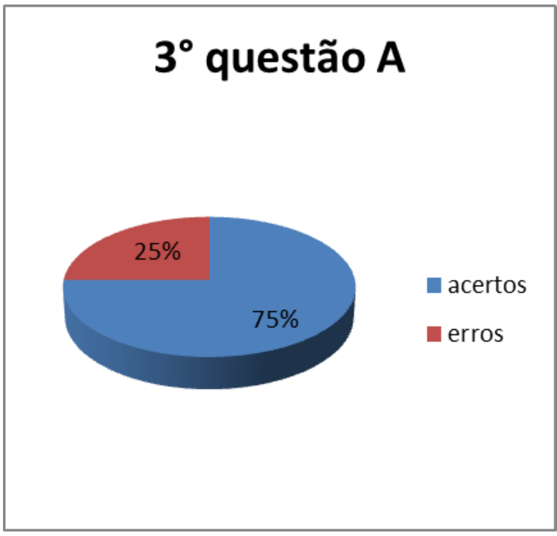
5.6. A ANÁLISE DO PÓS-TESTE

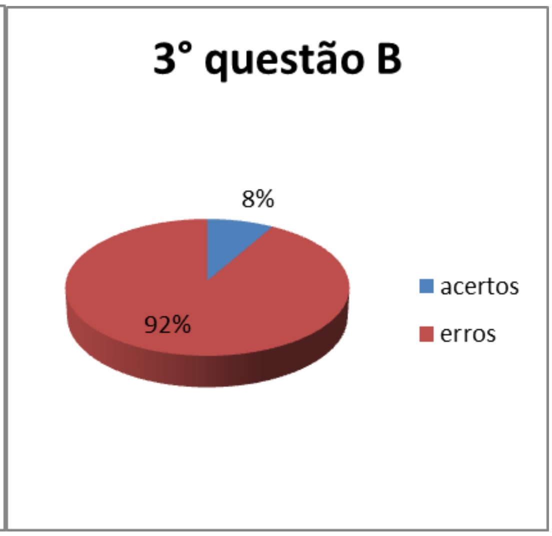
Embora o Pré-teste e o Pós-teste fossem iguais, podemos observar que tiveram questões em que, no Pré-teste, os alunos acertaram e, no Pós-teste, erraram, bem como erraram algumas no Pré-teste e acertaram no Pós-teste.

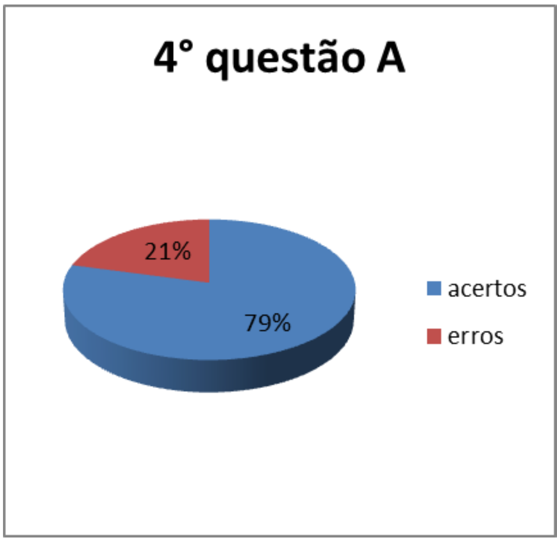
Abaixo temos os gráficos com o resultado do Pós-Teste:

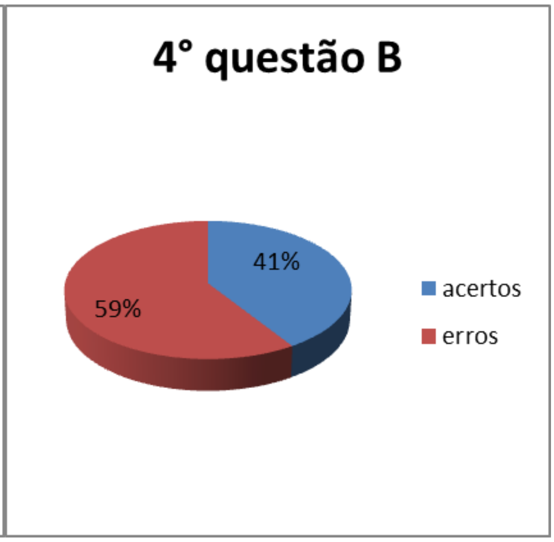

1° questão
17%
83%
acertos
erros

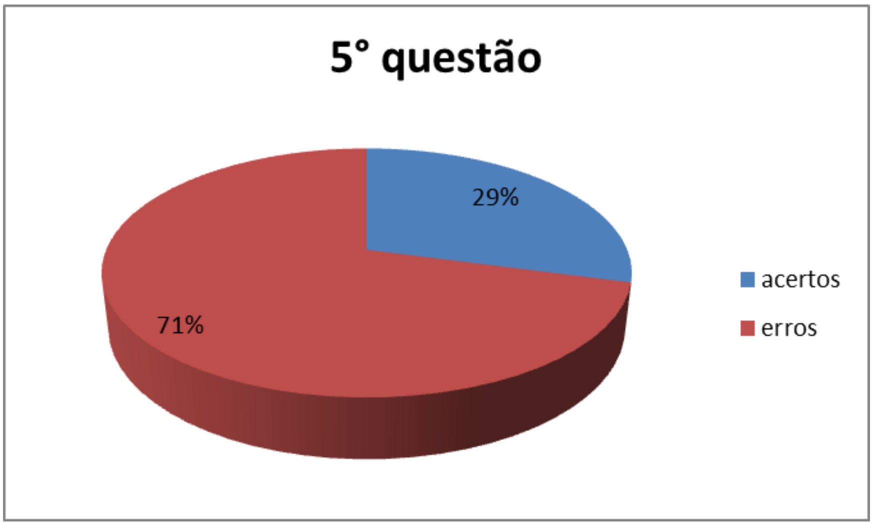

2° questão
50%
50%
acertos
erros


3° questão A
25%
75%
acertos
erros


3° questão B
8%
92%
acertos
erros

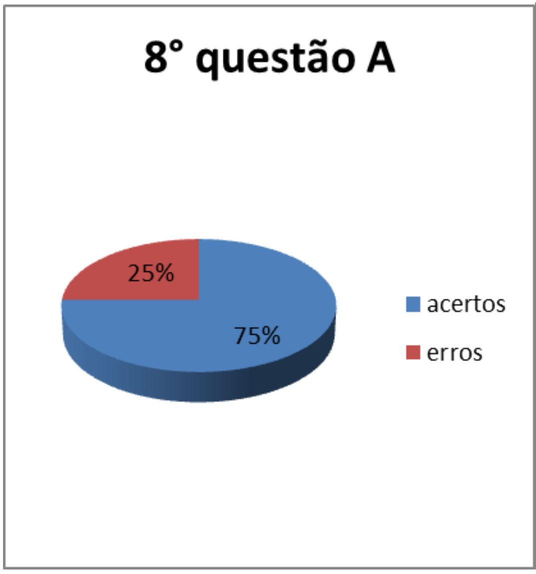

4° questão A
21%
79%
acertos
erros

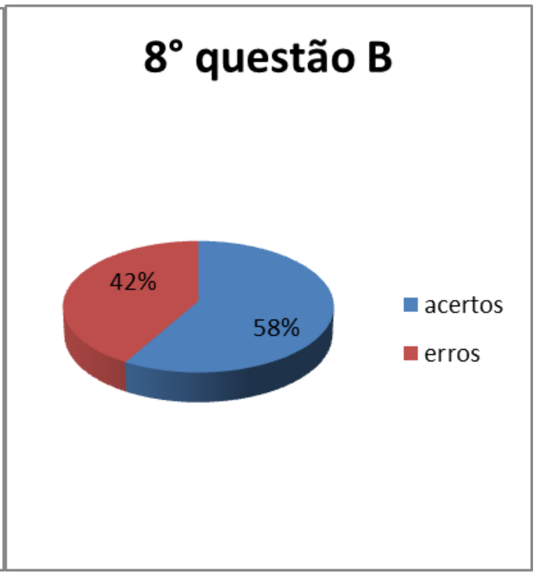

4° questão B
41%
59%
acertos
erros

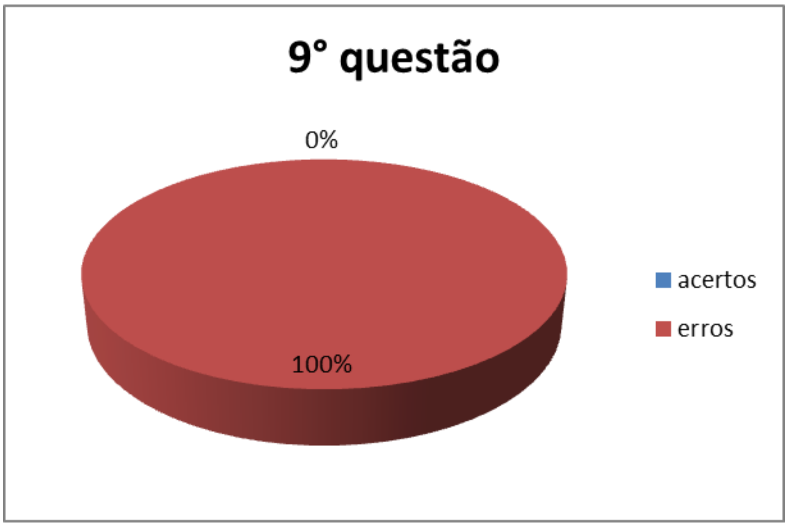

5° questão
29%
71%
acertos
erros

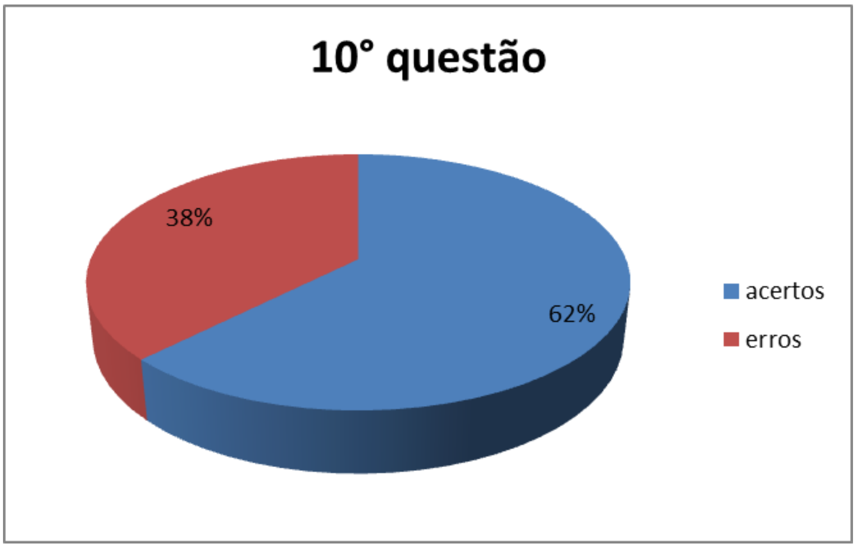

6° questão
0%
100%
acertos
erros


7° questão
0%
100%
acertos
erros


8° questão A
25%
75%
acertos
erros


8° questão B
42%
58%
acertos
erros


9° questão
0%
100%
acertos
erros



5.7. COMPARANDO O PRÉ-TESTE COM O PÓS-TESTE

Como mencionado acima, alguns alunos erraram uma determinada questão X no pré-teste, mas a acertaram no Pós-Teste, situação essa que nos revela uma pequena evolução, uma vez que os alunos erraram primeiramente, mas acertaram na segunda oportunidade. Por outro lado, alguns alunos acertaram uma determinada questão X no Pré-Teste e erraram essa mesma questão no Pós-Teste, o que nos deixa com dúvidas quanto ao real motivo dessa ocorrência.

Vale ressaltar que a maioria dos erros cometidos pelos alunos foram tanto relativos ao conceito de área e perímetro, quanto relativos aos de aritmética, ou seja, os erros que ocorreram foram em relação a contas mal resolvidas. Nas 6ª e 9ª questões os erros foram em relação ao conceito de área e perímetro, nenhum aluno conseguiu entender o que se pedia. Alguns ainda tentaram responder, porém as respostas não tinham correspondia com o que se pedia.

5.8. A RELAÇÃO ENTRE E QUANTITATIVO E O QUALITATIVO: OS TESTES E O ESTUDO DO CASO RENATA

Temos abaixo o desempenho individual do nosso caso Renata, as questões marcadas com um “X” significa que Renata acertou, as que estão em branco, Renata não acertou:

	Pré-Teste	Pós- Teste
1ª questão	x	x
2ª questão	x	x
3ª questão “a”	x	x
3ª questão “b”	x	
4ª questão “a”		x
4ª questão “b”		x
5ª questão		x
6ª questão		
7ª questão	x	
8ª questão “a”	x	x
8ª questão “b”		x
9ª questão		
10ª questão		x

Conforme análise dos dados acima, podemos observar que Renata também foi um dos alunos que acertaram determinada questão no Pré- Teste e erraram no Pós-Teste, bem como errou no Pré-Teste e acertou no Pós-Teste. Isso nos mostra que a relação entre o quantitativo e qualitativo andam lado a lado: a quantitade não está a cima da qualidade.

6. CONCLUSÃO

Comparando as análises realizadas no Pré-Teste e no Pós-Teste podemos fazer alguns comentários conclusivos a respeito do nosso estudo de caso.

Ao analisarmos o Pré e o Pós Testes, deparamo-nos com uma situação dual: *a primeira situação* é aquela na qual os alunos acertaram uma determinada questão X no pré-teste e erraram essa mesma questão no pós-teste, o que nos deixa com dúvidas quanto ao real motivo dessa ocorrência. Já a *segunda situação* é aquela na qual os alunos erraram essa mesma questão X no pré-teste, mas a acertaram no pós-teste, situação essa que nos revela uma pequena evolução, uma vez que os alunos erraram primeiramente, mas acertaram na segunda oportunidade. Na verdade, não sabemos ao certo o motivo de tamanha dificuldade desses alunos nesses testes, porque, teoricamente, são testes relativamente fáceis para o nível de um 8° ano.

O nosso trabalho também focou sobre o ensino da Geometria, e, através de pesquisas recentes, constatamos que à Geometria ainda não é dada a sua devida importância na sala de aula, bem como seu ensino na academia de formação de professores de Matemática também não é satisfatório, levando, provavelmente, ao fracasso escolar e a situações semelhantes às citadas acima.

Analisando somente o nosso estudo de caso, que foi o caso da Renata, logo na entrevista podemos perceber que a aluna, nem sabia, ao certo, o que era a Geometria, pois, ao referir-se ao conteúdo de geometria que estudou e que despertou o seu interesse, respondeu de um modo que revela, mais uma vez, seu pouco conhecimento sobre esse conteúdo: “Pra mim foi expressão algébrica, porque foi de uma maneira mais diferente”. Por outro lado, na execução das atividades, a aluna se mostrou totalmente envolvida, e encarava as atividades como um desafio, realizando, juntamente com o grupo, tudo o que se pedia.

Tivemos como objetivo geral compreender de que modo um aluno do 8 º ano concebe e explora os conteúdos área e perímetro utilizando o geoplano e tarefas de formulação e resolução de problemas matemáticos. Para alcançar esse objetivo, fizemos um estudo de caso, composto pelo Pré-Pós Teste, entrevista com a aluna, e a realização das atividades explícitas na metodologia.

Como objetivos específicos, tínhamos, primeiramente, apresentar o Geoplano aos alunos, e esse objetivo foi alcançado no segundo encontro, em que apresentamos o Geoplano e construímos, com o auxílio do mesmo, algumas figuras geométricas; o segundo objetivo foi identificar as dificuldades do aluno referentes aos conceitos área e perímetro, e para alcançar esse objetivo, aplicamos o Pré-Teste no primeiro encontro; o terceiro objetivo foi identificar as concepções do aluno sobre a geometria e as grandezas geométricas perímetro e área, para alcançar esse objetivo, realizamos a entrevista com a aluna do nosso estudo de caso; nosso quarto, quinto e sexto objetivo, foram, respectivamente: propor aos alunos a formulação e a resolução de problemas matemáticos sobre perímetro das figuras utilizando o geoplano; propor aos alunos a formulação e a resolução de problemas matemáticos sobre área das figuras utilizando o geoplano, e, propor aos alunos a formulação e a resolução de problemas matemáticos que envolvam a relação entre área e perímetro das figuras utilizando o geoplano. Para alcançar esses objetivos, realizamos as três atividades, no entanto, as dificuldades apresentadas pelos alunos a respeito do conhecimento de área e perímetro, dificultou alcançar esses objetivos plenamente.

A princípio, escolhemos uma turma do 8º ano, porque esperávamos que esta tivesse algum domínio básico sobre os conceitos de área e perímetro. Entretanto, nosso pensamento foi equivocado. Através das análises e das tarefas realizadas, percebemos que existe uma grande deficiência nessa turma a respeito de área e perímetro. Vale salientar que alguns dias antes de aplicarmos o Pré-Teste, a professora da turma havia feito uma pequena revisão sobre tais conteúdos. Contudo, isso não foi o bastante para obtermos um resultado mais significativo para o nosso trabalho.

Durante a execução das atividades, todos os alunos, com exceção de um grupo, mostraram-se interessados e envolvidos nas situações. Foi possível perceber que uma aula diferenciada e com uso de material concreto se consegue entreter os alunos. Ressaltamos a importância de inovação na sala de aula, ainda mais para o ensino da Geometria que anda tão decadente. Torna-se evidente que há muito o que se fazer ainda para nivelar a Geometria aos demais ramos da Matemática.

Infelizmente, não foi possível explorar a noção de *equidecomponibilidade* nesta pesquisa, tento em conta o baixo nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos em relação ao conceito de área, conforme foi apontado no Pré e Pós Teste, bem como no caso da Renata.

Um dos aspectos que emergiu desta pesquisa foi que, infelizmente, a Geometria não é trabalhada como deveria e, quando o é, seu ensino é superficial, resumindo-se a formulas e algrebrizações. Com práticas como essas, os alunos e cidadãos do mundo atual não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essas habilidades, eles dificilmente conseguirão resolver situações de vida que forem geometrizadas, bem como não conseguirão fazer uso da Geometria para facilitar a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática distorcida.

O ideal é que os professores tentem, ao máximo, reverter essa situação, porém, não é só os professores que têm que tentar mudar essa realidade, o problema tem que ser resolvido de cima: os órgãos responsáveis pela educação brasileira tem que tomar alguma providência, talvez na distribuição do currículo escolar, já que o maior argumento dos professores é a falta de tempo para explorar melhor o ensino da Geometria.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Saddo Ag et al. *A geometria no ensino fundamental*: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. São Paulo: Razevista A geometria no ensino fundamental - PUC, n. 27, p. 94-210.

BARROSO, Mariana Moran. & FRANCO, Valdeni Soliani. *O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática.* ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 18 n. 34 – jul/dez – 2010, p. 205-234.

BIEMBENGUT, Maria Salett. *Modelagem matemática nas séries iniciais.* In: Revista Educação Matemática em foco n. 13. Ano IV, p. 2-3. Campina Grande: UEPB, 2010.

BROWN, L. Sthepen & WALTER L. Marion. *The art of problem posing:* third edition. New Jersey: LEA, 2005.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S. & REYS, R. E. (Org.). A resolução de problemas na Matemática escolar. Traducão: Hygino H. Domingues e Olga Corbo. Sao Paulo: Atual, 1998.

CENTURIÓN, Ramos Marília; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. *Novo matemática na medida certa.* 5ª Série. 10ª ed. São Paulo: Scipione, 2003, p. 212 – 216.

CHICA, Cristiane H. *Por que formular problemas?* In: SMOLE, Stocco Kátia & DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 151.

DANTE, Luiz Roberto. *Formulação e resolução de problemas de matemática:* teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009, p.7-113.

KALEFF, Ana Maria. LEGI: *o Museu Interativo Itinerante de Educação Matemática do Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense*. Brasília: BOLETIM – SBEM, n.09, 2012, p. 2-9.

LORENZATO, Sergio. *Por que não ensinar geometria?* In: Revista A educação matemática em revista, ano III, nº 4, 1º semestre. Blumenau – SC, 1995, p. 3-13

MARCONI, Marina de Andrade & LAKATOS, Eva Maria. *Fundamentos de metodologia científica.* 6. ed. São Paulo: Atlas, 2009, p. 192-205.’

MEDEIROS, Kátia Maria de. *A formulação de problemas matemáticos na sala de aula*: refletindo o potencial didático desta atividade. In: Revista Educação Matemática em foco n. 08. Ano III, p. 2-3. Campina Grande: UEPB, 2008.

MEDEIROS, Kátia Maria de. *Formular e resolver problemas matemáticos a partir de materiais concretos.* Minicurso. VI Encontro Regional de Educação. Centro de Ciência e Tecnologia do CCT/UEPB. Campina Grande – Paraíba, 2010.

MENEZES, Luís. *A importância da pergunta do professor na aula de matemática.* Viseu: Escola Superior de Educação de Viseu, p. 1-13.

MORI, Iracema & ONAGA, Satiko Dulce. *Matemática:* ideias e desafios. 5ª Série. 14 ed. São Paulo: Saraiva, 2009, p. 260 – 263.

NUNES, José M. Viana. *A prática da argumentação como método de ensino:* o caso dos conceitos de área e perímetro em figuras planas. São Paulo: PUC, 2011.

OLIVEIRA, Rosana de. *Políticas públicas:* diferentes interfaces sobre a formação do professor de Matemática. ZETETIKE – CEMPEM – FE/UNICAMP – v. 17 – Número Temático – 2009, p. 17-36.

PAVANELLO, Maria Regina & ANDRADE, Roseli N. G. de. *Formar professores para ensinar geometria:* um desafio para as licenciaturas em Matemática. In: Revista Educação Matemática em revista, ano 9, n° 11A. São Paulo: SBEM, 2002, p. 78-87.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro, interciência, 1995.

PONTE, João Pedro da. et al. *O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade directa pela exploração de regularidades.* Lisboa: Universidade da Beira Interior, 2010.

PONTE, João Pedro da. *Investigations and explorations in the mathematics classroom*. Lisboa: ZDM, 2007.

PONTE, João Pedro da. *Explorar e investigar em Matemática:* uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. In: Revista UNIÓN n. 21, 2010, p.13-30.

PONTE, João Pedro da. *Estudo de caso em educação matemática*. Lisboa: Bolema, 2006, p. 1-23.

SANTOS, Vinício de Macedo. *A relação e as dificuldades dos alunos com a matemática*: um objeto de investigação. Campinas: ZETETIKE – CEMPEM – FE/UNICAMP – v. 17 – Número Temático – 2009, p. 57-94.

SERRAZINA, Lurdes. *Algumas notas sobre o ensino da geometria.* In: Revista Educação e Matemática n. 7. 3° trim. p. 3-6, 1988.

STANIC, G. M. A. & KILPATRICK, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum

ANEXOS

Pré e Pós teste

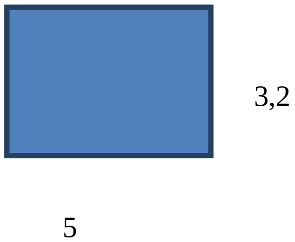
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

Centro de Ciências de Tecnologia - CCT

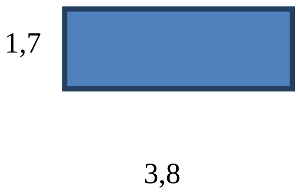
Problemas

1- Calcule a área dos retângulos e quadrados, sabendo que as medidas representadas estão em cm:

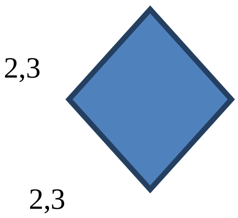
a)



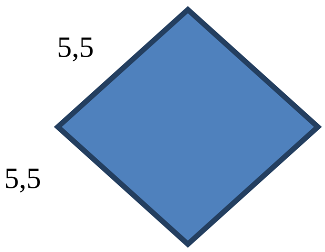
b)



c)

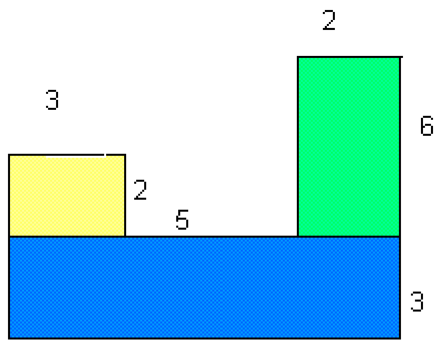


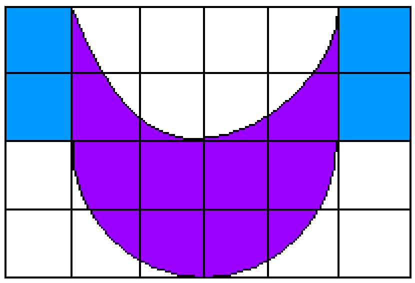
d)



2- Sabendo que a área de um quadrado é $36cm^2$, qual é seu perímetro?

3- Determine a área das seguintes figuras (em cm^2):





4- Qual é a área, em m^2 , de um terreno que tem 8,3 m de comprimento e 6,15 de largura? Caso o dono desse terreno deseje cercar, quantos metros de arame ele irá utilizar?

5- O comprimento de um campo é de 75 metros e sua largura é 15 metros. Sofia deu três voltas correndo em volta deste terreno. Quantos metros ela correu?

6- Uma escola ganhou numa doação, uma tela de 40m de comprimento. A direção da escola resolveu cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Vamos ajudar a direção da escola a descobrir quais devem ser as dimensões do terreno?

7- Um retângulo tem um de seus lados medindo 18 cm. Um quadrado tem lados que medem 15 cm. Ambos têm o mesmo perímetro. Qual a medida do outro lado do retângulo?

8- As figuras abaixo representam o tamanho das traves dos esportes correspondentes:

Trave de futebol

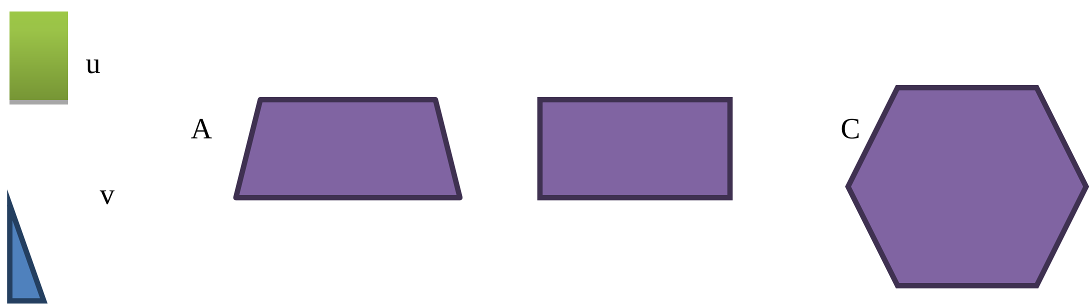
7,32m x 2,44 m

Trave de handebol

3m x 2m

Calcule a área que o goleiro tem que defender em cada um dos esportes. Quantos metros de material é utilizado para fazer o contorno das traves em cada esporte?

9- Calcule a área dos polígonos seguintes, usando **u** e **v** como unidades de área:



10- A praça de uma cidade possui a forma de um quadrado. Calcule quantos metros de corda deverá ser gasto para cercar a praça para uma festa sabendo que possui 45m de lado, deseja-se dar 4 voltas com a corda.

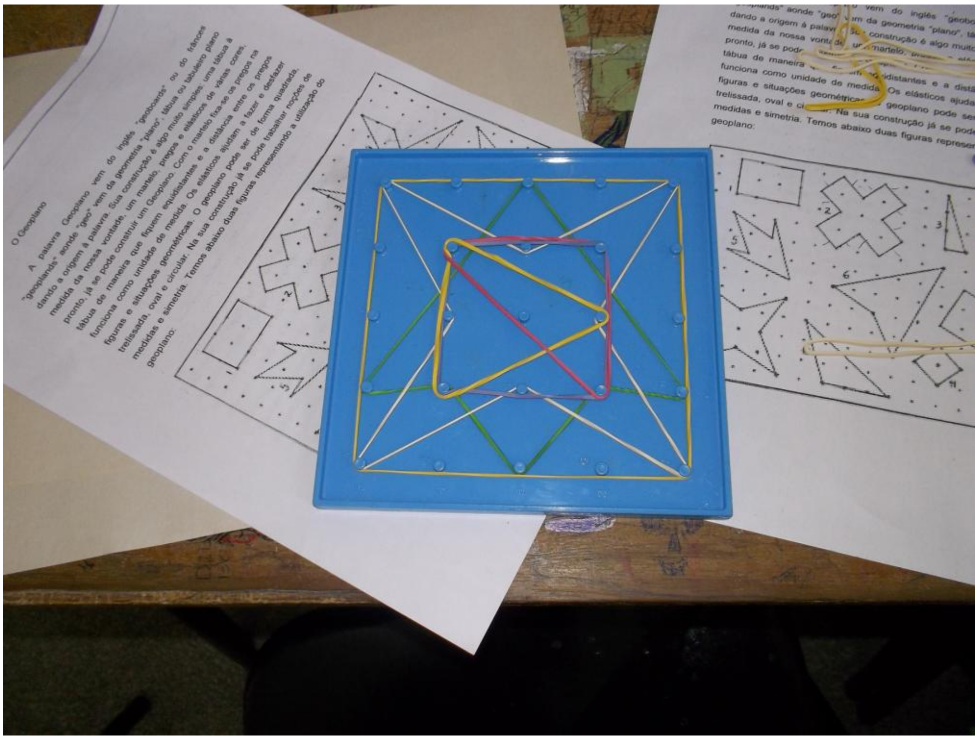


Foto 1 – Foto retirada durante a realização das atividades.

Foto 2 - Foto retirada durante a realização das atividades.

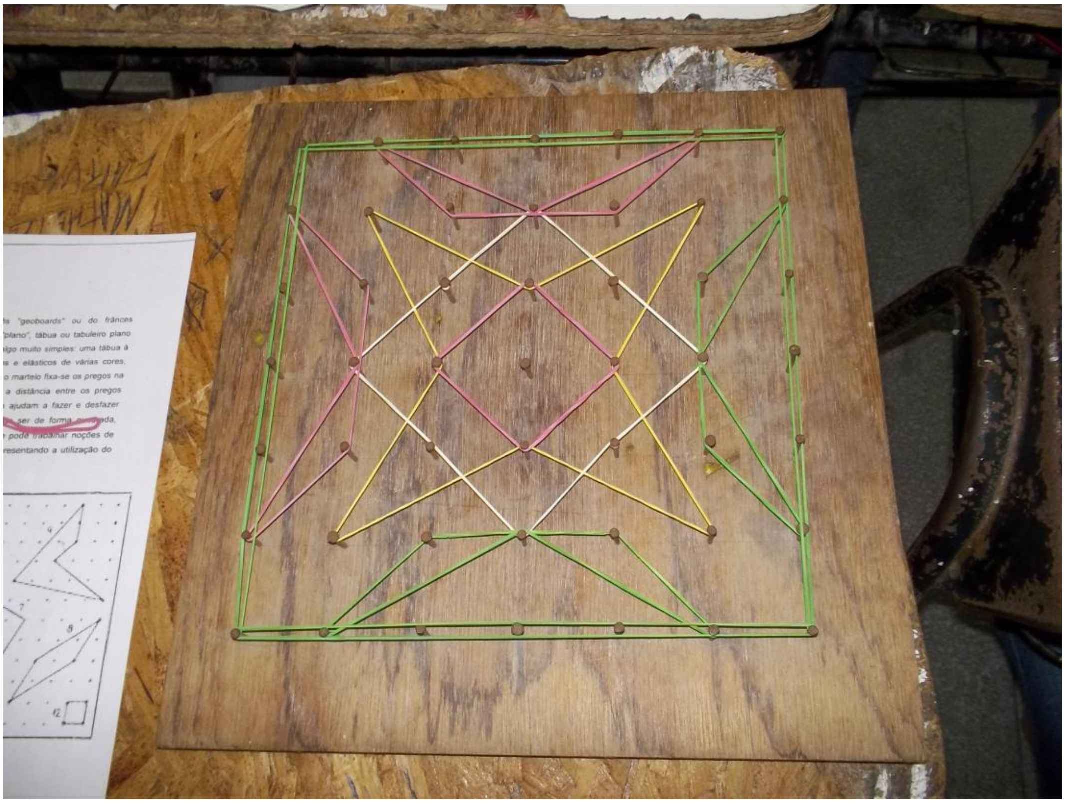


Foto 3 - Foto retirada durante a realização das atividades.

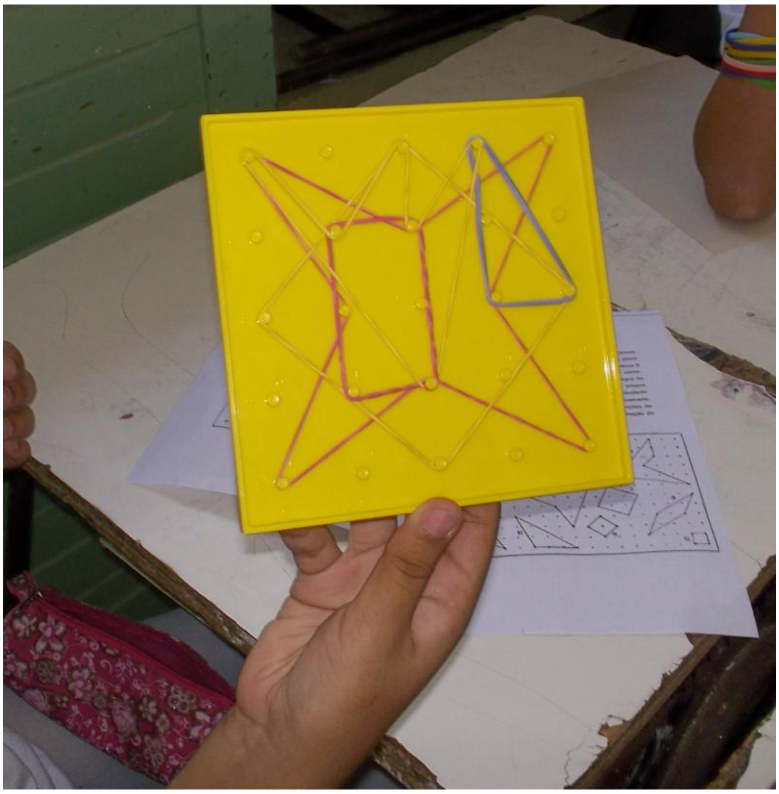


Foto 4 - Foto retirada durante a realização das atividades.