



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E OS NÚMEROS NEGATIVOS**

**PRISCILA FARIAS NILO**

**CAMPINA GRANDE – PB**

**2012.**

**PRISCILA FARIAS NILO**

**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E OS NÚMEROS NEGATIVOS**

Monografia apresentada à Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências para obtenção do título de Licenciatura Plena em Matemática.

**Orientador: Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa**

**CAMPINA GRANDE – PB**

**2012.**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

N695h

Nilo, Priscila Farias.

A História da Matemática e os Números Negativos  
[manuscrito] / Priscila Farias Nilo. – 2012.

57 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em  
Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de  
Ciências e Tecnologia, 2012.

“Orientação: Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa,  
Departamento de Matemática”.

1. Educação matemática. 2. História da matemática.  
3. Números negativos. I. Título.

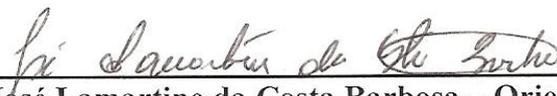
21. ed. CDD 510.1

PRISCILA FARIAS NILO

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E OS NÚMEROS NEGATIVOS

Monografia apresentada em: 20/11/2012

BANCA EXAMINADORA



---

Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa – Orientador

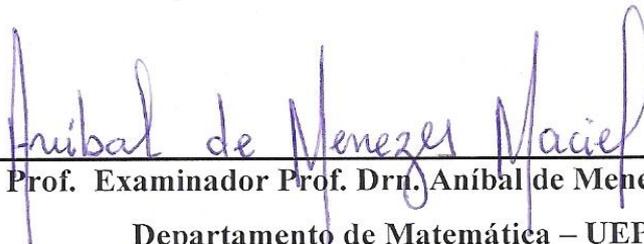
Departamento de Matemática - UEPB



---

Prof. Examinador Dr. Rômulo Marinho do Rêgo

Departamento de Matemática - UEPB



---

Prof. Examinador Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel

Departamento de Matemática – UEPB

*Dedico este trabalho a Deus, por me guiar em mais uma etapa da minha vida. Aos meus pais, meu alicerce, meu tudo. Aos meus irmãos, por estarem sempre presentes em minha vida.*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus por ter me ajudado chegar até aqui, a ele toda honra e glória. Amém!

A meus pais Almir e Marilene, minha razão de vida, pela educação dada e a confiança depositada, me dando mais força para continuar nessa caminhada tão árdua.

Aos meus irmãos Arthur e Regis, meus amores, pela atenção e carinho.

Ao Prof. Dr. Silvanio Andrade, Departamento de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, pelas sugestões e aprendizados adquiridos, para a realização desse trabalho.

Ao Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa pela dedicação, obrigada por ter aceitado ser meu orientador, por acreditar em mim.

*Nada es espontâneo. Nada está dado. Todo es construído.*  
**Bachelard.**

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - A compreensão parcial de matemáticos com relação aos obstáculos citados .....	16
Figura 2 - A não linearidade na superação dos obstáculos .....	17
Figura 3 - Ilustração para a demonstração geométrica .....	19
Figura 4 - Análise da variável sexo (a) Frequência absoluta e (b) Frequência relativa .....	24
Figura 5 - Alunos que tiveram ou não experiência de ensino em Matemática .....	25
Figura 6 - Alunos que tiveram ou não dificuldade com o conjunto dos números racionais .....	26
Figura 7 - Alunos que tiveram ou não dificuldade com o conjunto dos números irracionais .....	27
Figura 8 - Alunos que tiveram ou não dificuldade com o conjunto dos números complexos .....	28

## **LISTA DE SIGLAS**

ANP Agência Nacional do Petróleo.

CNPQ Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

HM História da Matemática.

INEP Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

UFCG Universidade Federal de Campina Grande.

UEPB Universidade Estadual da Paraíba.

USP Universidade de São Paulo.

## RESUMO

Desde o século XVIII a História da Matemática é avaliada como uma fonte metodológica de grande qualidade, no ensino e aprendizagem dos conteúdos na Matemática, contribuindo para a prática pedagógica. Dessa forma, realizamos uma pesquisa em uma turma de uma universidade do estado da Paraíba, com o objetivo de sabermos se os graduandos dessa turma estão preparados para usar essa fonte metodológica em sala de aula. Neste sentido, trabalhamos com os Números Negativos, visto que, o ensino e aprendizagem desse conteúdo é um tanto complexo. Para a realização desta pesquisa, aplicamos um questionário, para sabermos o conhecimento prévio dos alunos sobre a História da Matemática e realizamos uma atividade relacionada aos Números Negativos. Na análise dos dados, verificamos algumas dificuldades dos alunos em trabalhar com os Números Negativos, em interpretar, escrever suas opiniões em relação às questões apresentadas na atividade e conseqüentemente propor questões e relacionar tal conteúdo com a sua aplicabilidade.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. História da Matemática. Números Negativos.

## ABSTRACT

Since the century XVIII the history of mathematics is evaluated as a source methodological of large quality, on teaching and learning of contents in Mathematics, contributing for the pedagogical practice. Thus, we realized a research in a class of a university of state of Paraíba, with the objective we know if the undergraduates this class are prepared to use this research methodological in the classroom. In this sense, we work with the Negative Numbers, since, the teaching and learning this content it is rather complex. For the realization of this, we applied a questionnaire for we know the prior knowledge of students on the History of Mathematics and we realized an activity related to Negative Numbers. In the analysis of the data, we found some students' difficulties in to work with Negative Numbers in to interpret to write their opinions in relation at the questions presented in the activity and consequently to propose questions and to relate such content with its applicability.

**Keywords:** Mathematics Education. History of Mathematics. Negative Numbers.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 Trajetória Acadêmica.....	1
1.2 Revisão de Literatura .....	3
1.3 Aspectos Teóricos e Metodológicos .....	10
1.4 Estrutura do Trabalho .....	11
<b>2. UM POUCO DA HISTÓRIA DOS NÚMEROS NEGATIVOS</b> .....	12
2.1 As antigas civilizações: egípcia, chinesa, hindu, grega e árabe.....	12
2.2 A aceitação dos números negativos.....	14
2.2.1 Inaptidão para manipular quantidades isoladas.....	14
2.2.2 Dificuldade em dar um sentido a quantidades negativas isoladas.....	15
2.2.3 Dificuldade em unificar a reta numérica.....	15
2.2.4 A ambigüidade dos dois zeros.....	15
2.2.5 Estagnação no estágio das operações concretas.....	15
2.2.6 Desejo de um modelo unificador.....	15
2.3 Obstáculos no ensino e aprendizagem dos Números Negativos.....	20
<b>3. UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA: A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA A COMPRESSÃO DO CONCEITO DE NÚMEROS NEGATIVOS</b> .....	23
3.1 Análise do questionário.....	23
3.2 Análise da atividade.....	29
3.3 Questionário <i>versus</i> Atividade.....	32
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	33
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	36
<b>APÊNDICES</b> .....	39
<b>ANEXOS</b> .....	43

# CAPÍTULO I

## Introdução

*Há aqueles que lutam um dia; e por isso são muito bons; Há aqueles que lutam muitos dias; e por isso são muito bons; Há aqueles que lutam anos; e são melhores ainda; Porém há aqueles que lutam toda a vida; esses são os imprescindíveis. Bertold Brecht.*

### 1.1. Trajetória Acadêmica.

Minha trajetória acadêmica inicia-se quando eu escuto meu nome pelo rádio, o locutor lendo a lista de aprovados no vestibular da **Universidade Estadual da Paraíba – UEPB**. O leitor deve estar pensando, por que pelo rádio? Na época eu morava na zona rural de uma cidade do cariri paraibano, chamada Cabaceiras, conhecida como Roliúde Nordestina, onde jornais e internet eram para poucos.

Sempre gostei de ler, principalmente Machado de Assis e Augusto dos Anjos. Mas a matemática era meu encanto, quando entrei na universidade no período 2007.1 tinha certeza do que eu queria, ser professora de matemática. Nas primeiras disciplinas, a que mais me encantou foi a Prática I, sempre apaixonada por História da Matemática (HM), lembro que minha primeira aula em um seminário para meus colegas, tive a oportunidade de usar a história e saber a opinião dos colegas, eles gostaram.

Assim, ao longo de tantas disciplinas, me apaixonei pelo cálculo, resultando em um convite para uma pesquisa intitulada “Modelagem Matemática para Problemas de Geometria e Engenharia: Uma Estratégia de Aprendizagem em Equações Diferenciais Ordinárias”, no período 2008.1, sob orientação do Professor Doutor Aldo Bezerra Maciel e Co-orientação do Professor Doutor Aldo Trajano Lourêdo, com apoio do CNPQ, onde ganhei experiência na pesquisa e passei a gostar do que estava estudando. Nesse percurso, decido fazer bacharelado em Matemática, na UFCG, no período 2009.1.

Ingressando na UFCG, passei períodos estudando a “matemática pura”, mas meu interesse era ver a matemática sendo aplicada, daí em 2010.1 inicio uma pesquisa intitulada:

“Modelagem matemática e numérica de escoamentos bifásicos na recuperação de reservatórios petrolíferos”, sob orientação do Professor Doutor Aparecido Jesuíno de Souza, com o apoio da ANP foi gratificante, pois meu conhecimento ampliou em relação à Matemática.

Nas disciplinas iniciais tive colegas de Engenharia, que sempre reclamavam do por que estudar tudo aquilo? De onde vinham tantas fórmulas? Lembro que, tínhamos um professor no Departamento de Matemática e Estatística, que sempre recebia elogios e os alunos adoravam suas aulas, pois ele explorava a História da Matemática. Todos os dias eu tinha muitas coisas para estudar, e passei um tempo sem ler qualquer texto em relação ao ensino e aprendizagem em matemática, mas sentia muita falta.

Minha convivência com alunos de outros cursos da área de tecnologia me fazia observar como a aprendizagem na matemática tinha tantas dificuldades, quando estávamos na disciplina de Equações Diferenciais Lineares, cheguei a explicar como resolver equações do 2º grau. Assim, estudava e pesquisava a Matemática pura e aplicada, mas sempre preocupada com o ensino, de como a matemática está sendo explorada na sala de aula. De tantas experiências, até mesmo na graduação, assistia aulas em que também pensava até que ponto se poderia explorar o conhecimento dos alunos naquelas disciplinas.

Cheguei a escutar de professores, que a matemática era apenas para as “mentes brilhantes”, é uma ciência que poucos conseguem assimilar, entretanto não se preocupava com sua forma de ensinar matemática. O professor precisa se preocupar com a qualidade da divulgação/socialização das idéias matemáticas às novas gerações (FIORENTINI, 2006, p. 6). São vários fatores que desencadeiam para uma má formação, e o profissional que realmente se preocupa com a sala de aula, se envolve com os problemas sociais, ele não é um mero professor, e sim “**o professor**”.

Assim, na curiosidade de sempre entender o porquê de tantas fórmulas, que surgiu o interesse pela HM. Na graduação tive um componente curricular que estudávamos a história da matemática, porém tínhamos um tempo curto e poucos assuntos abordados. Dessa forma, quero que o leitor pense comigo: será que os docentes estão preparados para utilizar a HM em sala de aula? Será que nos livros didáticos está presente a HM? São perguntas que me incentivaram a estudar e conseqüentemente escrever esse trabalho.

Minha primeira leitura com relação à HM foi o livro: **O Fracasso da Matemática Moderna**, do Prof. Morris Kline, onde o autor mostra os exageros em nome da matemática moderna, as críticas ao currículo tradicional, dentre outras abordagens.

## 1.2. Revisão de Literatura.

Estudar Matemática requer paciência, disciplina e, sobretudo curiosidade, a partir do momento que colocamos em prática tais características conseguimos alcançar nosso objetivo, aprender. Passamos por conteúdos que muitas vezes desencadeiam várias perguntas, das quais só a própria HM pode responder.

Segundo (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 28), as primeiras manifestações da HM no Brasil são expostas na década de 1930, contudo, indícios mostram seu uso em livros didáticos do século XIX e início do século XX, tais livros apresentaram informações sobre assuntos e seres da matemática.

A HM é uma grande fonte metodológica, para o ensino e aprendizagem de certos conteúdos na Matemática, desde o século XVIII tem-se tal avaliação. Entretanto, no Movimento da Matemática Moderna, A HM não era vista como um método eficiente, pois segundo (MIGUEL; BRITO, 1996), entre outros fatores, os grupos formados tinham uma concepção estruturalista da matemática e quase sempre tecnicista, a primeira crítica ainda da década de 70, foi feita pelo ilustre professor Morris Kline, do Instituto Courant de Ciências Matemáticas da Universidade de Nova York. Dessa forma, no final da década de 1980 houve uma grande participação da HM em textos relacionados à prática pedagógica de ensino da Matemática.

Em diversos congressos internacionais de educação matemática, a partir da década de 80, foram discutidas as potencialidades pedagógicas da HM, em um desses congressos formou-se o HPM- International Study Group on the Relations Between History and Pedagogy of Mathematics.

Para Roque (2012, p. 18),

(...) o tema História na Educação Matemática tem estado presente em congressos de Educação Matemática, tanto nacionais como internacionais, e é o foco das investigações de grupos de pesquisa que estudam relações entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Como exemplos, podemos citar dois eventos: o X Encontro Nacional de Educação Matemática, que aconteceu em 2010 (X ENEM - 2010), no qual foram apresentados 80 trabalhos relacionados ao tema “História da Matemática e da Educação Matemática”, que teve a participação dos professores Iran

Abreu Mendes, Maria Ângela Miorim e Maria Laura Magalhães Gomes, e o XVIII Congresso Interamericano de Educação Matemática (XVIII CIAEM), que ocorreu em 2011, no qual o tema “História e Epistemologia” contou com 54 trabalhos inscritos.

A pesquisa em HM está em constante evolução, o que é muito importante, pois existe uma ausência desse componente curricular em universidades no Brasil, contudo a integração dessa fonte na formação continuada de professores é favorável, visto que, estudar HM em uma disciplina não garante condições de usá-la em sala de aula, sabemos que as discussões com relação ao uso da HM na formação do professor não são recentes. Mendes, Fossa e Valdés (2006, p. 88), afirmam

Nesse caso defendem (Maanen e Fauvel) a existência de uma disciplina obrigatória no curso de formação de matemática, apontando em três direções: a história dos tópicos matemáticos, a história da matemática a ser usada em sala de aula e a história da educação matemática. Para uma efetivação dessa proposta é necessário, entretanto, que se reformule a maioria das grades curriculares dos cursos de licenciatura em matemática existentes no Brasil, visto que poucos adotam a disciplina história da matemática, quer seja de forma opcional ou obrigatória.

Miguel e Brito (1996), refletem

Ainda que tenhamos consciência de que o fato de se tentar imprimir historicidade às disciplinas de conteúdo matemático que fazem parte da formação do professor de matemática não possa, por si só, e a curto prazo, alterar significativamente o estado em que se encontra a educação matemática escolarizada, acreditamos que essa decisão é fundamental e necessária. Por meio dela, o licenciado seria beneficiado, uma vez que lhe seria dada a oportunidade de construir os seus conhecimentos de matemática dentro de uma perspectiva histórica e sociocultural. Todos nós sabemos que, durante a sua formação, os futuros professores de matemática recebem quantidades substanciais de informações relativas às matemáticas chamadas *superiores*. Por outro lado, recebem pouca ou nenhuma informação histórica sobre as origens e o desenvolvimento das teorias que estudam ou sobre as motivações externas e internas que guiaram a criação e o desenvolvimento dessas teorias.

A oportunidade do graduando em cada componente conhecer um pouco da história é muito importante, entretanto cabe ao aluno também, ter “fome” e “cede” de conhecimento, ou seja, procurar ler biografias que talvez sem a sua curiosidade, não tivesse acesso a certas informações sobre a ciência que escolheu estudar. De acordo com Mendes, Fossa e Valdés (2006, p. 18), recomendam

- A leitura atenta de alguns dos numerosos e excelentes tratados da história que vão surgindo, como Boyer, Kline, Colette, Grattan-Guinness...;
- Atentar para os temas de interesse particular de cada um, às fontes originais, especialmente dos clássicos;
- Ler as biografias dos grandes matemáticos, ao menos na forma sucinta em que aparecem no *Dictionary of Scientific Biography*.

Segundo (MIGUEL; BRITO, 1996), a utilização da HM viria contribuir para uma compreensão de tópicos importantes para prática pedagógica, tais como: 1. concepção da natureza dos objetos da matemática; 2. a função da abstração e da generalização; 3. noção de rigor e o papel da axiomatização; 4. maneira de entender a organização do saber; 5. modos de compreender a dimensão estética da matemática e 6. valorização da dimensão ético-política da atividade matemática.

Vejamos a seguir a explicação de cada um destes tópicos:

### **1. concepção da natureza dos objetos da matemática.**

A utilização da HM mudaria a consciência de alunos e professores sobre a matemática, modificando visões, lembrando que a matemática não é algo “parado”, mas que ocorrem mudanças e desenvolvimento.

### **2. a função da abstração e da generalização.**

A HM explica aos futuros professores o porquê de uma abstração na matemática e mais além, faz com que a generalização dos conceitos seja necessária, pois ao longo da formação de um conteúdo existem interferências de outros discursos.

### **3. noção de rigor e o papel da axiomatização.**

A construção de um conteúdo na matemática passa por muitas opiniões, contradições e sucessivamente torna-os um tanto cheio de rigor na linguagem e muitas vezes existem as necessidades de axiomas, para que através deles possam ser construídas outras definições, propriedades dentre outros.

### **4. maneira de entender a organização do saber.**

Quando conhecemos a HM, entendemos que existe uma grande construção para que tenhamos os conteúdos existentes atualmente na Matemática, dessa forma passamos a ter um olhar diferenciado em relação ao aprendizado.

### **5. modos de compreender a dimensão estética da matemática.**

O que os matemáticos chamam de “belo”, os alunos do ensino fundamental e médio não enxergam da mesma forma. A história nas disciplinas específicas do curso de licenciatura garante ao futuro professor refletir sobre a beleza matemática estar ligada ou não em outras áreas.

### **6. valorização da dimensão ético-política da atividade matemática.**

Podemos pensar na valorização da matemática no que se refere a sua aplicabilidade, entretanto, como instrumento de exclusão de alunos no processo de aprendizagem. Assim, o professor com a HM reflete em qual sentido o discurso da matemática é imposto como poder.

Conhecer a HM não consiste apenas ter em mente “anedotas” para iniciar um conteúdo ou até mesmo chamar atenção do aluno, mas compreender uma idéia de uma forma acessível, mostrando que a matemática está em constante evolução, garantindo a associação da matemática com outras áreas e suprimindo necessidade na sociedade atual.

A História é escrita a partir dos acontecimentos ocorridos no passado, dos quais se refletem para a sociedade atual, vale salientar que somos eternos historiadores, cada um de nós tem uma história de vida, uma memória. Assim para vivermos no presente, associamos

essa memória às nossas necessidades e as perguntas surgidas na estrutura das informações. (MENDES; FOSSA; VALDÉS, 2006, p. 81), atentam o quanto é favorável conhecer e compreender o desenvolvimento da sociedade, para aprendermos modos de explicar um mesmo fenômeno, o que podemos chamar de desenvolvimento epistemológico da Matemática.

(MENDES; FOSSA; VALDÉS, 2006, p.85), enfatizam que é preciso buscar alternativas de resposta para certas perguntas, tais como:

- a) como buscarmos as possíveis relações entre história da matemática e o ensino da matemática?
- b) que implicações pedagógicas podem surgir dessas relações?
- c) como ligar o desenvolvimento histórico-epistemológico da matemática ao seu ensino?
- d) quais as possibilidades de estabelecer uma proposta de ensino que relacione a matemática ao seu desenvolvimento histórico?

Quando falamos do uso da HM no ensino da matemática podemos afirmar a interconectividade de ambas, pois a HM aumenta a motivação na aprendizagem, humaniza a matemática, explica o papel da matemática dentre outros. Lembrando que o professor deve estar preparado para usar HM no ensino fundamental e médio, contudo é preciso que os professores universitários tenham consciência do uso dessa fonte em sala de aula, salientando ainda a preocupação que o professor deve ter em relação a qual conteúdo, tal fonte deve ser utilizada.

É conveniente que os professores e alunos entendam e vençam os obstáculos epistemológicos que nascem no desenvolvimento da matemática, buscando respostas para os porquês, utilizando-as na superação dos obstáculos de aprendizagem.

Pais (2001, 107), aborda a questão indagando:

Quando e em quais idéias matemáticas é provável existir um obstáculo epistemológico?

- Quase certamente existe um obstáculo epistemológico naquelas idéias para as quais na análise histórica reconhece-se uma ruptura, uma passagem brusca, uma não continuidade na evolução histórico-crítica da própria idéia;
- tem-se um obstáculo epistemológico em relação a uma idéia quando um determinado erro aparece como recorrente, mais ou menos nos mesmos termos, ao redor daquela idéia.

Um exemplo de obstáculo epistemológico na HM é a construção dos Números Negativos. Caminhos de grandes obstáculos, polêmicas e contradições entre grandes matemáticos, entretanto este assunto será abordado com mais clareza no próximo capítulo.

Nesta perspectiva, (MIGUEL, 1997) a partir do estudo em diversas obras, afirma que podemos citar as potencialidades mais frequentes da HM, dos quais enfatizaremos: 1. Fonte de motivação; 2. Objetivos para o ensino da matemática; 3. Métodos adequados de ensino da matemática; 4. Fonte de recreação; 5. Desmistificação da Matemática; 6. Formalização de conceitos matemáticos; 7. Unificação da matemática; 8. Instrumento de conscientização epistemológica.

### **1. Fonte de motivação.**

Conhecer a história do conteúdo em questão, desperta o interesse de aprendizagem no aluno, a partir do momento que usamos problemas da HM na sala de aula estamos utilizando um mecanismo de motivação. Entretanto, é preciso que esses problemas traduzam certos caracteres, tais como, esclarecimento e reforço do conteúdo estudado; comparação entre os conceitos do passado com os do presente, dentre outros.

### **2. Objetivos para o ensino da matemática.**

O professor se aprofundando na história do conteúdo em questão, ele apresentará objetivos no seu planejamento de ensino, relacionando-os sempre com a história.

### **3. Métodos adequados de ensino da matemática.**

A partir da HM, podemos propor uma forma adequada para enfatizar os conteúdos na matemática.

### **4. Fonte de recreação.**

Outra forma de tornar a aula mais motivadora, contemplando a sala com dinâmica, tomando cuidado para que os alunos não entendam como uma diversão e sim uma forma de investigar e edificar o conhecimento.

### **5. Desmistificação da Matemática.**

Tem o papel de mostrar que todos são capazes de aprender matemática, uma matemática acessível, garantindo o crescimento da sociedade.

### **6. Formalização de conceitos matemáticos.**

A HM nos ajuda a apresentar diversas formalizações (caminhos traçados para chegar a um objetivo) de um mesmo conceito na matemática, das quais servem como objeto de ensino e aprendizagem.

### **7. Unificação da matemática.**

Fusão entre Aritmética, Álgebra e Geometria.

### **8. Instrumento de conscientização epistemológica.**

A HM atua como um guia, sendo ideal que o professor faça com que o aluno passe pelas dificuldades que os matemáticos passaram, despertando o interesse pela matemática e a necessidade do rigor matemático.

Segundo Chassot<sup>1</sup> (2006 apud NUNES; SILVA, 2006, p. 2):

Há necessidade de uma busca de um ensino cada vez mais marcado pela historicidade. Ao invés de apresentarmos o conhecimento pronto, é preciso resgatar os rascunhos. Também é preciso envolver alunos e alunas em atividades que busquem ligações com seu passado próximo e remoto.

Nesta perspectiva, pretendemos estudar a história da matemática no ensino e aprendizagem dos números inteiros, especificamente os números negativos, uma vez que, entendemos que o aluno possui dificuldades no domínio deste conteúdo. Kline (1976, p. 60), considera que:

Se os matemáticos levaram um milênio desde o tempo em que a matemática de primeira classe pareceu chegar ao conceito de números negativos – e levaram – e se levaram outro milênio para aceitarem os números negativos – como realmente levaram – podemos ter certeza que os estudantes terão dificuldades com os números negativos.

---

<sup>1</sup> CHASSOT, Á. *Alfabetização científica: questões e desafios para a educação*. Ijuí: Ed. Ijuí, 2001. (Coleção Educação em Química).

Diante de algumas abordagens teóricas podemos concluir que, a HM não é tão utilizada pelos docentes, seja por falta de tempo no planejamento de aula, seja por não ter muito conhecimento na área ou até mesmo a falta de interesse em dominar tal fonte metodológica.

Dessa forma, nossa preocupação foi investigar se os alunos de uma turma de graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, do 3º período, turno manhã de uma universidade do estado da Paraíba estão preparados para utilizar a HM em sala de aula, relacionando seus planos de aula ao conteúdo dos Números Negativos. Tomando como objetivos específicos:

1. Investigar a experiência dos graduandos da turma com a HM seja no ensino fundamental, médio e superior.
2. Identificar como esses alunos introduziriam o conteúdo sobre os Números Negativos, visto que a assimilação de tal conteúdo é sinônima de dificuldade para os alunos do 7º ano (6ª série do Fundamental II).
3. Identificar se os alunos conseguem interpretar textos matemáticos e sucessivamente escrever suas opiniões e indagações.

### **1.3. Aspectos Teóricos e Metodológicos.**

A pesquisa que desenvolvemos, de cunho qualitativo, foi realizada em uma Universidade do Estado da Paraíba, classificada como exploratória, com levantamento bibliográfico, pois oferece dados para estudos mais aprofundados sobre HM.

Realizamos uma pesquisa de campo e um estudo de caso, reunindo informações envolvendo o conhecimento de graduandos sobre HM e Números Negativos. Assim, utilizamos de um questionário e uma atividade relacionada aos Números Negativos. Fizemos a coleta de dados e sucessivamente aplicamos a atividade em sala de aula, em uma turma do 3º período, turno manhã.

Para análise do questionário utilizamos o software estatístico R (um pacote de domínio público disponível no site <http://cran.r-project.org>). Seguimos as Diretrizes para a apresentação de dissertações e teses da USP: documento eletrônico e impresso PARTE I (ABNT). Asseguramos a revisão literária em relação aos Números Negativos, aos autores Glaeser e Schubring.

#### 1.4. Estrutura do Trabalho.

Estruturamos nosso trabalho em três capítulos:

O primeiro capítulo intitulado, *Introdução*, é apresentado com a seguinte estrutura: Trajetória Acadêmica, Revisão de Literatura que faz referência a HM como um método importante para os planos de aulas, destaca ainda, a escassez do conhecimento em relação à HM de professores do ensino básico, médio e superior, uma vez que, é necessário conhecer a história da ciência da qual o profissional escolheu estudar, pesquisar, etc. E ainda, a ausência do componente curricular em universidades brasileiras, dentre outras abordagens. O capítulo enfatiza ainda, os Aspectos Metodológicos e a Estrutura do Trabalho.

O segundo capítulo intitulado, *Um pouco da História dos Números Negativos*, aborda o surgimento dos números negativos nas civilizações antigas, enfatiza uma história de 1500 anos com desafios e contradições, para grandes matemáticos da história. Sucessivamente, trata de alguns obstáculos existentes no ensino e aprendizagem dos números negativos.

No terceiro e último capítulo intitulado, **Uma Experiência Didática: a utilização da História da Matemática para a compreensão do conceito de Números Negativos**, apresentamos os resultados da pesquisa de campo, a partir do questionário e atividade já mencionados anteriormente.

Nesta perspectiva realizamos uma pesquisa qualitativa. Esperamos que os resultados alcancem o público alvo: os professores e alunos, despertando o interesse pela HM, aprendendo os conceitos e aplicando-os, em relação aos Números Negativos.

## CAPÍTULO II

### Um pouco da História dos Números Negativos.

*À medida que se mergulha no passado, a história se reveste de interesses, de imaginação e de fantasia. Ubiratan D'Ambrósio.*

Estudaremos neste capítulo, a história dos Números Negativos nas antigas civilizações, uma história de difícil aceitação que para muitos matemáticos, existiram grandes obstáculos para o uso das quantidades negativas. Apresentaremos também, alguns obstáculos sobre o ensino e aprendizagem dos Números Negativos.

#### 2.1 As antigas civilizações: egípcia, chinesa, hindu, grega e árabe.

Os egípcios utilizavam uma malha quadriculada para elaborar artes gráficas, garantindo o que podemos chamar de proporcionalidade nas imagens. Mostraram o uso de linhas de níveis, indicando a posição do número, ou seja, a idéia de número negativo. Porém, não houve o surgimento dos números negativos na matemática egípcia.

Foi na China que surgiram os primeiros indícios, envolvendo os números negativos. Segundo Beery *et al.*<sup>2</sup> (2004 apud ROQUE, A.C, 2012, p.27), no ano de 263 o matemático chinês Liu Hui produziu sua edição dos *Nove Capítulos da Arte Matemática*, texto datado de 200 a.c. e que continha todo o conhecimento matemático do povo chinês daquele tempo.

Os números negativos apareceram em quadros de contagem, onde os chineses usavam varas vermelhas para números positivos e pretas para negativos. Os chineses refletiam sobre os números negativos com interpretações de situações no cotidiano, como uma quantidade a ser paga, por exemplo, os impostos. Entretanto, não consideravam a idéia de um número

---

<sup>2</sup> BEERY, J. *et al.* *The Story of Negative Numbers*. Mathematical Association of America, 2004. CD-ROM. (Historical Modules Project)

negativo ser solução de uma equação. Para (ANJOS, 2008, p. 16) na matemática chinesa, os números negativos eram entidades independentes, existindo na execução de algoritmos, ou no auxílio de situações problemas, no caso da idéia de perda e ganho.

Os chineses tinham a idéia de número negativo como citado anteriormente, entretanto, a primeira vez que os números negativos aparecem explicitamente com as regras dos negativos é através de um matemático hindu chamado Brahmagupta, que não apenas utilizou os números negativos nos cálculos, mas considerou-os como entidades isoladas, Boyer (1996, p. 150) afirma que

As contribuições de Brahmagupta à álgebra são de ordem mais alta que suas regras de mensuração, pois aqui achamos soluções gerais de equações quadráticas, inclusive duas raízes mesmo quando uma delas é negativa. A aritmética sistematizada dos números negativos e do zero, na verdade encontra-se pela primeira vez em sua obra. Equivalentes das regras sobre grandezas eram já conhecidas através dos teoremas geométricos dos gregos sobre subtração, como por exemplo  $(a - b)(c - d) = ac + bd - bc$ , mas os hindus as converteram em regras numéricas sobre números negativos e positivos.

Os hindus possuíam um sistema de numeração de base dez, o qual era responsável pela aceitação universal hoje, era uma civilização habilidosa no cálculo algébrico e aritmético. O sistema numérico dos hindus permitiu um novo tipo de símbolos, representando a ausência, que no Ocidente foram chamados de negativos. Para Gonzalez et al. (1990, p. 24 ),

Todos estos logros fueron posibles gracias a su despreocupación por el rigor y la fundamentación lógica; su orientación hacia problemas de orden práctico; su gusto por conjugar lo abstracto con lo poético, lo formal con lo lúdico – como quedo em el ajedrez – y lo práctico con lo formal .

Na civilização grega existia a escola pitagórica, com uma filosofia baseada na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros. Os gregos fizeram uma matemática orientada para resolver problemas práticos, abordando temas de óptica, geografia, hidrodinâmica e astronomia. (EVES, 2004, p. 97; GONZALEZ et. al, 1990, p. 23).

Os números negativos eram ausentes na matemática grega, uma civilização que trabalhava bastante a geometria. As regras de sinais surgem em uma obra do grande matemático

Diofanto de Alexandria, buscando resumir os cálculos, contudo não reconhecia os números negativos. Kasner & Newman<sup>3</sup> (1968 apud MEDEIROS & MEDEIROS, 1992), concluem que

Apesar dos trabalhos de **Diofanto** serem um dos marcos iniciais da Álgebra, os gregos, no entanto, “**para quem a geometria era um prazer e a álgebra um demônio necessário, rejeitaram os números negativos. Incapazes de ajustá-los em sua geometria, incapazes de representá-los por figuras, os gregos consideraram os negativos não exatamente como números**”.

Já os conhecimentos árabes na matemática tiveram várias influências, os árabes traduziam as obras gregas e hindus. Como vimos anteriormente, existia a ausência dos números negativos na matemática grega, dessa forma, os árabes mantiveram essa ausência mesmo tendo influências na matemática hindu. Gonzalez *et al.* (1990, p. 25) afirma que

En oposición a Brahmagupta, Al-Kwarizmi y los algebristas árabes sólo consideran las raíces positivas y no utilizan ningún tipo de abreviatura o símbolos de notación. Su álgebra era totalmente retórica, es decir, que solo utilizaban el lenguaje natural y carecían de un simbolismo específico.

## 2.2. A aceitação dos números negativos.

Foram mais de 1500 anos, Diofanto – 300 d.c a Hankel 1867 d.c, para a aceitação dos números negativos, um período cheio de controversas e polêmicas envolvendo diversas opiniões de vários matemáticos.

Diversos obstáculos foram encontrados pelos matemáticos, para o entendimento dos números negativos, (GLAESER, 2010, p. 69) cita seis obstáculos epistemológicos associados à construção dos números negativos, tais como:

### 2.2.1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas.

---

<sup>3</sup> KASNER, E. e NEWMAN, J. *Mathematics and the Imagination*. Middlesex:, Pelican Books, 1968.

Um obstáculo que mostra a rejeição dos números negativos. Por exemplo, Diofantes de Alexandria não faz nenhuma referência aos números negativos, contudo no Livro I da sua “Aritmética”, escreve: “*O que está em falta multiplicado pelo que está em falta dá o que é positivo: enquanto que o que está em falta multiplicado pelo que é positivo, dá o que está em falta*”.

### **2.2.2. Dificuldade em dar um sentido a quantidades negativas isoladas.**

Vários matemáticos utilizaram os números negativos em seus cálculos, entretanto não o reconheciam como números. Simon Stevin (1540 - 1620) em sua obra trata dos números negativos, utilizando artifícios de cálculo, e escreve: “*Em vez de dizer diminua 3, diga acrescente -3*”.

### **2.2.3. Dificuldade em unificar a reta numérica.**

Quando se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivos.

### **2.2.4. A ambiguidade dos dois zeros.**

Existia a dificuldade na associação do zero absoluto com o zero origem de um eixo orientado.

### **2.2.5. Estagnação no estágio das operações concretas.**

O autor define tal obstáculo, como uma dificuldade de afastar-se de um sentido “concreto”, atribuído aos seres numéricos.

### **2.2.6. Desejo de um modelo unificador.**

Com intuito de fazer funcionar um “bom” modelo aditivo, de mesma validade para ilustrar o campo multiplicativo, em que esse modelo é inoperante.

Os obstáculos mencionados são apresentados no quadro a seguir, citado por (GLAESER, 2010, p. 70), destacando a compreensão parcial sobre os números negativos.

<b>Obstáculos</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>Autores</b>						
<b>Diofantes</b>	-					
<b>Simon Stevin</b>	+	-	-	-	-	-
<b>René Descartes</b>	+	?	-	?		
<b>Colin Maclaurin</b>	+	+	-	-	+	+
<b>Leonard Euler</b>	+	+	+	?	-	-
<b>Jean D'Alembert</b>	+	-	-	-	-	-
<b>Lazare Carnot</b>	+	-	-	-	-	-
<b>Pierre de Laplace</b>	+	+	+	?	-	?
<b>Augustin Cauchy</b>	+	+	-	-	+	?
<b>Herman Hankel</b>	+	+	+	+	+	+

Figura 1: Compreensão parcial de matemáticos com relação aos obstáculos citados.

( ) : O autor não tentou ultrapassar esse obstáculo;

( ? ) : Inexistência de informações nos textos pesquisados, para informar se o autor conseguiu ultrapassar o obstáculo;

( + ) : Obstáculo ultrapassado;

( - ) : Obstáculo não ultrapassado, mesmo pesquisado.

Na Figura 1 o leitor percebeu que a superação dos obstáculos não ocorreu de uma forma linear. Dessa forma, na figura abaixo, podemos observar tal comportamento de uma forma mais clara, o eixo – x corresponde ao Matemático (Tempo) e o eixo – y corresponde ao número de obstáculos superados.

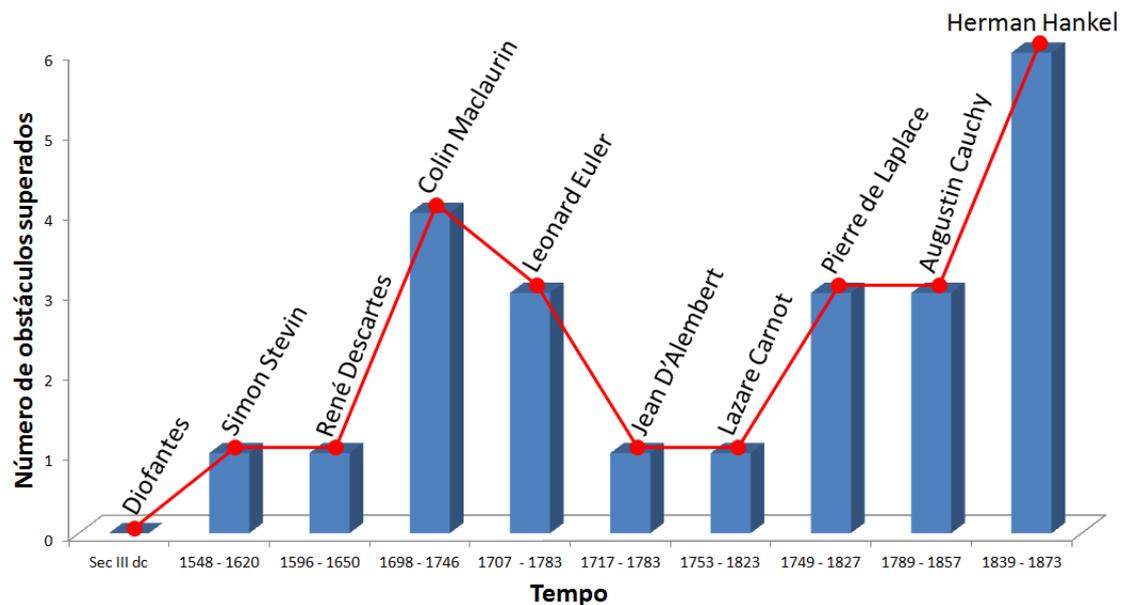


Figura 2: A não linearidade na superação dos obstáculos.

Como citado anteriormente, Diofantos de Alexandria não fez nenhuma referência aos números negativos, entretanto, aparecem na obra “Aritmética”. Daí muitos matemáticos séculos depois passaram a traduzir esta obra, dentre estes, Simon Stevin que em 1634 publica uma obra, da qual expõe duas demonstrações para regra de sinais. Stevin<sup>4</sup> (1634 apud GLAESER, 2010, p. 72) afirmava que

“Mais multiplicado por mais dá produto mais, e menos multiplicado por menos, dá produto mais, e mais multiplicado por menos, ou menos multiplicado por mais, dá produto menos”

Dessa forma, Stevin exemplifica utilizando um caso particular para o uso das regras de sinais, Stevin (1634 apud GLAESER, 2010, p. 72)

Seja  $8 - 5$  multiplicado por  $9 - 7$ , deste modo:  $- 7$  vezes  $-5$  faz  $+35$  ( $+ 35$ , porque, como diz o teorema,  $-$  por  $-$ , faz  $+$ ). Depois  $-7$  vezes  $8$  faz  $- 56$  ( $-$

<sup>4</sup> STEVIN, S. *Les Oeuvres Mathematiques, argumentoz par Albert Girard*. Leyde. Elzevier. 1634.

56, porque, como está dito no teorema, - por +, faz -). E similarmente seja  $8 - 5$  multiplicado pelo 9, e darão produtos  $72 - 45$ ; depois juntem  $+ 72 + 35$ , fazem 107. Depois juntem os  $-56 - 45$ , fazem  $-101$ ; e subtraído o 101 de 107 resta 6, para produto de tal multiplicação. Da qual a disposição dos caracteres da operação é este ao lado:

$$\begin{array}{r}
 8 - 5 \\
 9 - 7 \\
 \hline
 - 56 \quad 35 \\
 72 \quad - 45 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Observe que a citação acima é uma aplicação da regra, não explica como a regra surgiu e nem tão pouco apresenta uma prova, entretanto Stevin tenta provar fazendo a seguinte afirmação:

É preciso demonstrar pelo dito dado, que + multiplicado por +, faz +, e que - por -, faz +, e que + por -, ou - por + faz -. Demonstração: O multiplicador  $9-7$  vale 2; mas multiplicando 2 por 3, o produto é 6, logo, o produto ao lado acima, também 6, é o verdadeiro produto; mas o mesmo é obtido por multiplicação, lá onde dissemos que + multiplicado por +, dá produto +, e - por - dá produto +, e + por -, ou - por +, dá produto -, portanto o teorema é verdadeiro.

Perceba que Stevin não usa as palavras *positivo* e *negativo*, apenas os sinais “+” e “-” considerados “sinais de operação”, para ele número negativo isolado não tinha sentido. Assim, Stevin conclui com uma demonstração geométrica, apresentando base para um desenvolvimento de  $(a-b) \times (c-d) = ac - ad - bc + bd$ .

Seja  $AB \ 8 - 5$  (a saber  $AD \ 8 - DB \ 5$ ). Depois  $AC \ 9 - 7$  (a saber  $AE \ 9 - BC \ 7$ ), seu produto será  $CB$ ; ou ainda de acordo com a multiplicação precedente  $ED \ 72 - EF \ 56 - DG \ 45 + GF \ 35$ , os quais nos mostrarão serem iguais a  $CB$  desse modo. Em suma,  $ED + GF$ , subtraído de  $EF$  e  $DG$ , resta  $CB$ .

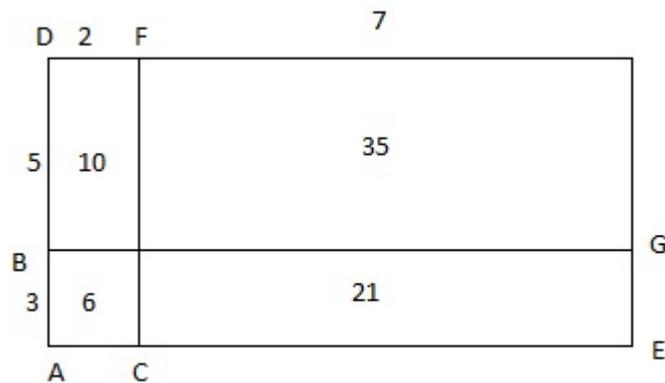


Figura 3: Ilustração para a demonstração geométrica.

Já Descartes em suas obras tentava se livrar das raízes negativas das equações, mesmo definindo um sistema de coordenadas – a + , ele não conseguiu aplicações em relação às raízes negativas de equações.

Somente a partir do século XVII, os números negativos aparecem em trabalhos científicos, entretanto, não havia pesquisador que explicasse didaticamente a validade dos números negativos. Colin Maclaurin, na sua obra “Tratado de Álgebra”, publicada após sua morte, faz referência aos números negativos como quantidades não isoladas, admitindo tais números somente em relação ao zero origem. Euler um matemático cheio de habilidades em se tratando de números e operações, manipulava os números negativos, entretanto tentou demonstrar as regras de sinais, sem usar uma linguagem mais formal. D’Alembert também se mostrou confuso na assimilação dos números negativos, tal matemático acreditava na existência de quantidades isoladas. Carnot, matemático conhecedor da obra e defensor das idéias de D’Alembert, diferenciava os números negativos dos positivos com a idéia de oposição, em relação ao zero origem.

Percebemos que a aceitação dos números negativos foi difícil, até que Cauchy formou uma confusão entre (+ e -) operatórios e predicativos, sendo que o primeiro indica ação (aumentar, diminuir) e o segundo estado (positivo, negativo), entretanto, com tais definições Cauchy entra em contradição e em 1867, Herman Hankel, em sua obra “Teoria dos sistemas dos números complexos”, ultrapassa todos os obstáculos em relação aos números negativos, que até então seria um problema para muitos matemáticos como abordado anteriormente.

### 2.3. Obstáculos no ensino e aprendizagem dos Números Negativos

Os alunos do ensino fundamental II, especificamente 7º ano, enfrentam grandes dificuldades no aprendizado dos Números Negativos, das quais podemos associar as que foram encontradas pelos matemáticos no passado, como estudamos na seção anterior.

Os problemas didáticos encontrados são: introduzir os números negativos e a compreensão das regras de sinais, o que é difícil para o aluno que até o momento apenas conheciam os números positivos e entendiam as quatro operações associadas a esse conjunto. Assim, Teixeira (1993, p. 61) afirma que,

Ser capaz de operar com números naturais supõe ter construído ao longo do tempo, nas trocas com o meio, relações lógico-matemáticas traduzidas em formas de pensar, tais como conceituar, fazer correspondências, classificar, ordenar, compor, reverter, compensar, etc. A construção dos números naturais supõe também dominar em diferentes níveis de compreensão – desde os reconhecimentos parciais até as tematizações – as leis que regem o sistema de numeração do qual o número é um elemento. Em outros termos, significa reconhecer as propriedades subjacentes às operações neste conjunto: fechamento, comutativa, associativa, elemento neutro para as operações da adição e multiplicação, sendo que para esta última se aplica também a distributiva. A construção do conceito de número inteiro, do ponto de vista matemático, é uma ampliação dos naturais, sendo desta perspectiva demonstrar que as leis do sistema de numeração seguem sendo cumpridas. Entretanto, se, do ponto de vista formal e lógico, esse raciocínio nos é apresentado atualmente como coerente e organização, sabemos que na perspectiva histórica ou da evolução do pensamento matemático, tal ampliação encontrou muitas dificuldades e obstáculos.

Existe um avanço para uma criança entender o que é um número negativo, pois no momento de aprendizagem tem um pouco de abstração, momento este que o aluno descobre que existem números menores que os positivos e mais, há um ponto onde números positivos e negativos se originam e nasce algo novo: *a existência do zero não mais como uma ausência*

*de quantidade*. O que leva-nos a diferenciar o entendimento do zero “origem”. Para Skemp<sup>5</sup> (1980 apud TEIXEIRA, 1993, p. 63),

(...) objetos contáveis, mas realidades reversíveis, ou seja, os números positivos e negativos enquanto tais (valor absoluto) são os mesmos, mas o que os caracteriza como inteiros é a posição que ocupam em relação ao ponto de origem, o que os torna relativos.

Cognitivamente a aprendizagem dos números negativos precisa de algumas operações, para que o aluno consiga entender as lacunas que aparecem quando estendemos os conceitos de números naturais para o mundo das quantidades negativas. Sabemos que as complicações aparecem quando questionamos  $(a-b)$ , com  $b>a$ , surgindo novas operações e um novo conteúdo, o que é muito importante, pois partindo disto o aluno reconhece a existência dos números negativos. É preciso que o aluno assimile a idéia de que a existência dos números negativos está totalmente ligada aos números positivos e aprender que as novas propriedades em aprendizado requerem integração entre positivos e negativos.

Segundo Piaget<sup>6</sup> (1975 apud TEXEIRA, 1993, p. 60),

A construção dos conceitos matemáticos se baseia em um movimento permanente de generalização completiva e de abstração reflexiva que garante ao mesmo tempo a continuidade, bem como a novidade responsável pelos progressos a que se chega.

É necessário que o aluno perceba que nos números positivos a adição representa a idéia de acrescentar ou retirar, já trabalhando com os números negativos nos deparamos com casos de acréscimo, decréscimos ou obtendo zero como resultado. Perceba que a idéia de adição de números negativos não se reduz a acrescentar, observa-se também o mesmo processo na subtração, entretanto vale salientar um fator primordial, o aluno perceber a idéia de inverso e isso não é uma tarefa fácil.

Pensaremos agora na multiplicação de números negativos, observe que nos números positivos a multiplicação se refere à quantidade de vezes que um número se repete, uma adição repetitiva, já nos negativos a multiplicação traz essa mesma idéia, contudo aborda um

---

<sup>5</sup> SKEMP, R. *Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid, Ed. Morata, 1980.

<sup>6</sup> PIAGET, J. *Introducción a La Epistemología Genética: 1 – El Pensamiento Matemático*. Buenos Aires, Paidós, 1975.

significado diferente para esta operação: produz aumento ou diminuição no resultado, dependendo dos sinais.

Nesta perspectiva o aluno consegue compreender que o Conjunto dos Números Inteiros é uma extensão do Conjunto dos Números Naturais, portanto possui as seguintes propriedades: distributiva com relação à multiplicação; comutativa, associativa, dentre outras. Assim, é necessária uma aprendizagem em que não exista algo mecânico, contudo, apresente problemas que permitam a generalização do conteúdo. Atividades relacionadas ao dia-a-dia do aluno em se tratando dos Números Negativos é essencial, pois mostra realmente a eficácia e aplicabilidade de tal conteúdo trabalhado.

## CAPÍTULO III

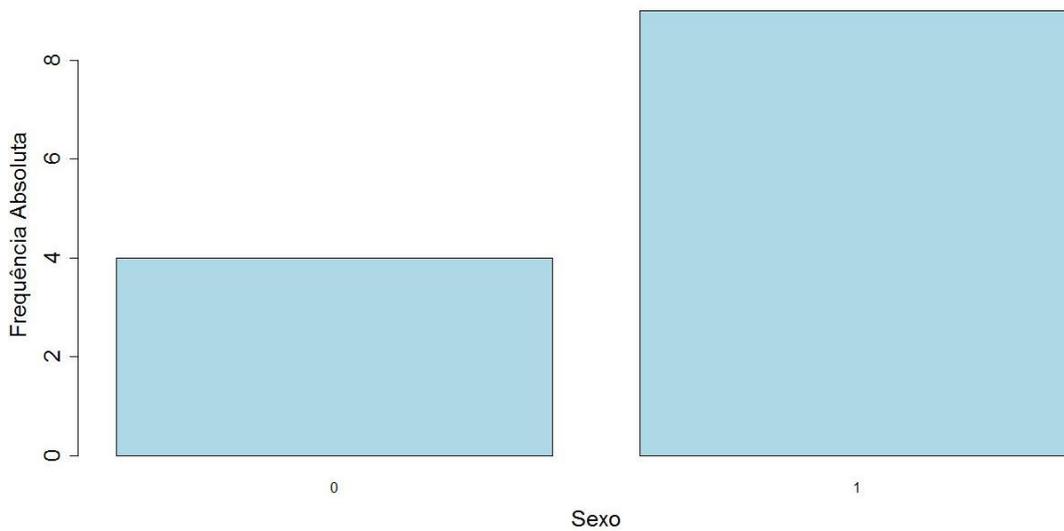
### **Uma Experiência Didática: a utilização da História da Matemática para a compreensão do conceito de Números Negativos.**

*Enquanto eu tiver perguntas e não houver respostas... continuarei a escrever. Clarice Lispector.*

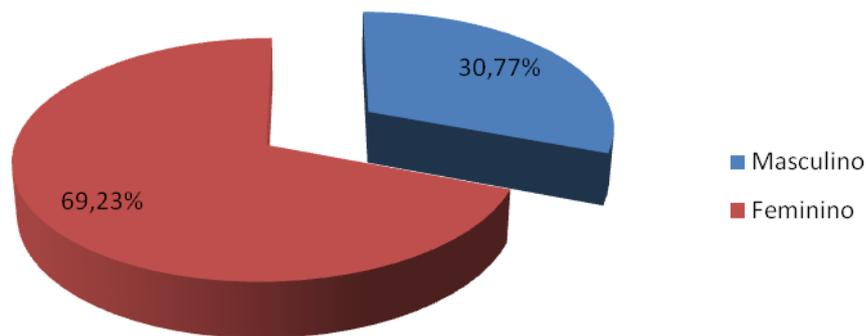
Neste capítulo, apresentaremos os resultados obtidos do material empírico. Na primeira Seção, analisaremos o questionário (Apêndice A) que elaboramos para identificarmos algumas características da turma de graduandos em Licenciatura Plena em Matemática, favoráveis à nossa pesquisa. Na segunda Seção, estudaremos a atividade (Apêndice B) proposta para turma, com a finalidade de sabermos como esses alunos construiriam o conhecimento de números negativos, na sala de aula.

#### **3.1. Análise do questionário.**

A maioria dos alunos estudou em escola pública, 90% da turma. Observamos uma faixa etária de 17 anos a 21 anos, um aluno com 31 anos e outro com 35 anos. Perceba que na turma temos alunos com faixa etária um pouco avançada e destacamos dois pontos que devem ser lembrados tais como, as dificuldades de deslocamento para aqueles que moram em outras cidades, o fato da maioria ter estudado em escola pública. Esses dois fatores acreditamos serem relevantes para os resultados da pesquisa.



(a) Frequência absoluta.



(b) Frequência relativa.

Figura 4: Análise da variável sexo (a) Frequência absoluta e (b) Frequência relativa.

A Figura 4 (a) apresenta o número de alunos pesquisados. Para a descrição do banco de dados, interpretamos “0” como sexo masculino e “1” para sexo feminino. Observe que o número de alunos na turma é pouco, o que não diferencia da realidade dos cursos de graduação em matemática. Segundo Jesus (s.a.t, p.1),

Atualmente, de acordo com os dados do INEP, percebe-se que o ingresso de alunos nas universidades e faculdades para o curso de Licenciatura em Matemática é uma escolha de poucos. Além disso, os poucos que optam por esse curso, logo se vêem desmotivados a continuarem seu curso.

Observamos a predominância do sexo feminino na turma, o que diferencia dos dados do INEP – 2004, que apontam a predominância do sexo masculino no curso de Matemática.

Questionamos se os alunos tiveram alguma experiência de ensino em Matemática e obtemos os resultados que são mostrados na Figura 5.

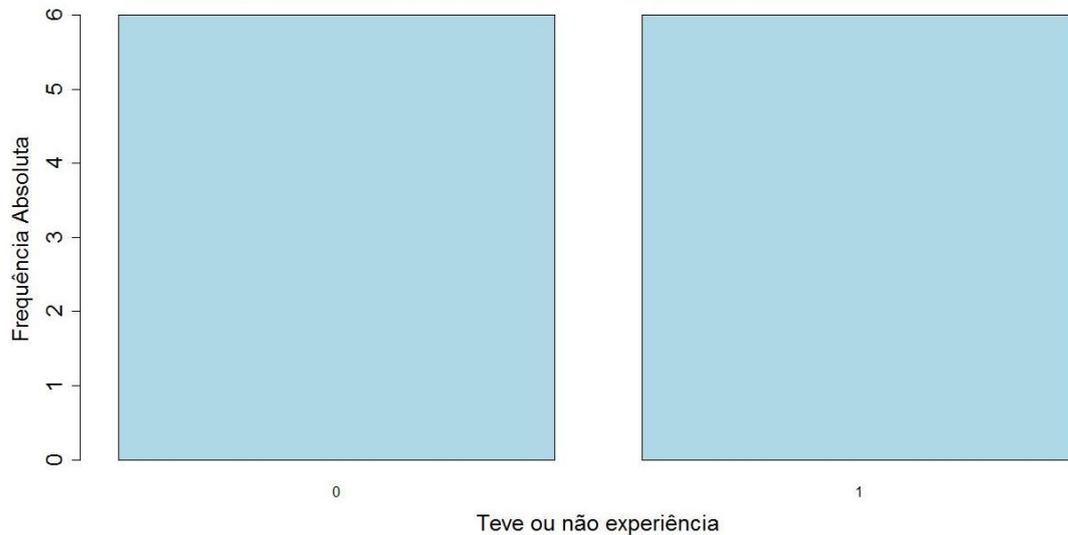


Figura 5: Alunos que tiveram ou não experiência de ensino em Matemática.

Para a Figura 5, “0” significa que o “aluno não teve experiência” e “1” o contrário. Dessa forma, 46,15% da turma tiveram experiência de ensino em matemática, 46,15% não teve experiência e 7,69% não respondeu, conforme analisado na Figura 5.

No questionário, pedimos que relatassem o que tinha levado eles a fazer o curso de Licenciatura Plena em Matemática. Os relatos de alguns estudantes foram:

**Maria:** Amo a disciplina e gostaria de poder transmitir da maneira mais fácil possível para meus alunos.

**João:** Sempre me identifiquei com a Disciplina, no Ensino médio.

**Marta:** Afinidade e vontade de melhorar o ensino de matemática nas escolas.

**Pedro:** Porque gosto.

**Ana:** A principio foi minha segunda opção.

**José:** o gosto pela Matemática.

A motivação para estudar matemática torna o aprendizado mais gratificante e sucessivamente torna um licenciado em matemática um profissional de qualidade, superando

as dificuldades encontradas pela profissão, pois ser professor é ser um artista que muitas vezes não vai possuir os adereços para seu espetáculo, mas vai sempre existir à vontade e o brilho para que o espetáculo continue.

Quando perguntamos, qual conceito matemático relacionado com os conjuntos numéricos os alunos tiveram mais dificuldades em assimilar, tanto no ensino médio quanto fundamental, obtemos os seguintes resultados observados na Figura 6, Figura 7 e Figura 8.

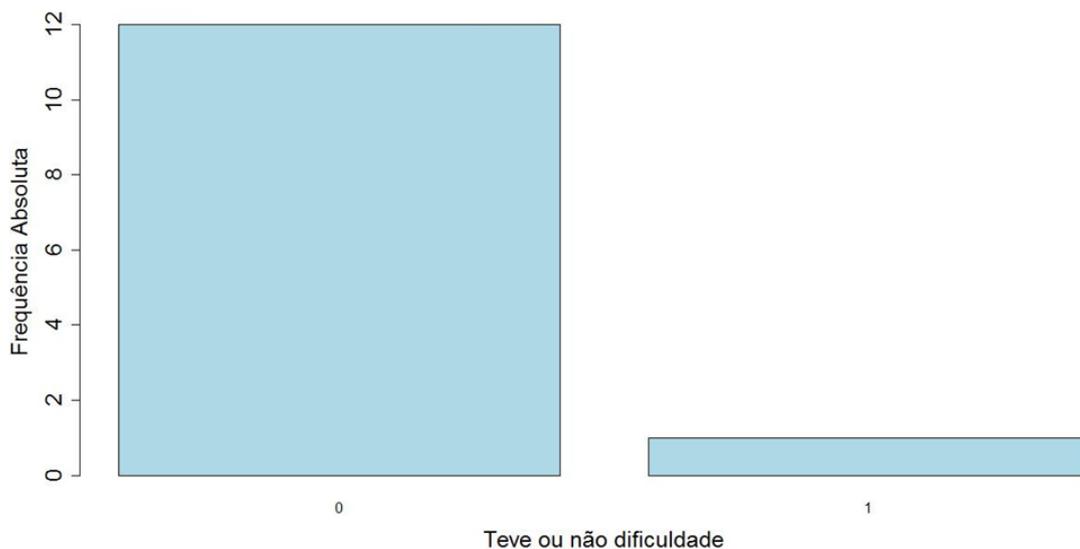


Figura 6: Alunos que tiveram ou não dificuldade com o conjunto dos números racionais.

A Figura 6, o escore “0” identifica as informações de alunos que não tiveram dificuldades com os números racionais enquanto o escore “1” para os alunos que tiveram dificuldades. Para 92, 31% da turma, não existiram dificuldades com os números racionais, contudo, para 7,69% da turma existiram dificuldades.

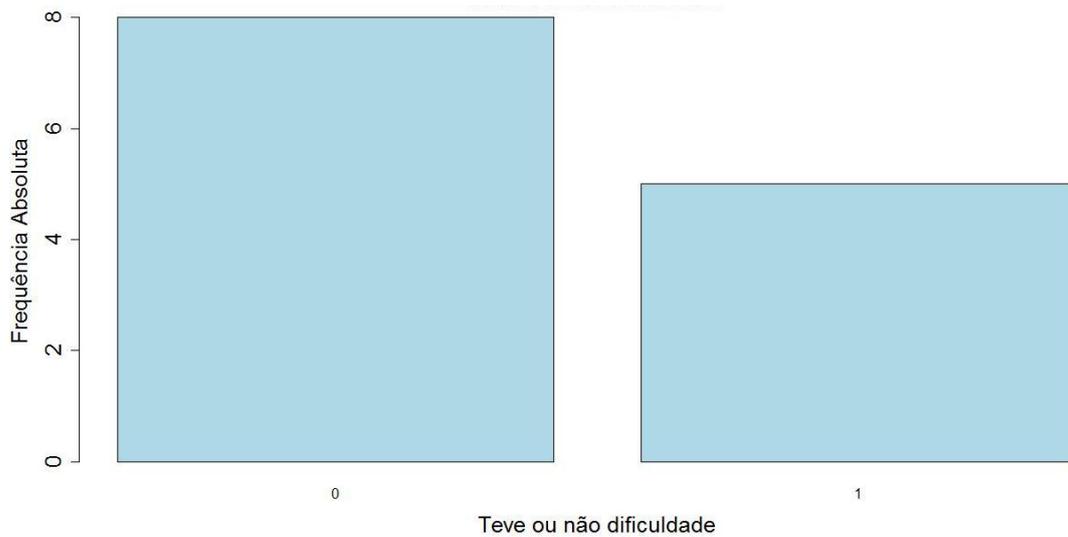


Figura 7: Alunos que tiveram ou não dificuldade com o conjunto dos números irracionais.

Na Figura 7, 0 significa “não teve dificuldades com o conjunto dos irracionais” e 1 “teve dificuldades com o conjunto dos irracionais”, ou seja, 61,54% da turma não apresentaram dificuldades com os números irracionais e 38,46% apresentaram dificuldades, o que é um dado preocupante. Para Silva (2006, p. 45),

Os obstáculos que estão presentes na compreensão, pelos alunos, dos números irracionais, seja na representação radical, seja na representação decimal, são oriundos do conhecimento que eles possuem a cerca dos números racionais. O conhecimento dos números racionais por se encontrar sedimentado, cristalizado pelos alunos, se constituem em obstáculos à compreensão e aprendizagem dos *novos números*, irracionais, que devem ser explorados em forma de atividades de ensino para favorecer a compreensão.

De fato, em relação aos números racionais obtemos resultados positivos, entretanto, em relação aos irracionais obtemos resultados preocupantes.

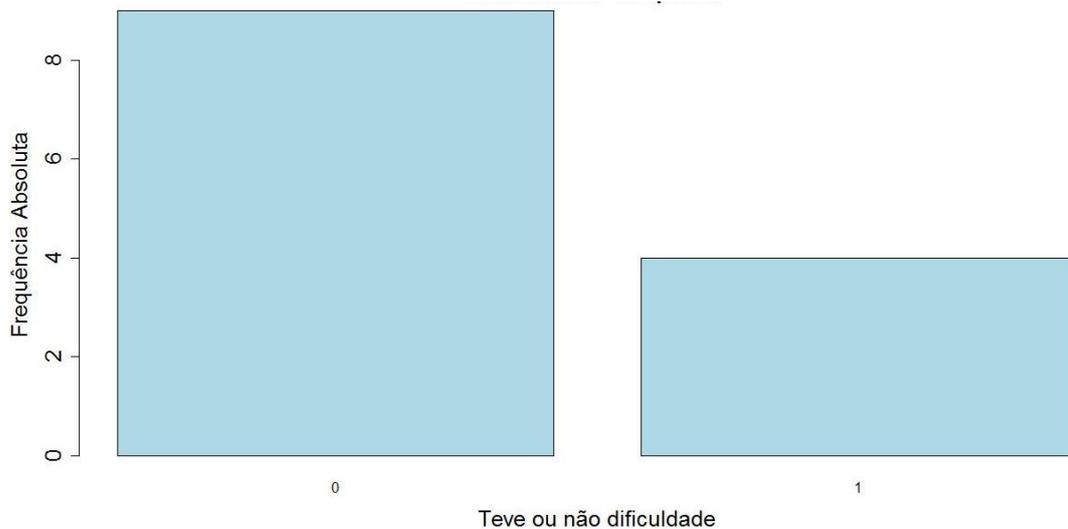


Figura 8: Alunos que tiveram ou não dificuldade com o conjunto dos números complexos.

Da mesma forma que identificamos as variáveis nas Figuras anteriores, fizemos na Figura 8. Constatamos 69,23% dos alunos que não apresentaram dificuldades com os complexos e 30,77% que apresentaram dificuldades durante o ensino fundamental ou médio. Segundo (SANTOS; OLIVEIRA, 2011, p.11) há necessidade de aprimorar a aprendizagem dos Números Complexos, pois sabemos que é complicado abordar os complexos em sala de aula, dada a ausência de material pedagógico e formação do professor para o ensino e aprendizagem desse conjunto.

Em resumo, verificamos que 30,77% dos alunos revelaram a existência de dificuldades com os complexos e 38,46% dificuldades com os irracionais, entretanto, nenhum aluno revelou dificuldades com os números inteiros.

Nesta perspectiva, questionamos a experiência com a HM e todos os alunos apenas tiveram experiência no ensino superior. E assim, tivemos as seguintes respostas quando questionados se a HM auxiliou na compreensão do conteúdo trabalhado:

**Pedro:** bastante!

**Maria:** Sim, conhecendo à história dos números, quem crio, quando e qual forma que utilizou. Fica mais fácil à compreensão.

**João:** Sim.

Mendes, Fossa e Valdés (2006, p. 15), afirma que:

Um certo conhecimento da história da matemática deveria se construir em uma parte indispensável da bagagem de conhecimentos do matemático em geral e do professor de qualquer nível de ensino (primário, secundário ou

superior). No caso deste último, não só com a intenção de que se possa utilizar a história da matemática como instrumento em seu próprio ensino, mas primariamente porque a história pode lhe proporcionar uma visão verdadeiramente humana da matemática, da qual o matemático pode estar, também, muito necessitado.

A HM é pouco utilizada na sala de aula, visto que, muitas instituições superiores desconsideram tal componente curricular, o que nos leva a crer em uma formação do professor desprovida de uma fonte metodológica tão rica para aprendizagem do aluno.

### **3.2. Análise da atividade.**

Na primeira questão (APÊNDICE B), buscamos do aluno a familiarização com o tema, e a questão pedagógica no desenvolvimento de situações que envolvem regras de sinais.

Algumas respostas dos alunos:

1. Não. Pois eu acredito que se contextualizar a aprendizagem das regras de sinais o aluno vai ter uma melhor compreensão.
2. Não. Acredito que essas situações são muito mecânicas, os alunos não saberá bem de onde isto vem, então acredito que seria melhor buscar trabalhar este assunto dentro de um contexto e depois trabalhar com estas questões mais mecânicas.
3. Sim. Pois os exemplos envolvem as quatro operações.
4. Não. Porque, alguns terem dificuldades de fazer a relação de sinais, por terem alguma deficiência no seu aprendizado.
5. Não. Acho que as situações problemas poderiam ajudar mais a compreender o conteúdo, e mais exemplos, em questão as relações de sinais acho que estão todas.

Os alunos, de forma geral, não compreenderam o objetivo da questão. Entretanto, quando trabalhada a adição de números negativos, as situações apresentadas na questão são insuficientes, como citado pelos alunos.

Para Schubring (2001, p. 52),

(...), é a própria existência dos números inteiros mais do que a regra dos sinais, que gera o questionamento, seja na Matemática ou na Didática. Por outro lado, a regra de sinais sempre constituiu um verdadeiro obstáculo para os alunos. Se isso ocorre, é sem dúvida porque os professores tentaram por muito tempo demonstrar esta regra. Lembremos que só no final do século XIX é que a didática percebeu, a partir do “principio da permanência” de H. Hankel, que não podemos demonstrar esta regra e que não é nada mais que uma convenção.

Trazemos a segunda questão, com intuito dos alunos elaborarem uma situação com relação à aplicabilidade da adição de números relativos.

Obtemos as seguintes elaborações e soluções:

Elaborações e Soluções com justificativa do ponto de vista metodológico:

1. Ontem Joana foi ao banco para ver o saldo da sua conta. Ao retirá-lo viu: seu saldo e – R\$ 50,00, ou seja, ela estava devendo R\$ 50,00 ao banco. Mas ela estava precisando de dinheiro e fez um empréstimo de R\$ 100,00, para pagar no próximo mês, se Joana for verificar novamente seu saldo, antes de pagar o empréstimo, qual será o valor desse saldo?

**Resposta:**  $-50 + (-100) = -150$ , o saldo de Joana será de – R\$ 150,00.

**Justificativa:** Acredito que uma questão contextualizada, na qual o enredo faz parte do cotidiano da criança, ou do meio que ela vive, facilita a compreensão do aluno.

2. Um pecuarista perdeu 5 vacas das 100 que ele tinha depois perdeu mais 5 numa enchente.

**Resposta:**  $-5 - 5 + 100 = -10 + 100 = 90$

**Justificativa:** pois vai relacionar o dia-a-dia com essa questão dos sinais.

Elaborações e Soluções sem justificativa do ponto de vista metodológico:

1. Começaria fazendo uma relação com os alunos, que (-) você está devendo ou comprando, e (+) é o que você têm, assim estaria pagando.

Ex: João devia 3 reais, à Carlos. João foi e pagou dando um cédula de 5 reais.

Quanto Carlos recebeu de troco?

Resposta:  $-3 + (+5) = +2$

Logo o troco foi + 2 reais.

2. Mostraria a reta e introduziria com uma situação problema.

Por exemplo: No intervalo da escola você percebeu que esqueceu o dinheiro do lanche e pede “emprestado” R\$ 2,00 ao seu amigo, porém no dia anterior você já tinha pedido R\$ 2,00 ao mesmo amigo, agora quanto você terá que pagar?

Resposta: Como é um débito será  $-2 + (-2) = -4$ , você terá que pagar R\$ 4,00 ao seu colega.

Os alunos apresentaram dificuldades na elaboração das questões, porém mostraram situações do cotidiano para a introdução da adição dos números relativos.

Com o objetivo dos alunos elaborarem uma situação com relação à aplicação da multiplicação de números negativos, obtemos as seguintes respostas:

Elaborações e Soluções com justificativa do ponto de vista metodológico:

1. Sabendo que Joana fez empréstimo de R\$ 50,00 por 3 meses consecutivos, sem pagar nenhum deles, qual será seu saldo no final do 3<sup>a</sup> mês?

**Resposta:**  $3 \times (-50) = -150$ , Joana terá saldo de  $-R\$ 150,00$ .

**Justificativa:** idem anterior.

2.  $(-30) \cdot (-150) = + 4500$ , pois aqui podemos ver temos um acúmulo, é como se eu fosse somar o 30, 150 vezes na multiplicação teremos – por -, igual a +.

Elaborações e Soluções sem justificativa do ponto de vista metodológico:

1. Ele pegou R\$ 5,00 e depois pego mais R\$ 5,00 emprestado. Temos que:

O que devemos é escrito com o sinal de menos (-) na frente, e como foram duas vezes.

2.  $(-5) = -10$  então ele deve R\$ 10,00 a Lúcia.

2. Depois o pecuarista perdeu 3 vezes o que ele tinha perdido na primeira enchente.

Resposta:  $-3 \cdot (-10) = 30$  perdeu 30 vacas.

Os alunos apresentaram questões do cotidiano, entretanto, alguns alunos apresentaram questões tradicionais, recorrendo às regras. Assim, observamos que é um obstáculo epistemológico, quando trabalhamos a multiplicação de números relativos.

### 3.3. Questionário *versus* Atividade.

Nesta seção, chamaremos o leitor para pensar um pouco. Anteriormente no questionário (APÊNDICE A), se o leitor esteve bem atento, percebeu que ao perguntarmos sobre o conceito matemático envolvendo os conjuntos numéricos, os alunos tiveram mais dificuldade em relação aos Complexos e Irracionais, e um aluno cita os Racionais. Assim, os alunos não raciocinaram sobre tal questionamento, pois para a compreensão dos Números Complexos e demais conjuntos citados pelos graduandos existem a necessidade da compreensão dos Números Negativos.

Quando passamos a analisar a atividade (APÊNDICE B) proposta sobre os Números Negativos, tivemos uma surpresa, pois observamos uma contradição entre o que os alunos responderam no questionário e as respostas obtidas na atividade, vários alunos apresentaram dificuldade em elaborar questões e explicar o ponto de vista metodológico de cada situação.

É preciso observar a gravidade do problema, pois os alunos apresentaram metodologias tradicionais, graduandos de Licenciatura em Matemática que passaram por disciplinas como: Prática Pedagógica no Ensino de Matemática e Laboratório no Ensino de Matemática. Já estão em um estágio, o qual não se admite um graduando em Licenciatura em Matemática iniciar um conteúdo em sala de aula, como os Números Negativos, da forma como explicitado nas respostas à atividade proposta nesta pesquisa.

Um graduando de Licenciatura em Matemática precisa pensar em uma forma que chame a atenção do aluno, fazer isso não é uma tarefa fácil, é um tanto complicado. Entretanto, estamos preocupados no ensino e aprendizagem dos Números Negativos, um dilema na sala de aula para muitos alunos, pois é um novo obstáculo tentar entender algo que é um pouco abstrato, até então. Mostrar ao aluno que a matemática sempre vai ser aplicada a algo na sociedade é essencial e ensinar Números Negativos apresentando problemas do nosso dia-a-dia a aprendizagem se torna mais rica e acessível, para que os alunos consigam pensar também em uma Ciência que evolui e não parou no tempo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

*A esperança não murcha, ela não cansa, também como ela não sucumbe a crença. Vão-se sonhos nas asas da descrença, voltam sonhos nas asas da esperança.*  
**Augusto dos Anjos**

Estamos vivendo em uma sociedade cheia de tecnologias, em que são raras as cartas escritas para um parente, as leituras de um livro de romance, ou até mesmo a compra de um jornal. Mas, para cada um de nós existe uma memória, que foi escrita pela história dos nossos antepassados, uma história de cultura, de aprendizados e ensinamentos.

Quando falamos em História, lembramos de uma ciência contemplada por vários fatos. A Matemática e essa História que deveriam ser conhecidas por professores, graduandos e alunos do ensino fundamental e médio. Essas ciências devem ser conhecidas como um caminho para ajudar no aprendizado do aluno ou até mesmo ajudar o próprio matemático a superar desafios, como tantos superados por grandes matemáticos do passado.

De acordo com D'Ambrósio<sup>7</sup> (1996 apud SILVA, 2007, p. 34),

*A história da Matemática tem como algumas finalidades para alunos, professores, pais e público em geral:*

- a) Situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
- b) Mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;
- c) Saber que a Matemática se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências sócio-culturais dessa incorporação.

Por meio deste estudo, foi possível percebermos que todos os alunos tiveram experiência com a HM apenas no ensino superior, o que é um fator preocupante, se analisarmos o fato dos

---

<sup>7</sup> D'AMBRÓSIO, U. *História da Matemática e Educação*. In cadernos CEDES – História e Educação Matemática. Campinas: Papirus, nº 40, p. 7-17, 1996.

professores não utilizarem tal fonte metodológica no ensino médio e fundamental. Entretanto, gratificante, pois observamos o fato dos graduandos terem a oportunidade de conhecer a HM no ensino superior, visto que, existe a escassez deste componente curricular em muitas universidades no Brasil, como abordamos anteriormente no Capítulo I.

Nesta pesquisa, observamos a ausência de maturidade dos alunos pesquisados, em interpretar textos matemáticos e sucessivamente escrever suas opiniões e indagações em relação aos Números Negativos. Durante a aplicação da atividade relacionada aos Números Negativos, percebi essa falta de maturidade, pois tivemos que ler algumas questões e discutir em sala para que os alunos entendessem, mesmo informando à turma que nossa interferência não poderia ocorrer.

Nesse contexto, ao analisarmos o material empírico, observamos um conflito existente entre as respostas dadas no questionário e a atividade, em relação à existência de dificuldades com os Números Inteiros no ensino fundamental e médio. Todos os alunos responderam que não tiveram dificuldades com os inteiros, entretanto, quando analisamos a atividade proposta, constatamos que a maioria da turma teve dificuldade em responder as questões da atividade.

Desse modo afirmamos que, para o uso da HM em sala de aula é necessário o conhecimento do conteúdo, para Silva (2007, p. 102),

Os professores entrevistados argumentam haver alguns obstáculos para o uso da História da Matemática no processo ensino aprendizagem, dentre esses obstáculos temos: falta de conhecimento de conteúdo, conhecimento errôneo da natureza da Matemática, a mistificação da Matemática, falta de literatura disponível, falta de compromisso dos cursos de licenciatura com a importância da História da Matemática, despreparo dos professores na abordagem de História da Matemática, ou mesmo rejeição ao seu uso.

Nesta perspectiva, concluímos que os graduandos precisam de um estudo mais aprofundado sobre os Números Negativos, e posteriormente o acesso a história de uma difícil aceitação, uma trajetória de 1500 anos de controvérsias entre matemáticos de grande importância na Matemática. Para que esses graduandos possam definitivamente usar a HM como fonte metodológica em uma aula sobre as quantidades negativas.

Nossa pesquisa como citado anteriormente, um estudo de caso, objetiva ajudar na tomada de decisões sobre o problema estudado, contudo, fica a sugestão para uma análise de uma amostra maior, em que surgirão outros problemas, outros objetivos a serem discutidos, de

grande importância para a academia e para o uso da HM no ensino e aprendizagem da Matemática.

O presente trabalho está destinado para todos os Matemáticos, seja o Educador Matemático, como o Matemático Puro, pois a HM deve ser conhecida por todos aqueles que estudam a Matemática. O aprendizado foi enorme, uma vez que, a partir do momento que comecei estudar a história dos Números Negativos, observei que muitos matemáticos da HM, erraram, e não foram erros simples. Dessa forma, passei a enxergar os meus erros, as dificuldades em aprender matemática como um fato comum e superei muitos obstáculos.

## REFERÊNCIAS

1. ALVES, E.R. *Números Negativos, Irracionais e Frações Decimais: Um pouco da história de como e quando surgiram e uma aplicação dos números negativos para alunos da graduação de Licenciatura em Matemática*. **Academos**, Revista Eletrônica da FIA, Vol III, n.3, Jul-Dez/2007, ISSN 1809-3604. Disponível em: [http://intranet.fia.edu.br/aceso\\_site/fia/academos/revista3/8.pdf](http://intranet.fia.edu.br/aceso_site/fia/academos/revista3/8.pdf). Acesso: 26 mar. 2012.
2. ANJOS, M.F. *A difícil aceitação dos números negativos: Um estudo da teoria dos números de Peter Barlow (1776-1862)*. Natal 2008. 98pDissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, 2008.
3. ANJOS, M. F. *Uma reflexão sobre a história dos números negativos como estratégia didática*. s.a.t. Disponível em: [http://www.sbemrn.com.br/site/III%20erem/minicurso/doc/MC\\_Anjos.pdf](http://www.sbemrn.com.br/site/III%20erem/minicurso/doc/MC_Anjos.pdf). Acesso em: 16 agost. 2012.
4. BOYER, C. B. *História da Matemática*. Revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2ª Ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
5. BRITO, A.J; SANTOS, K.E.S; TEIXEIRA, M.R.G. *A história nos planos de ensino de futuros professores de matemática*. Horizontes, v. 27, n.1, p. 115 a 120, jan./jun. 2009. Disponível em: <http://www.usf.edu.br/itatiba/mestrado/educacao/uploadAddress/115-120%5B14024%5D.pdf>. Acesso em: 25 abr. 2012.
6. EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.
7. FIORENTINI, D; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Coleção Formação de professores, Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
8. GLAESER, G. *Epistemologia dos Números Relativos*. *Boletim GPEM*, Rio de Janeiro, n. 57, p. 65-102, dez. 2010.
9. GONZALEZ, J.L. *et al. Numeros Enteros*. Madrid: Editorial Sínteses, 1990. 207p. (Colección Matemáticas: Cultura e Aprendizaje).
10. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. Disponível em: <http://www.edudatabrasil.inep.gov.br/>. Acesso em: 31 out. 2012.

11. JESUS, T. K. *Redução da demanda do curso de Licenciatura em Matemática*. s.a.t. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/TerezaKlimontovicsdeJesus.pdf>. Acesso em: 03 nov. 2012.
12. KLINE, Morris. *O fracasso da matemática moderna*; tradução de Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.
13. MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. *Números Negativos: uma história de incertezas*. **Bolema**, Rio Claro, SP, ano 7, n. 8, p. 49 -59, 1992.
14. MENDES, I. A; FOSSA, J.A; VALDÉS, J.E.N. *A história como um agente de cognição na educação matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006. 182p.
15. MIGUEL, A. *As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores*. Zetetiké – CEMPEM- FE/UNICAMP, v.5. Nº 8 – Jul/Dez de 1997.
16. MIGUEL, A. BRITO, A. *A História da Matemática na Formação do professor de matemática*. Cadernos CEDES 40, p. 47-61. São Paulo: Papyrus, 1996.
17. MIGUEL, A; MIORIM, M.A. *História na Educação Matemática: Propostas e desafios*. Autêntica Editora, Belo Horizonte, 2004. 200p.
18. NETO, F. R. *Duas ou três coisas sobre o “menos vezes menos dá mais”*. Abril de 1995. Publicação Nº 2. Disponível em: <http://mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/html/historia%20raul%20neto.pdf>. Acesso: 10 agosto. 2012.
19. NUNES, J.M.V; SILVA, F.H.S. *História da matemática na educação matemática uma Tendência Necessária*. In: Anais do SIPEMAT. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 10p. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/SIPEMAT06/artigos/nunessilva.pdf>. Acesso: 26 mar. 2012
20. PAIS, L.C. *Didática da Matemática; uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001 – 128p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 3).
21. ROQUE, A.C. *Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em sala de aula do ensino fundamental*. Belo Horizonte 2012. 148f Dissertação (Mestrado

- em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2012.
22. ROQUE, A.C; GOMES, M.L.M. *História da Matemática na sala de aula*. In: XIII CIAEM-IACME, Recife, 2011. Disponível em [http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/1198/169](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1198/169). Acesso em: 28 mar. 2012.
23. SANTOS, I.M; OLIVEIRA, R.L. *O estudo dos números complexos nas dissertações do programa de pós-graduação em ensino de ciências naturais e matemática da UFRN*. In: XIII CIAEM-IACME, Recife, 2011. Disponível em [http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/view/852/928](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/852/928). Acesso 31 out. 2012.
24. SILVA, G.E.A. *Um estudo sobre a aprendizagem de números irracionais no ensino médio*. Natal 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, 2006. Disponível em: [http://bdtd.bczm.ufrn.br/tesesimplificado/tde\\_arquivos/9/TDE-2007-04-26T220307Z-627/Publico/GratulianoEAS.pdf](http://bdtd.bczm.ufrn.br/tesesimplificado/tde_arquivos/9/TDE-2007-04-26T220307Z-627/Publico/GratulianoEAS.pdf). Acesso em: 31 out. 2012.
25. SILVA, J. A. *As concepções de professores formadores em relação ao uso da História da Matemática no processo ensino aprendizagem nos cursos de Licenciatura em Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas do Núcleo Pedagógico) – Universidade Federal do Pará, Pará, 2007. Disponível em: [http://www.repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/1856/4/Dissertacao\\_ConcepcoesProfessoresFormadores.pdf](http://www.repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/1856/4/Dissertacao_ConcepcoesProfessoresFormadores.pdf). Acesso em: 10 jun. 2012.
26. SCHUBRING, G. *Rupturas no Estatuto Matemático dos Números Relativos*. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, n. 38, p. 73-93, fev. 2001.
27. TEIXEIRA, L. R. M. *Aprendizagem Operatória de Números Inteiros: Obstáculos e Dificuldades*. Pro-Posições, Vol 4. Nº 1[10], março de 1993.
28. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Sistema Integrado de Bibliotecas da USP. Diretrizes para apresentação de dissertações e teses da USP: documento eletrônico e impresso Parte I (ABNT) / Sistema Integrado de Bibliotecas da USP; Vânia Martins Bueno de Oliveira Funaro, coordenadora [et. al]. 2ª Ed. Ver. Ampl. São Paulo: Sistema Integrado de Bibliotecas da USP, 2009. 102 p. (Cadernos de Estudos ; 9). Disponível em: [http://www.usp.br/sibi/produtos/imgs/Caderno\\_Estudos\\_9\\_PT\\_1.pdf](http://www.usp.br/sibi/produtos/imgs/Caderno_Estudos_9_PT_1.pdf). Acesso em: 12 jun. 2012.

## APÊNDICES

**APÊNDICE A - Questionário aplicado aos alunos pesquisados.**

**Questionário**

**Identificação**

1. Turma: Ano de Entrada no curso:
  
2. Idade: Sexo: Masculino ( ) Feminino ( )
  
3. Estado Civil: Solteiro ( ) Casado ( ) Outro ( ): -----.
  
4. Naturalidade: Estado:
  
5. Formação:
  - ( ) Nível Médio Instituição:
  
  - ( ) Nível Superior Instituição:
  
6. Local de Trabalho:
  
7. Cargo que exerce:
  
8. Teve alguma experiência de ensino em Matemática (a)?
  - ( ) Sim ( ) Não.
  
  - Se sim, em que nível -----.
  
9. O que lhe levou a fazer o Curso de Licenciatura Plena em Matemática?

**Experiência com a Matemática**

10. Marque com um **X** o conceito matemático relacionado com os conjuntos numéricos que você teve dificuldade em assimilar no período do Ensino Fundamental e Médio.

- |                                    |                                      |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Naturais  | <input type="checkbox"/> Inteiros    |
| <input type="checkbox"/> Racionais | <input type="checkbox"/> Irracionais |
| <input type="checkbox"/> Reais     | <input type="checkbox"/> Complexos   |

11. Marque com um **X** se você teve uma experiência com a História da Matemática durante o seu período escolar.

- Sim       Não

11.1. Em caso afirmativo marque um **X** nas seguintes alternativas:

- No Ensino Fundamental     No Ensino Médio     No Ensino Superior.  
 Outros: -----.

11.2. Em caso afirmativo responda:

Qual conteúdo?-----.

De que forma foi trabalhado o conteúdo? -----

-----

-----

11.3. A História da Matemática auxiliou na compreensão do conteúdo trabalhado.

**APÊNDICE B – Atividade aplicada aos alunos pesquisados.****Atividade**

**Questão 1:** Observe as seguintes situações:

- a.  $-60 - 20 = -80$ .
- b.  $-30 - (-50) = +20$ .
- c.  $-80 - (-10) \cdot (-10) = -180$ .
- d.  $-25 \cdot 10 - (-20) = -230$ .
- e.  $-200 : (-100) = 2$

As situações expostas acima são suficientes para o aluno trabalhar com as regras de sinais, com relação aos números negativos?

Sim       Não

**Questão 2:** Para a introdução dos números negativos, trabalhando sinais com relação à adição de números negativos, crie uma situação e resolva-a, em seguida justifique a situação do ponto de vista pedagógico.

**Questão 3:** Agora resolva a questão anterior, envolvendo a multiplicação de números negativos, sem esquecer de justificar o ponto de vista pedagógico da situação.

**ANEXOS**

**ANEXO A – Alguns resultados do nosso trabalho aprovados para apresentação no EPBEM – 2012.**



**Resultado da avaliação de Trabalho nas sessões científicas do VII Encontro Paraibano de Educação Matemática**

Prezado(a) PRISCILA FARIAS NILO, informamos com grande satisfação que seu trabalho intitulado A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E OS NÚMEROS RELATIVOS foi ACEITO no VII Encontro Paraibano de Educação Matemática pela comissão científica.

Caso a comissão tenha deixado alguma mensagem ela se encontra abaixo:

"Apesar das modificações o trabalho se mostra ser mais um relato de experiência que uma comunicação científica, por motivos já apontados em avaliações anteriores.

Com isso, o trabalho está aceito plenamente como Relato de Experiência - RE."

Atenciosamente

Comissão Científica do VII Encontro Paraibano de Educação Matemática

UFPB - João Pessoa, 06 de Novembro de 20

[www.epbem.com.br](http://www.epbem.com.br)

ANEXO B – Apresentação da nossa pesquisa no II ENID – UEPB. Publicação em ANAIS online com ISSN do evento através do site do II ENID (<http://www.eniduepb.com.br>), bem como no site <http://www.portalrealize.com.br/revista>.

**II ENCONTRO DE**

**INICIAÇÃO À DOCÊNCIA**

**DA UEPB**

**CERTIFICADO**

Conquistas e desafios na profissionalização docente

**27-31 de Agosto de 2012**  
**UEPB - Campina Grande, PB**

Certificamos que o trabalho HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RELATIVOS, de autoria de PRISCILA FARIAS NILO, JOSÉ LAMARTINE DA COSTA BARBOSA foi apresentado na Seção de Grupo de Trabalho no II Encontro de Iniciação à Docência Desafios e Conquistas da Profissionalização Docente realizado no período de 27 a 31 de Agosto de 2012.

Identificador:005-31082012-3-239/814

Campina Grande - PB, 31 de Agosto de 2012

*Jan Paula Bispo da Silva*  
Profa. Dra. Ana Paula Bispo da Silva  
Coordenadora do PIBID/UEPB

**Realização**



**Apoio**



